

# 로봇 매니퓰레이터의 궤적 추종을 위한 강인한 적응제어기의 설계 및 구현

조원영 홍석교  
아주대학교 제어계측공학과

## A Robust Adaptive Controller Design and Implementation for Tracking control of Robot Manipulator

Won-Young Cho, Suk-kyo Hong  
Dept. of Control & Instrumentation Eng. AJOU University

### Abstract

In this paper, the design and the implementation of a robust adaptive controller for trajectory tracking control of the robot manipulator is presented. The proposed control scheme ensures that without any prior knowledge of the robot manipulator parameters, tracking errors are converged to some boundary in the presence of a state-dependent input disturbances as well as the ideal case. The 3 DOF robot manipulator including actuator dynamics is used for the implementation of the proposed control scheme. The experimental results show that the proposed control scheme is valid for trajectory tracking control of the robot manipulator.

### I. 서론

대다수의 산업용 로봇 매니퓰레이터에는 PID제어기를 사용하여 용접, 조립 등 저속의 반복작업에서 만족할 만한 성능을 얻을 수 있었다. 그러나 단순한 PID제어기는 고속이나 부하의 변동이 큰 작업에서는 성능의 저하를 가져왔다. 이는 로봇 매니퓰레이터의 동력학을 고려하지 않았기 때문이다. 고속 동작에서도 좋은 성능을 발휘할 수 있도록 동력학을 고려한 MODEL-BASED 제어기나 COMPUTED-TORQUE 방법 등에 대한 연구가 많이 진행되어 성능이 좋은 제어기가 많이 제시되었다[1]. 그러나 질량, 관성모멘트, 질량중심등과 같은 역학 파라미터에 대한 정확한 측정의 어려움과 또한 부하의 변동 등으로 인해 역학파라미터에 불확실성이 존재하여 정확한 동력학 모델을 선정할 수가 없다. 이러한 불확실성이 존재하는 역학파라미터를 추정하는 적응 제어 방식에 대한 많은 연구가 있었다[2-4].

Craig가 접근한 적응 제어 방식은 역동력학 방식으로 관절 가속도의 측정과 추정된 관성행렬의 역변환이 보장되어야 한다는 단점이 있다[3]. Slotine은 가속도 측정과 관성행렬의 역변환을 필요로 하지 않으며 전체적으로 안정한 영역 내에서 추정된 오차로부터 적응법칙을 구하는 새로운 적응 제어 알고리즘을 제시하였다[2][4]. 그러나, 이 알고리즘은 존재하는 외란의 경계치를 알고 있을 때만 안정한 제어기 설계가 가능하다는 단점을 내포하고 있다. Chun-Yi & Yury Stepanenko는 외란의 경계치를 추정하는 적응 슬라이딩모드 제어 알고리즘을 제시하였다[5].

본 논문에서는 Slotine이 제시한 적응 제어기에 외란의 경계치 추정 알고리즘과 위치오차의 보다 빠른 감소를 위해 위치오차 비례귀환부분을 추가한 제어기를 제시한다. 그리고 직류전동기의 동력학과 기계적인 마찰력을 고려한 로봇 매니퓰레이터의 동력학모델을 세우고 본 논문에서 제시한 제어기를 적용, 실

시간으로 구현하여 궤적 추종에 대한 실험적 검증을 통해 제어기의 타당성을 확인한다.

