

적분형 COFB를 갖는 바이너리제어

유 완 식^o, 김 응 회, 김 응 철, 김 영 석
 인하대학교 전기공학과

Binary Control with Integral COFB

Wan-sik You^o, Ung-hoe Kim, Yeung-cheol Kim, Young-seok Kim
 Dept. of Electrical Eng., Inha Univ.

Abstract

Binary control with integral COFB is presented to alleviate the chattering. Binary control system consists of the main loop and the external loop which transforms the gain of main loop smoothly, and can generate the continuous control input under the existence of the delay and the switching frequency limitation of the controller. Therefore, it has the properties of chattering alleviation, in addition, advantages of the conventional variable structure control. To confirm the validity of the developed controller, position control of brushless DC motor with binary controller as a position controller is performed.

1. 서론

AC 서보모터의 구동에 있어서 가장 중요한 것은 응답속도가 빠르면서도 오버슈트가 없고 파라미터 변동이나 외란에 대해 강한 제어를 구현하는 것이다. 이러한 면에서 최근 건설한 제어성능을 얻기 위한 제어기로는 슬라이딩모드제어가 매우 각광을 받고 있다. 슬라이딩모드제어는 파라미터 변동이나 외란의 영향을 받지 않는 강한 제어특성과 제어기의 설계가 용이하고 구현이 간단하며 시스템에 대한 정확한 정보를 알 필요가 없고 슬라이딩 면의 기울기가 적절하게 선정되면 오버슈트가 없는 빠른 응답을 얻을 수 있는 장점을 가지고 있다.^{[2][3][4]} 그러나 이 제어기는 채터링이라는 심각한 문제가 발생하고 채터링 현상은 시스템에 예기치 않은 불안정을 초래할 수 있고, 소자들에 손상을 줄 수 있어 슬라이딩모드제어가 산업현장에 적용되는데 있어서 가장 큰 걸림돌이 되고 있다.

본 연구에서는 슬라이딩모드제어가 가지는 문제점인 채터링을 저감시키기 위해 바이너리 제어(Binary Control)^[5]를 이용한 브러시리스 직류전동기의 위치제어를 개발한다. 바이너리 제어는 hypercone이라고 하는 일정 영역을 설정하고, 이 영역 내에서 시스템의 구조를 전환하여 연속적인 제어입력을 생성하므로써 채터링을 저감시키는 특징을 가지고 있다.

제안하는 제어법의 타당성을 확인하기 위해 브러시리스 직류전동기의 위치제어를 행하였다.

2. 바이너리제어

2.1 적분형 COFB를 갖는 바이너리제어기

그림 1에 바이너리제어의 개략도를 나타내었다. 그림에서와 같이 바이너리제어는 두 개의 제어기, 즉 C_u 와 C_μ 로 구성되어 있다. 제어기 C_u 는 주루프제어기로 제어대상인 플랜트(p_s)

를 직접 제어하는 역할을 하고, 제어기 C_μ 는 외부루프제어기로 제어기 C_u 의 파라미터를 조정하는 역할을 한다. 그리고 이러한 형태의 피드백을 Coordinate-Operator Feedback(COFB)이라고 한다.

다음과 같은 스칼라입력을 갖는 선형시변시스템의 상태방정식을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -a_1(t)x_1(t) - a_2(t)x_2(t) - u(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $x_1(t) = x(t)$

$$x_2(t) = dx(t)/dt = \dot{x}(t)$$

$$a_{i \min} \leq a_i(t) \leq a_{i \max}, \quad i = 1, 2 \quad t \geq t_0$$

이러한 형태의 모델을 S-시스템이라고 하고, 벡터함수 $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T \in R_x^2$ 를 제어되는 프로세스(Controlled Process) 또는 P_x 프로세스라고 한다.

