

혼돈 현상을 보이는 적응기구에서의 강인한 적용법칙에 관한 알고리즘의 개발

전 상 영*^o 임 화 영**
 광운대학교 * 전기공학과 ** 제어계측공학과

A Development of Algorithm on Robust Adaptive Law in Adaptive mechanism showing Chaotic phenomenon

Sang - Young Jeon^o Wha - Yeong Yim**
 * Dept. of Electrical Eng. Kwangwoon Univ.
 ** Dept. of Control & Instrumentation Eng. Kwangwoon Univ.

Abstract

Mareel and Bitmead proved the presence of chaotic signal in random noise by applying dead beat control theory to adaptive mechanism. In this paper robust adaptive theory is proposed. With the property of chaotic signal that has order and law, the proposed theory can enhance the control performance by applying the recursive algorithm that uses dynamic relation which have small correlation. The performance of proposed algorithm is demonstrated with the computer simulation of position control of electric motor. In this simulation, the adaptive law is adopted to control electric motor and the presence of chaotic signal in feedback signal is proved by using several methods such as time series, fourier spectrum, phase portrait method.

2. 서 론

카오스(chaos: 혼돈)는 자연계에서 복잡하고 무질서한 것처럼 보이는 현상들속에 일정한 규칙이나 질서를 탐구하는 학문에 관련하여 활발하게 연구되고 있으며, 공학계에서도 이 이론을 해석, 응용하여 카오스 현상을 방지하거나 또는 제어 시스템에 이용하려는 시도가 여러 분야에서 활발하게 시도 되고 있다.^{[2][3]} 비선형 동적 시스템(nonlinear dynamic system)을 불안정하게 만드는 여러가지 요소중 무작위 잡음으로 취급하여온 신호에서 혼돈 현상을 발견할 수 있다.^[5] 이러한 혼돈 신호의 특징을 분석, 이용하여 제어하므로써 안정한 영역이 넓어지고 성능이 향상된 강건한 시스템을 구성할 수 있다.

혼돈 동적(chaotic dynamics) 시스템의 경우에는 초기값에 따라 시스템 전체가 매우 민감하게 움직이고 작은 섭동(perturbation)에 의해서도 반복적인 비선형 피드백 과정을 거치면서 아주 다른 별개의 해를 발생하게 되며, 응답이 주기적이라 하더라도 항상 예측 가능한 것이 아니다.^[9] 또한 기존의 비선형 동적 시스템에서의 컴퓨터를 이용한 수치 해석이나 예측성(predictability) 등의 해결 방식에는 컴퓨터 워드(word)길이의 한계로 인한 표현에 나름대로의 문제점을 갖게 된다.

일반적으로 비선형 시스템에서는 과도 상태가 지난 후에도 응답이 수렴하지도, 발산하지도 않으며 제한된 영역내에서 비주기적으로 진동하는 경우가 생겨 시스템을 불안정하게 만든다. 이것이 혼돈동적 시스템의 특징이다. Mareel과 Bitmead는 적응 기구에 dead beat 제어 법칙을 적용하여 궤환 신호에서 혼돈 현상의 존재를 이론적으로 증명하였다.^[5] 이러한 혼돈 신호가 일정한 규칙성과 질서를 갖는다는 특성을 이용하여 낮은 상관 관계(correlation)를 갖는 동적 관계식을 이용한 알고리즘을

제외하여 반복 추종함으로써 시스템을 안정화 시키고, 추종 오차를 줄임으로써 제어 성능을 향상시킬 수 있는 강건한 적응 법칙을 제안하였다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 적응 법칙을 직류 전동기의 위치를 제어하는데 적용하여 바람직한 결과를 얻음으로써 제안한 알고리즘의 우수성을 증명하였으며, 전동기의 궤환 신호내에 포함되어 있는 혼돈 신호의 존재를 1)Time series 2)Fourier spectrum 3)Phase portrait 등의 방법을 통하여 혼돈 신호임을 증명하고 그 특징을 규명해 보았다.

3. 이론적 배경

제어하려는 플랜트를 3차 시불변 시스템으로 정하여 다음과 같은 차분 방정식으로 나타내었다.