### II. 로봇 매니퓰레이터의 동력학

n의 자유도를 가지는 로봇의 역학방정식은 다음과 같은 비선형 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_v\dot{q} + F_d \operatorname{sgn}(\dot{q}) = \tau + \tau_d \quad (1)$$

$M(q)$	: 관성행렬, 대칭정치
$V(q, \dot{q})$	: 코리올리 및 구심력 관련 행렬
$G(q)$	: 중력 관련 행렬
$F_v$	: Viscous 마찰 계수행렬, 대각행렬
$F_d$	: Dynamic 마찰 계수행렬, 대각행렬
$\tau$	: 제어 입력 토크 벡터
$\tau_d$	: 외란

구동기로 직류전동기를 사용할 경우, 전기적 시상수 << 기계적 시상수이므로 인덕턴스성분을 무시할 수 있다. 이 경우 직류전동기의 입력전압  $u_k(t)$ 에 대한 출력토크  $\tau_k(t)$ 와 각변위  $q_{mk}(t)$ 의 관계식은 다음과 같은 2계 미분 방정식의 형태로 나타난다[4].

$$J_{mk} \ddot{q}_{mk}(t) + (B_{mk} + \frac{K_{bk}K_{mk}}{R_k}) \dot{q}_{mk}(t) + F_{mk}(q_{mk}) + F_{mk} \operatorname{sgn}(\dot{q}_{mk}) + \tau_k(t) = \frac{K_{mk}}{R_k} u_{k0} \quad (2)$$

$J_{mk}$	= the inertia of the kth motor
$B_{mk}$	= rotor damping constant
$K_{bk}$	= back emf constant
$K_{mk}$	= torque constant
$R_k$	= armature resistance
$F_{mk}$	= viscous friction
$F_{mk}$	= dynamic friction

관절과 전동기가 감쇠비가  $r_m$ 인 감속기로 연결된 경우, 관절 변수  $q_k$ 와 모터변수  $q_{mk}$  그리고 관절 토크  $\tau_k$ 와 직류전동기의 출력토크  $\tau_k$ 에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$q_{mk} = r_k q_k \quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

$$\tau_k = r_k \tau_{ik} \quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \quad (4)$$

식(1)과 식(2)로부터 n개의 조인트를 가지는 로봇의 구동기를 고려한 역학방정식은 다음과 같다.

$$\{r^2 J_M + M(q)\} \ddot{q} + \{r^2 B_M + V(q, \dot{q})\} \dot{q} + G(q) + \{r F_{mv} + F_v\} \dot{q} + \{r F_{md} + F_d\} \operatorname{sgn}(\dot{q}) = r K u + \tau_d \quad (5)$$

$J_M$	= $\operatorname{diag} \{ J_{mk} \}$	, (k=1, \dots, n)
$B_M$	= $\operatorname{diag} \left\{ B_{mk} + \frac{K_{bk}K_{mk}}{R_k} \right\}$	
$K$	= $\operatorname{diag} \left\{ \frac{K_{mk}}{R_k} \right\}$	
$F_{mv}$	= $\operatorname{diag} \{ F_{mk} \}$	
$F_{md}$	= $\operatorname{diag} \{ F_{dk} \}$	
$F_v$	= $\operatorname{diag} \{ F_{vk} \}$	
$F_d$	= $\operatorname{diag} \{ F_{dk} \}$	

식(5)를 간략하게 표시하면 다음과 같다.

$$M'(q)\ddot{q} + V'(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F'(q) = K'(u + u_d) \quad (6)$$

$$\begin{cases} M' = r^T J_u + M(q) \\ V' = r^T B_u + V(q, \dot{q}) \\ F' = \{rF_{m-} + F_u\}\dot{q} + \{rF_{m-} + F_u\} \text{sgn}(\dot{q}) \\ K' = rK \\ u_d = \frac{\dot{q}_d}{rK} \end{cases}$$

\* 위 로봇 동역학식은 다음과 같은 특성을 가진다.

특성 1 : 관성행렬  $M(q)$ 과  $M'(q)$ 는 Symmetric Positive Definite 행렬이다.

특성 2 :  $(M-2V)$ 와  $(M'-2V')$ 는 Skew-Symmetric행렬이다.