바이너리제어의 경우에는 오차방정식에 대한 초평면(hyperplane)을 다음과 같이 정의한다.

$$\sigma(t) = -[1, c] x(t) \quad (2)$$

위의 초평면은 슬라이딩모드제어의 초평면과 유사하지만 슬라이딩모드제어와는 달리 오차의 궤환이 음이 되도록 "-" 부호가 추가되었다. 또 바이너리제어의 경우는 $\sigma = 0$ 의 면 위에서 뿐만 아니라 그림 2에서 보여지는 것과 같이 다음식으로 정의되는 G_δ 영역 내에서 슬라이딩이 발생한다.

$$G_\delta = x : \sigma^+(x) \sigma^-(x) \leq 0$$

$$\sigma^+(x) = \sigma(x) - \delta|x|, \quad \delta: const. \quad (3)$$

$$\sigma^-(x) = \sigma(x) + \delta|x|, \quad 0 \leq \delta < 1$$

여기서, G_δ 를 오차 $x(t)$ 에 대한 hypercone이라 하고, 파라미터 δ 는 설계 파라미터이다.

그림 1의 바이너리제어기가 다음과 같은 제어알고리즘을 갖을 때 적분형 COFB를 갖는 바이너리제어기라고 한다.

$$\begin{aligned} C_u : u(t, x) &= k(t)x(t) \\ k(t) &= k^0 \mu(t) \operatorname{sgn} x(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$C_p: \dot{\mu}(t) = -\alpha \operatorname{sgn} \alpha(x(t)) \quad \text{for } |\mu(t)| \leq 1 \quad (5)$$

$$= -\gamma \mu(t) \quad \text{for } |\mu(t)| > 1$$

여기서 k^0 , α , γ 는 제어이득으로 임의의 양의 상수이고, $\alpha(t)$ 는 $\alpha(t) = -x(t) - c\dot{x}(t)$ 인 COFB 루프에러이다.

2.2 G_δ 영역 내에서의 원점 O_x 로의 수렴

영역 G_δ 의부로부터 G_δ 에 도달한 제어되는 프로세스가 G_δ 내에서 원점으로 수렴할 수 있음을 증명한다. 이 사실은 다음의 식을 이용하여 증명될 수 있다.

$$\dot{x}(t) = -x(t)/c - \alpha(t)/c \quad (6)$$

$$|\alpha(t)| \leq \delta |x(t)| \quad (7)$$

$x(t)$ 와 $\dot{x}(t)$ 에 대한 노름(norm)을 구하면 다음과 같다.

$$\|x(t)\| = |\dot{x}(t)| + |x(t)| \quad (8)$$

$$\leq \frac{1+c+\delta}{c} |x(t)|$$

또, 식 (7)의 조건 하에서 식 (6)의 해를 구하고 Gronwell-Bellian Lemma^[6]를 적용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\|x(t)\| \leq \frac{1+c+\delta}{c} \|x(t_1)\| \exp\left[-\frac{1-\delta}{c}(t-t_1)\right] \quad (9)$$

식 (9)는 $0 < \delta < 1$ 의 조건을 만족하면 식 (10)이 만족하고, 따라서 $x(t)$ 가 일단 G_δ 영역 내에 들어가면 $x(t)$ 는 원점 O_x 로 수렴함을 알 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0 \quad (10)$$

2.3 G_δ 불변조건(G_δ Invariant Condition)

G_δ 불변조건은 제어되는 프로세스 $x(t)$ 가 일단 영역 G_δ 내에 들어가면 그 후로 계속 G_δ 영역을 벗어나지 않고 영역 내에 머물러 있을 조건을 말한다.

시간 t 에서 제어되는 프로세스가 G_δ 의 경계에 있을 때 즉, $\sigma^+(x(t)) = 0$ 일 때 함수 $\sigma^+(x(t))$ 의 변화를 구해보면 다음과 같다.

$$\dot{\sigma}^+|_{\sigma^+=0} = c \left[(a_1(t) - a_2(t)) \frac{1+\delta \operatorname{sgn} x(t)}{c} + \left(\frac{1+\delta \operatorname{sgn} x(t)}{c} \right)^2 |x(t)| + c k^0 \mu |x(t)| \right] \quad (11)$$