플랜트

$$y_k = a y_{k-1} + b y_{k-2} + c y_{k-3} + u_{k-1} \quad k \in N \quad (3-1)$$

여기에서 a, b, c 는 미지의 파라메터이고 y 는 출력이며 u 는 입력이다.

3차인 플랜트 출력 y_k 가 0이 되도록 제어하려는 모델 차수를 1차로 정하여 비선형 특성에 대응하고자 한다. 설계 모델을 다음 1차 차분 방정식으로 나타내었다.

모델

$$\hat{y}_k = \hat{a} y_{k-1} + u_{k-1}$$

$$u_{k-1} = -\hat{a} y_{k-1} \quad k \in N \quad (3-2)$$

여기에서 \hat{a} 는 파라메터 추종값으로 식(3-1)과 식(3-2)에 의해서 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\hat{a} = a + b \frac{y_{k-2}}{y_{k-1}} + c \frac{y_{k-3}}{y_{k-1}} \quad (3-3)$$

(단 $y_{k-1} \neq 0$)

예측 오차 e_k 는 다음과 같이 정했다.

$$e_k = y_k - \hat{y}_k$$

$$= y_k - (\hat{a}_k y_{k-1} + u_{k-1}) \quad (3-4)$$

정규 최소 자승(normalized least mean square) 알고리즘^[5] 사용하여 파라메터의 추종을 반복 수행하도록 하였다.

$$\hat{a}_k = \hat{a}_{k-1} + \frac{y_{k-1}}{y_{k-1} + d} e_k \quad (3-5)$$

여기에서 d는 분모가 0이 되지 않기 위한 파라미터이다

식(3-5)를 상관 관계(correlation)를 이용한 반복 추종 알고리즘으로 다음과 같은 파라미터 추종기를 구현하였다.

$$\begin{aligned} \hat{a}_k &= \hat{a}_{k-1} + \frac{y_{k-1}}{y_{k-1}^2 + d} (y_k - \hat{a}_{k-1} y_{k-1} - u_{k-1}) \\ &= \hat{a}_{k-1} + \frac{y_{k-1}}{y_{k-1}^2 + d} [y_k - \{ \hat{a}_{k-2} + \frac{y_{k-2}}{y_{k-2}^2 + d} (y_{k-1} - \hat{a}_{k-2} y_{k-2} - u_{k-2}) \} y_{k-1} - u_{k-1}] \end{aligned} \quad (3-6)$$

이제까지 잡음으로 취급하여 온 영역을 제어 가능한 영역으로 만들기 위하여 무작위한 잡음과는 달리 일정한 범위안에서 일정한 규칙성과 질서가 존재하는 카오스 현상을 보일 때는 α 의 추종치 \hat{a}_{k-1} 와 \hat{a}_{k-2} 가 동적 관계를 갖는다고 볼 수 있다. \hat{a} 가 일정한 값을 가질 경우 ($b=c=0$)라면 $\hat{a}_k \approx \hat{a}_{k-1}$ 로 적용할 수 있어서 다음과 같은 관계식으로 정리할 수 있으나

$$\hat{a}_k = \hat{a}_{k-1} + \frac{y_{k-1}}{y_{k-1}^2 + d} e_k - \frac{y_{k-2}}{y_{k-2}^2 + d} e_{k-1} \quad (3-7)$$

\hat{a} 가 카오스 현상을 보일 때는 낮은 상관 관계를 감안한 상수 β 를 도입하여 다음과 같이 나타냈다.

$$\hat{a}_k = \hat{a}_{k-1} + \frac{y_{k-1}}{y_{k-1}^2 + d} e_k - \beta \frac{y_{k-2}}{y_{k-2}^2 + d} e_{k-1} \quad (3-8)$$

단 $0 < \beta < 1$

이제 식(3-1)의 제어 입력은 다음과 같이 표시한다.

$$u_{k-1} = -\hat{a}_{k-1} y_{k-1} \quad (3-9)$$

여기에서 파라미터 추종값 \hat{a}_k 가 정확할 수록 제어하려는 플랜트에 적합한 제어 입력을 공급할 수 있으므로 보다 빠른 응답과 안정한 제어가 가능하다.