특성 3 : 역학 파라미터들은 기구학적인 정보에 대하여 다음과 같은 선형 관계식이 성립한다.

$$M'(q)\ddot{q} + V'(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F'(q) = K'Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\alpha \quad (7)$$

$$\begin{cases} Y : \text{기구학정보행렬 } (n \times m) \\ \alpha : \text{역학파라미터벡터 } (m \times 1) \end{cases}$$

### III. 적응 제어기의 설계

#### 1. 적응 제어기의 설계

Slotine은 비례미분 귀환부와 동역학 보상부분으로 제어기를 구성하고 정상상태의 위치오차의 수렴성을 보장하기 위해 슬라이딩 평면을 식(9)와 같이 정의하였으며 오차궤적이 이 평면을 따라서 움직이도록 역학파라미터를 추정하는 적응법칙과 제어법칙을 유도하고 Lyapunov안정도 판별법에 의해 시스템이 전체적으로 안정하도록 하였다[2].

위치오차  $e$ , 속도오차  $\dot{e}$  및 슬라이딩 평면 ( $s=0$ )을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{cases} e = q - q_d \\ \dot{e} = \dot{q} - \dot{q}_d \end{cases} \quad (8)$$

$$s = \dot{e} + \Lambda e, \quad \Lambda = \text{diag}(\text{양의 상수}) \quad (9)$$

가상의 참조궤적을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{cases} \dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda e, \quad s = \dot{q} - \dot{q}_r \\ \ddot{q}_r = \ddot{q}_d - \Lambda \dot{e}, \quad \ddot{s} = \ddot{q} - \ddot{q}_r \end{cases} \quad (10)$$

식(7)의 특징에 의해 식(6)은 다음과 같이 미지 파라미터에 대해 선형적으로 분리되어질 수 있다.

$$M'(q)\ddot{q}_r + V'(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) + F'(q) = K'Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\alpha \quad (11)$$

역학 파라미터의 추정오차는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = \hat{\alpha} - \alpha, \quad \hat{\alpha} = \hat{\alpha} \\ \begin{cases} \hat{\alpha} : \text{역학 파라미터의 실제값(상수)} \\ \hat{\alpha} : \text{역학 파라미터의 추정값} \\ \hat{\alpha} : \text{역학 파라미터의 추정오차} \end{cases} \end{cases} \quad (12)$$

Slotine은 [2]에서 다음과 같은 제어법칙을 제시하였다.

$$\begin{cases} u = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\hat{\alpha} - \beta s - \gamma \text{sgn}(s) \\ \hat{\alpha} = -\Gamma^{-1}Y^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)s \end{cases} \quad (13)$$

제터링을 억제하기 위해  $\text{sgn}(s)$ 는  $\text{sat}(s/\delta)$ 로 대체되어질 수 있다. 그러나 Slotine이 제시한 제어법칙은 비례미분 귀환부분의 이득을 고정되어 있어 외란이 존재하게되면 시스템의 안정을 보장할 수 없다. 따라서, Chun-Yi Su의 외란에 대한 이득 추정 방법을 도입하여 외란에 강인하도록 Slotine의 제어법칙을 수정하였으며 궤적 추종 성능을 향상시키기 위해 위치오차에 대한 비례미분부를 추가하였다.

제어 법칙 유도를 위해 목표궤적과 외란에 대해 다음과 같이 가정한다.

1. 목표궤적  $q_d$ , 목표속도  $\dot{q}_d$ , 목표가속도  $\ddot{q}_d$ 는 모두 경계된 값들이다.
2. 외란  $u_d$ 는 다음 관계를 만족한다고 가정한다.

$$\|u_d\| \leq \gamma + \beta \|s\| \quad (14)$$

( $\beta \geq 0, \gamma \geq 0$  이고  $\beta, \gamma$ 는 상수이다.)