식 (11)에서 만약 $\alpha(x(t)) > 0$ 이라면 슬라이딩모드제어에서와 같이 $\dot{\alpha}(x(t)) < 0$ 의 조건이 만족하면 $x(t)$ 는 G_δ 영역 밖으로 벗어나지 않음을 알 수 있다. 이 관계를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\alpha(x(t)) \cdot \dot{\alpha}(x(t)) < 0 \quad (12)$$

따라서, 이 때의 조건을 구하면 다음과 같다.

$$k^0 > \sup_{t \geq t_0} \left| a_1(t) - a_2(t) \frac{1+\delta \xi}{c} + \left(\frac{1+\delta \xi}{c} \right)^2 \right| \quad (13)$$

$$\text{단, } \xi = \operatorname{sgn} x(t)$$

이상으로 부터 적분형 COFB를 갖는 S_μ 시스템의 모든 제어되는 프로세스는 식 (13)을 만족하면서 일단 영역 G_0 ($\alpha(x(t)) = 0$ 의 선상)에 도달하면 영역 G_δ 는 불변이다.

2.4 G_δ 도달조건 (G_δ Attracting Condition)

G_δ 도달조건은 그림 2에 나타낸 x^I 프로세스가 유한한 시간 내에 영역 G_δ 에 도달하고, x^II 프로세스가 점근적으로 원점 O_x 에 수렴하기 위한 조건을 의미한다.

G_δ 도달조건은 바이너리제어 시스템을 가변구조계로 변환하여 이 가변구조계의 도달조건(hitting condition)으로 부터 구할 수 있다. $\mu(t)$ 는 $|\mu(t)| \leq 1$ 내에서 변화하므로 G_δ 의 경계에서는 $\mu(t) = -\operatorname{sgn} \alpha(x(t))$ 가 되고 식 (1), (4), (5)를 정리하면 다음과 같은 가변구조계가 된다.

$$\dot{x}(t) + a_2(t)x(t) + a_1(t)x(t) = k^0 |x(t)| \operatorname{sgn} \alpha \quad (14)$$

따라서, 식 (14)의 가변구조계가 슬라이딩면에 도달할 조건을 세우면 바이너리제어의 G_0 에 도달할 조건이 되고 G_0 로의 도달은 영역 G_δ 에 도달할 충분조건이 된다.

식 (14)로 표현된 시스템의 도달조건을 구하기 위해 초기조건 $x(t_0)$ 는 G_0 에 속하지 않고 편의상 $\alpha(x(t_0)) > 0$ 인 것으로 가정한다. 이때 $\alpha(t)$ 에 대한 도함수는 다음과 같다.

$$\dot{\alpha}(t) = -c\dot{x}(t) - \dot{x}(t)$$

$$= -\frac{ca_2(t)-1}{c} \alpha(t) - \left(\frac{ca_2(t)-1}{c} - ca_1(t) \right) x(t) - c k^0 |x(t)|, \quad t \geq t_0 \quad (15)$$

$t \geq t_0$ 에서 $\alpha(x(t)) > 0$ 이라고 가정했으므로 식 (15)가 G_0 에 도달하기 위해서는 $\dot{\alpha}(t) < 0$ 이어야 한다. 따라서 다음의 식 (16)이 만족하면 가변구조 시스템은 G_0 에 도달하게 되고, 또한 S_μ 시스템은 G_δ -attracting 하다고 할 수 있다.

$$\inf_{t \geq t_0} ca_2(t) > 1, \quad c > 0 \quad (16)$$

2.5 파라미터 변동에 대한 독립성

바이너리제어에 있어서 프로세스들은 도달조건이 만족되면 어떤 유한한 시간 내에 G_δ 영역에 들어가게 되고 그 후로는 시스템의 특성이 식 (6)과 (7)에 의해 지배되므로 파라미터 변동에 무관하게 되어 강인한 특성을 얻을 수 있다. 또 δ 의 크기를 작게하면 바이너리제어기는 슬라이딩모드제어기와 동일하게 된다.

3. 실험 결과 및 고찰

제안한 제어법의 타당성을 확인하기 위하여 실험을 행하였다. 그리고 비교·평가를 위해 기존의 슬라이딩모드제어기와 바이너리제어기 두 종류의 제어기에 대하여 실험을 행하였다. 실험에 사용된 하드웨어 구성도를 그림 3에 나타내었다.