파라미터 오차를 \tilde{a}_k 로 표시하면 다음 관계가 된다.

$$\begin{aligned} \tilde{a}_k &= a - \hat{a}_k \\ &= -b \frac{y_{k-2}}{y_{k-1}} - c \frac{y_{k-3}}{y_{k-1}} \end{aligned} \quad (3-10)$$

(단 $y_{k-1} \neq 0$)

따라서 식(3-9)과 식(3-10)을 식(3-1)에 대입하고

$$y_k = (-b \frac{y_{k-3}}{y_{k-2}} - c \frac{y_{k-4}}{y_{k-2}}) y_{k-1} + b y_{k-2} + c y_{k-3} \quad (3-11)$$

식(3-11)은 a 를 소거되었으므로 시스템의 안정도는 파라미터 b, c 에 의하여 좌우된다. 양변을 y_{k-1} 로 나누면 다음과 같은 연속되는 출력비 관계로 표시된다. 식(3-1)로 가정한 플랜트는 파라미터 b, c 에 의해서 시스템의 안정도가 좌우되지만 파라미터 c 의 값이 b 보다 매우 작은 일반적인 경우에 시스템의 안정도는 파라미터 b 에 좌우된다.

$$\frac{y_k}{y_{k-1}} = b \left(\frac{y_{k-2}}{y_{k-1}} - \frac{y_{k-3}}{y_{k-2}} \right) + c \left(\frac{y_{k-3}}{y_{k-1}} - \frac{y_{k-4}}{y_{k-2}} \right) \quad (3-12)$$

4. 시뮬레이션

본 논문에서 제시한 알고리즘을 직류 전동기의 위치 제어에 적용하기 위하여 전동기에 대한 수학적 방정식으로 부터 입력 전압에 대한 출력 각속도의 전달함수를 구하고 전동기 제작회사에서 제공한 명세서의 파라미터를 이용하여 공칭 전달함수를 구하였다. 전동기의 전달함수는 다음과 같다.

$$G_M(s) = \frac{K_T}{s^2 L_a J + s R_a J + K_E K_T} \quad (4-1)$$

본 논문에서의 전동기 공칭 전달함수는 식(4-1)로 표현하는 2차계를 고려하였으며 제어 대상은 정격 출력 100W인 전동기를 사용하여 시뮬레이션 하였다. 전동기 제작 회사에서 제공한 명세서는 다음과 같다.

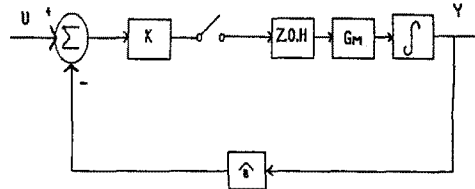
(표 4-1) 100W 전동기 명세표
(Table 4-1) Spec. of 100W motor

명 칭	기 호	수치 및 단위
전기자 저항	R_a	0.92 [Ω]
전기자 인덕턴스	L_a	0.9 [H]
기계적 시정수	τ_M	3.9 [m s]
전기적 시정수	τ_E	0.98 [m s]
토크 상수	K_T	0.829 [Kg cm / A]
역기전력 상수	K_E	0.081 [Vs / rad]
관성 모멘트	J	0.285 [g cm s^2]

위의 파라미터를 식(4-1)에 대입하여 Z.O.H(Zero Order Holder)를 고려한 전달함수는 다음 식(4-2)과 같다.

$$G_M'(s) = \frac{1 - z^{-1}}{s} \frac{12.346}{3.822 \cdot 10^{-6} s^2 + 0.00098s + 1} \quad (4-2)$$

본 논문에서 제시한 알고리즘을 적용하기 위한 시스템의 블록 선도는 다음과 같다.