제어법칙과 적응법칙을 다음과 같이 정의한다.

$$u = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\hat{\alpha} - \beta s - \gamma \text{sat}(s/\delta) - Pe \quad (15)$$

$$\hat{\alpha} = -\Gamma^{-1}Y^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)s \quad (16)$$

$$\hat{\beta} = \mu \|s\|^2 \quad (17)$$

$$\hat{\gamma} = \nu \|s\| \quad (18)$$

$P = \text{diag}(\text{양의 상수})$

$\Gamma = \text{양의 한정상수행렬}$

$\mu, \nu = \text{양의 상수}$

$$\text{sat}(s/\delta) = \begin{cases} 1, & s/\delta > 1 \\ s/\delta, & |s/\delta| < 1 \\ -1, & s/\delta < -1 \end{cases} \quad (19)$$

안정도 해석을 위해 Lyapunov candidate function  $V(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T K'^{-1} M' s + \frac{1}{2} \hat{\alpha}^T \Gamma \hat{\alpha} + \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\mu} (\beta - \hat{\beta})^2 + \frac{1}{2\nu} (\gamma - \hat{\gamma})^2 \quad (20)$$

$V(t)$ 의 도함수  $\dot{V}(t)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\dot{V}(t) = s^T [K'^{-1} M' \dot{s} + \frac{1}{2} K'^{-1} \dot{M}' s] + \hat{\alpha}^T \Gamma \dot{\hat{\alpha}} + e^T P \dot{e} - \frac{(\beta - \hat{\beta})\dot{\hat{\beta}}}{\mu} - \frac{(\gamma - \hat{\gamma})\dot{\hat{\gamma}}}{\nu} \quad (21)$$

$$= s^T Y \hat{\alpha} + \hat{\alpha}^T \Gamma \dot{\hat{\alpha}} + s^T u_d - s^T \hat{\beta} s - s^T \hat{\gamma} \text{sat}(s/\delta) - e^T P \Lambda e - \frac{(\beta - \hat{\beta})\dot{\hat{\beta}}}{\mu} - \frac{(\gamma - \hat{\gamma})\dot{\hat{\gamma}}}{\nu} \quad (22)$$

식(14), 식(16)을 적용하면 다음과 같다.

$$\dot{V}(t) \leq \|s\| \|u_d\| - \hat{\beta} \|s\|^2 - s^T \hat{\gamma} \text{sat}(s/\delta) - e^T P \Lambda e - \frac{(\beta - \hat{\beta})\dot{\hat{\beta}}}{\mu} - \frac{(\gamma - \hat{\gamma})\dot{\hat{\gamma}}}{\nu} \quad (23)$$

$$\leq \gamma \|s\| - \hat{\gamma} s^T \text{sat}(s/\delta) - e^T P \Lambda e - \frac{(\beta - \hat{\beta})\dot{\hat{\beta}}}{\mu} - \frac{(\gamma - \hat{\gamma})\dot{\hat{\gamma}}}{\nu} \quad (24)$$

①  $s \geq \delta$ 인 경우,  $s^T \text{sat}(s/\delta) = \|s\|$ 와 식(18)에 의해 다음과 같다.

$$\dot{V}(t) \leq -e^T P \Lambda e \leq 0 \quad (25)$$

②  $s < \delta$ 인 경우,  $s^T \text{sat}(s/\delta) = \|s\|^2/\delta$ 와 식(18)에 의해 다음과 같다.

$$\dot{V}(t) \leq \gamma \|s\| - \frac{\hat{\gamma} \|s\|^2}{\delta} - e^T P \Lambda e - (\gamma - \hat{\gamma}) \|s\| \quad (26)$$

$$\leq (1 - \frac{\|s\|}{\delta}) \hat{\gamma} \|s\| - e^T P \Lambda e \quad (27)$$

③의 경우,  $\dot{V}(t) \leq 0$ 이므로 시스템은 안정하며 오차상태는  $s=0$ 인 슬라이딩 평면을 향해게되며 ④의 경우가 발생한다.

④의 경우는  $\dot{V}(t) \leq 0$ 을 보장할 수 없으며  $V(t)$ 가 증가할 수 있다.  $V(t)$ 가 증가하게되면 ③의 경우가 되므로 위치오차와 속도오차는 슬라이딩 평면 부근을 따라 감소하게 된다. 결국, 오차는 globally uniformly ultimately bounded. ③의 경우  $s$ 가 0으로 수렴하지 못하므로 적응 파라미터의 발산을 방지하기 위해  $s < \delta$ 인 동안은 파라미터의 적응을 중지한다. 제어법칙의 블럭도는 그림 1과 같다.

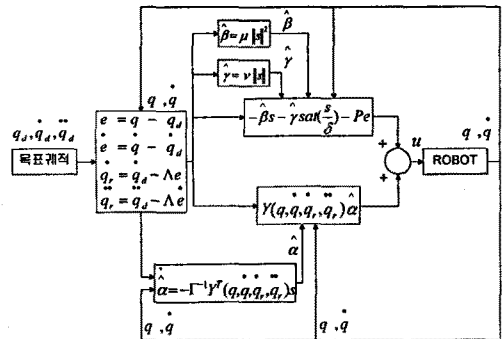


그림 1. 제어기의 블럭도

#### IV. 적응 제어기의 구현

##### 1. 실험 환경

실험에 사용된 로봇트 매니플레이터는 5축 수직 다관절형으로 각 관절이 직류전동기와 감속기, 광학적 엔코더로 구성되어 있다. 본 실험에서는 3축에 대하여 제어기를 구현하였다. 직류전동기를 구동하기 위해 전압제어형 PWM 증폭기를 제작하였고 제어기로 IBM호환 PC 486를 사용하였다. PWM 증폭기를 구동하기 위해 12BIT D/A 변환기와 위치 귀환을 위해 16BIT UP/DOWN COUNTER로 구성된 인터페이스 회로를 제작하였다. 제어기의 전체 구성은 그림 2와 같다.

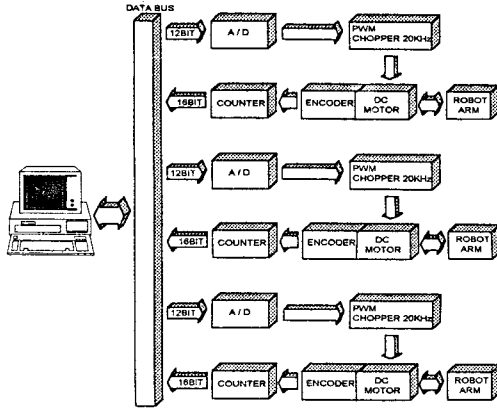


그림 2. 전체 시스템 구성도

##### 2. 실험방법 및 결과

적용법칙에 의해 추정되는 역학파라미터의 초기값은 모두 0으로,  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\gamma}$ 는 각각 15, 15로 설정하였으며  $P=2000I$ ,  $A=20I$ ,  $\delta=0.2$ , 적용법칙이득으로  $\Gamma=0.9I$ ,  $\mu=2.5$ ,  $\nu=2.5$ 을 사용하여 실험하였다. 위 설정값들은 시뮬레이션에 의해 결정되었다. 제어법칙의 계산시간은 1.9ms가 소요되었으며 샘플링 시간은 5ms로 하였고 그림 3과 같이 각 관절의 목표 궤적은 사다리꼴 속도궤적을 사용하였다. 로봇트 매니플레이터의 초기위치  $(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ 는 팔을 수평으로 편 상태이다. 그림 4는 직류전동기의 입력전압이며 그림 5는 궤적 추종 오차, 그림 6는 속도오차이다. 그림 7과 그림 8은 Slotine의 제어법칙을 채터링 억제하기 위해 수정하여 시뮬레이션을 통해 이득을 결정한 제어법칙

$$u = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}_d) \hat{a} - 15s - 15sa(s/\delta) \quad (28)$$

을 사용한 경우의 궤적 추종 오차와 속도오차이다.