(그림 4-1) 시스템 블록 선도
(Fig. 4-1) Block diagram of a system

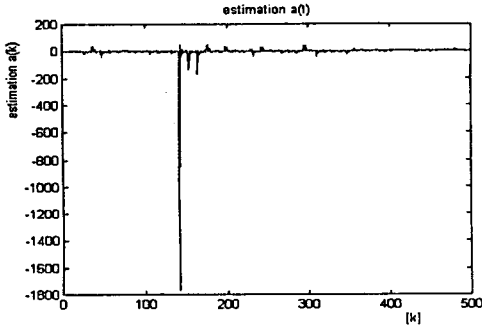
여기에서 K는 시스템을 불안정하게 하기 위한 파라미터이다. 위 블록선도의 전달함수는 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{G_M'(s)}{1 - G_M'(s)} \quad (4-3)$$

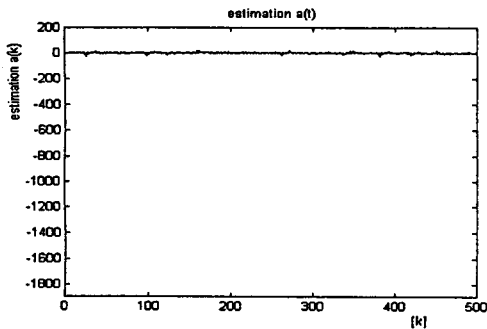
연속계인 식(4-3)을 이산계로 변환하기 위하여 Z변환하면 다음과 같다.

$$G_{MT}(z) = \frac{0.02128 + 0.06383z^{-1} + 0.04256z^{-2} - 0.04256z^{-3} - 0.06383z^{-4} - 0.02128z^{-5}}{1 - 2.97277z^{-1} + 3.60772z^{-2} - 2.29714z^{-3} + 0.66219z^{-4}} \quad (4-4)$$

식(4-4)를 시뮬레이션을 하기 위하여 초기조건($y_0=10$, $y_{-1}=-0.23$, $y_{-2}=-0.001$, $y_{-3}=-0.00001$, $y_{-4}=-0.0000001$, $u_{-1}=1$, $u_{-2}=1$, $u_{-3}=1$, $u_{-4}=1$, $\hat{a}_0=0$, $K=1.2$)을 적용하여 식(3-5)에 의해 추정한 궤환 신호 \hat{a}_k 는 그림(4-2)과 같이 보인 반면에 본 논문에서 제안한 식(3-8)을 이용하여 같은 조건에서 $\beta=0.00227$ 을 적용했을 때의 결과인 그림(4-3)과 같다.

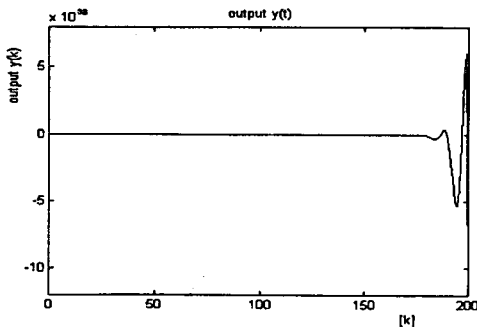


(그림 4-2) $b=0.6695$ $\beta=0$ 일때의 궤환 신호 \hat{a}_k
(Fig. 4-2) Feedback signal \hat{a}_k at $b=0.6695$, $\beta=0$

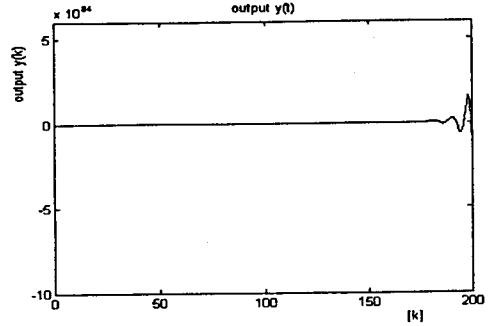


(그림 4-3) $b=0.6695$ $\beta=0.00227$ 일때의 궤환 신호 \hat{a}_k
(Fig. 4-3) Feedback signal \hat{a}_k at $b=0.6695$, $\beta=0.00227$

궤환 신호 \hat{a}_k 의 그림은 모두 혼돈 진동 현상을 보이고 있으나 상수 β 를 도입한 그림(4-3)은 그림(4-2)에 비하여 훨씬 진동폭이 줄어들음을 볼 수 있다. 출력을 비교하여 보면 그림(4-4)과 그림(4-5)과 같다.