그림 5, 6과 그림 7, 8를 비교하면, 실제 구현시 존재하는 외란으로 인해 식(28)의 제어법칙은 큰 오차를 보인다. 그러나 본 논문에서 제시한 제어법칙은 오차가 현저히 줄어든 것을 알 수 있다.

#### V. 결론

본 논문에서는 Slotine의 적응제어법칙을 외란에 강인하도록 비례귀환부분의 이득을 추정하도록 수정하였고 궤적 추종 오차의 수렴 속도 개선을 위해 궤적 추종 오차 비례귀환부분을 추가한 제어기를 제시하였다. 정밀한 실험을 위해 구동기의 동역학을 포함한 로봇트 매니플레이터 동역학식을 세웠으며 이 동역학식에 제시된 제어법칙을 적용하여 제어법칙의 타당성을 입증하였다. 제시된 제어법칙은 오차가 정확히 0으로 수렴하지 않는 단점이 있다. 이는 채터링을 억제하기 위해 사용한 식(19)의 포화함수로 인한 것이며 후후 개선되어야 한다.

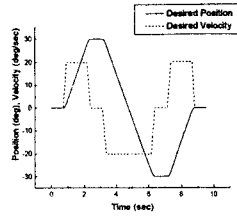


그림 3. 목적 궤적 및 속도

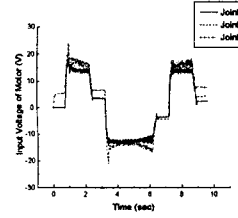


그림 4. 직류전동기의 입력전압

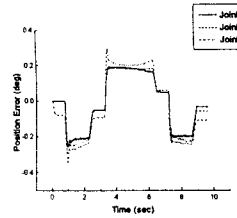


그림 5. 궤적 추종 오차

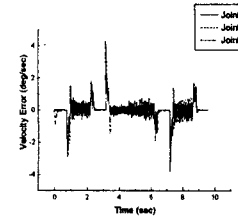


그림 6. 속도 오차

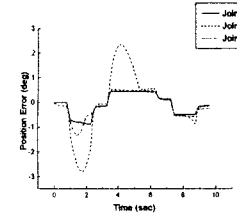


그림 7. 식(28)의 궤적추종오차

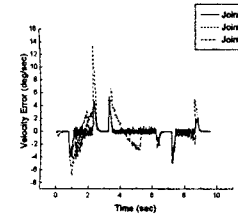


그림 8. 식(28)의 속도오차

#### 참고 문헌

- [1] C.H.An, C.G.Atkeson, J.M.Hollerbach, "Experimental Evaluation of Feedforward and Computed Torque Control," IEEE Conf.on Robotics and Automation, Vol.2, pp.165-168, 1987
- [2] J.J.E. Slotine, Weiping Li, "On the Adaptive Control of Robot Manipulators," Int.J.Robotics Res., pp.49-59, June, 1987
- [3] John J.Craig, Ping Hsu, S.Shankar Sastry, "Adaptive Control of Mechanical Manipulators," Int.J.Robotics Research, Vol.6, No.2, pp.16-28, Summer, 1987
- [4] J.J.E.Slotine, Weiping Li, "Adaptive Manipulator Control: A Case Study," IEEE Trans.on Automatic Cont., Vol.33, No.11, pp.995-1003, November, 1988
- [5] Chun-Yi Su, Yury Stepanenko, "Adaptive Sliding Mode Control of Robot Manipulators with General Sliding Manifold", in Proc. IEEE Conf. on Int. Robots and Systems, pp.1255-1259, 1993
- [6] F.L. LEWIS, C.T. ABDALLAH, D.M. DAWSON, *Control of Robot Manipulators*, MACMILLAN PUB., 1993
- [7] Mark W. Spong, M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, Wiley, 1989
- [8] J.J.Slotine, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, 1991
- [9] M. Vidyasagar, *Nonlinear Systems Analysis*, Prentice-Hall, 1993