(그림 4-4) $b=0.6695$, $\beta=0$ 일때의 출력 y_k
(Fig. 4-4) output y_k at $b=0.6695$, $\beta=0$

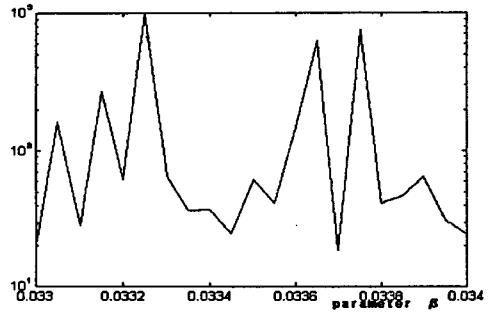


(그림 4-5) $b=0.6695$, $\beta=0.00227$ 일때의 출력 y_k
(Fig. 4-5) output y_k at $b=0.6695$, $\beta=0.00227$

출력 y_k 의 그림은 모두 발산하는 불안정한 모습이지만 본 논문에서 제안한 제어 알고리즘을 적용한 식(3-8)을 이용하여 $\beta=0.00227$ 를 도입한 그림(4-5)는 β 를 도입하지 않은 그림(4-4)보다 훨씬 오차의 폭이 줄어든 것을 볼 수 있다. 따라서 본 논문에서 제시한 알고리즘의 제어 성능이 우수함을 증명할 수 있다.

초기 조건에 매우 민감하고 시간에 따라 불확신성이 증가하는 혼돈 신호의 특성에 비추어^[9] 아래의 그림(4-5)에서와 같이 상수 β 값의 미소한 변화에도 오차의 변동이 심한 양상을 보이고 있는데 대체적으로 오차의 크기는 특정한 값을 중심으로 불규칙하게 상승하는 모양을 나타내고 있어서 적절한 상수 β 의 선정으로 제어 성능을 향상시킬 수 있음을 알 수 있다.

그림(4-6)은 상수 β 값의 변화에 대한 시스템의 응답 특성을 100회 반복 추종하여 비교한 것으로 상수 β 값에 따라 오차의 변화가 크고 의외성이 많으며, 최적의 β 값을 선정하는 방법이 혼돈 신호의 특성상 획일적일 수 없어서 앞으로의 연구 과제로 남는다.

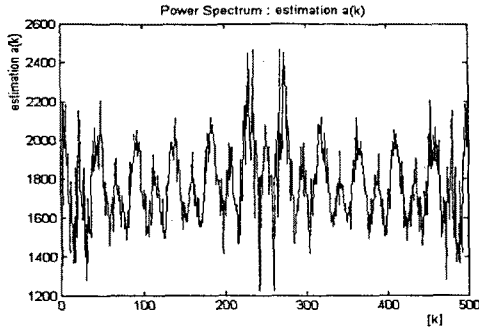


(그림 4-6) $b=0.6695$ 일때 β 의 변화에 따른 최대오차
(Fig. 4-6) Maximum error according to variable of β at $b=0.6695$

궤환신호 \hat{a}_k 가 혼돈신호라는 것을 증명하기 위하여 다음의 3가지(Time series, power spectrum, phase portrait) 방법을 적용해 보았다. 이 방법들은 필요 충분 조건이 아니므로 모두 적용하여 혼돈 현상을 확인하려고 한다.

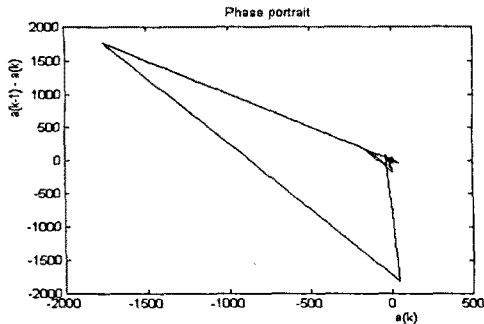
그림(4-2)와 그림(4-3)은 궤환 신호 \hat{a}_k 의 시간에 대한 신호로서 일정한 범위의 영역내에서 주기적인 운동을 하지 않고, 발산 또는 수렴하지도 않으면서 비주기적인 운동을 지속한다. 이것을 Time series법^[9]이라 하며 혼돈 신호의 특징이다. 또한 그림(4-7)은 궤환 신호 \hat{a}_k

를 power spectrum으로 나타낸 것인데 혼돈 신호의 특징은 파워 스펙트럼이 넓고 연속적인 현상을 나타내는데 그림을 통하여 혼돈 신호임을 알 수 있다.



(그림 4-7) $b=0.6695, \beta=0$ 일때 궤환 신호 \hat{a}_k 의 power spectrum
(Fig. 4-7) power spectrum of feedback signal \hat{a}_k at $b=0.6695, \beta=0$

위상 공간(phase portrait)에서 살펴보면, 그림(4-8)은 제한된 영역내에서 결코 같은 경로를 다시 거치지 않으며 매우 복잡하고 이상한 끝개의 모습을 나타내는데 아무리 세부를 확대하여도 본래의 모양과 유사한 상태를 나타내는 자기 유사성(Self similarity)을 갖는 혼돈 신호의 특성을 보이고 있다.^[9]



(그림 4-8) $b=0.6695, \beta=0$ 일때 궤환 신호 \hat{a}_k 의 phase portrait
(Fig. 4-8) phase portrait of estimation value \hat{a}_k at $b=0.6695, \beta=0$

5. 결 론

비선형 적응 기구에 dead beat 제어 법칙을 적용하여 발생하는 시스템을 불안정하게 만드는 무작위 잡음중에는 혼돈 신호가 존재할 수 있는데, 본 논문에서는 이때 발생한 혼돈 신호가 일정한 규칙성과 질서를 갖는다는 특성을 분석하여 낮은 상관 관계(correlation)를 갖는 동적 관계식을 이용한 제어 알고리즘을 개발, 도입하여 반복 추종함으로서 원하는 출력을 얻거나 또는 추종 오차를 줄임으로써 제어 성능을 향상시킬 수 있는 강건한 알고리즘을 개발하였다. 또한 이 제어 알고리즘을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 적류 전동기의 위치를 제어하는데 적용하여 바람직한 결과를 얻음으로써 이 알고리즘의 우수성을 증명하였으며, 전동기의 궤환 신호에 포함되어 있는 혼돈 신호의 존재를 1)Time series 2)Fourier spectrum 3)Phase portrait 등의 방법을 통하여 혼돈 신호임을 증명하고 그 특징을 규명해 보였다.

혼돈 신호의 특성상 상수 β 의 아주 미소한 변화에도 오차의 차이가 많이 나므로 최적의 β 값을 정할 수 있는 방법을 체계적으로 정립하여 강건한 적응 기구로의 발전이 차후의 연구 과제로 남는다.

참 고 문 헌

- [1] J.A.Gibson, "Pole-zero Analysis and Synthesis of Discrete System Bifurcation" Chaos, Solitons and Fractals, vol.2, no.6, pp651~660, 1992
- [2] M.D.Espana, "Intermittent Phenemena in Adaptive System: A Case Study" Automatica, vol.27, no.4 pp717~720, 1991
- [3] M.P.Golden and B.E.Ydtie, "Small Amplitude Chaos and Ergocity in Adaptive Control" Automatica vol.28, no.1 pp11~25, 1992
- [4] F. R. Rubio and J. Aracil and E.F.Camacho, "Chaotic motion in an adaptive control system" INT.J.control vol.42, no.2 pp353~360, 1985
- [5] I.M.Y.Mareels and R.R.Bitmead "Non-linear Dynamics in Adaptive Control : Chaotic and Periodic Stabilization" Automatica vol.22, no.6 pp641~655 1986
- [6] T.S.Parker and L.O.chua, "Chaos: a tutorial for engineers." IEEE proc. vol.75 no.8 pp982~1008, 1987
- [9] F.C.Moon, Chaotic and Fractal Dynamic, John wiley & Sons INC, 1992