그림 4와 그림 5는 각각 슬라이딩모드제어기(SMC)와 바이너리제어기(BC)의 위치제어와 속도를 나타낸 파형이고, 그림 6과 그림 7은 위상평면상에서의 상태궤적을 나타낸 것이다. 지령치는 2π [rad]으로 두 경우 모두 잘 추종함을 볼 수 있다. 상태궤적을 나타내는 파형에서 SMC의 경우는 슬라이딩 면을 따라 직선적으로 원점으로 향하고 있는데 반해 BC의 경우는 곡선을 그리면서 원점으로 향하고 있다. 이것은 슬라이딩모드 제어와 바이너리제어의 차이점을 잘 나타내고 있는 것으로 바이너리제어는 이와 같이 영역 내에서 시스템의 구조가 완만하게 변형되므로 고주파의 채터링을 줄일 수 있다. 그림 8과 그림 9에는 두 경우의 토크분 지령전류 i_{qref} 와 실제전류 i_q 를

보인 것이다. SMC의 경우 과도상태 초기의 q 축 전류는 슬라이딩면을 중심으로 큰 폭의 채터링이 발생하고 있음을 볼 수 있으나 BC의 경우는 연속적인 제어입력을 생성함으로써 지령전류의 채터링은 거의 보이지 않고 있다. 그리고 실제전류에 있어서도 지령전류와 유사한 현상을 발견할 수 있다. 그러나 목표점에 도달해서는 SMC와 BC 모두 어느 정도의 진폭을 갖는 채터링이 발생하고 있는데 이것은 슬라이딩모드 전류제어가 가지는 특성에 의한 것이다.

이상으로 시뮬레이션과 실험을 통하여 제안한 제어기와 기존의 제어기를 비교평가함으로써 제안하는 제어기의 타당성을 확인하였다.

4. 결 론

본 연구에서는 바이너리제어기를 이용한 위치제어기와 슬라이딩모드 전류제어기를 사용하여 브러시리스 직류전동기의 위치제어를 행하였다. 실험을 행한 결과 다음과 같은 결론을 얻

을 수 있었다.

- 1) 외부부하제어기를 추가함으로써 주부하제어기의 이득을 유한하게 할 수 있다.
- 2) 제어입력을 연속적으로 가변함으로써 토크분 전류의 채터링을 줄일 수 있었다.
- 3) 지령전류의 채터링이 저감됨에 따라 과도상태에서 전동기의 기계적인 채터링을 저감시킬 수 있었다.
- 4) 파라미터 변동 및 외란에 강한 위치제어기의 구현이 가능하다.
- 4) 오버슈트가 없는 안정하고 정밀한 제어기의 구성이 가능하다.

참 고 문 헌

- [1] K.J. Astrom 외 1인, "Adaptive control," Addison Wesley, 1989.
- [2] U. Itkis, Control Systems of Variable Structure, Halsted press, 1976.
- [3] V.I. Utkin, "Variable Structure System with Sliding Modes", IEEE Trans. AC., Vol.AC-22, pp.212-222, 1977.
- [4] C. Namuduri, Paresh. sen, "A Servo-Control System Using a Self-Controlled Synchronous Motor(SCSM) with Sliding Mode Controller", IEEE Trans. Ind. Appl., Vol.A-23, No.2, pp.283-295, 1987.
- [5] C. Rossi, "Variable structure control of a brushless motor," EPE FRIENZE, pp.1-007~1-012, 1991.
- [6] A.Weinmann, Uncertain Models and Robust Control, Springer-Verlag Wein New York, 1991.

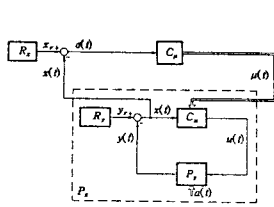


그림 1. 바이너리제어의 개략도

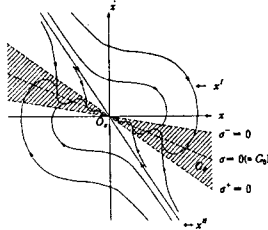


그림 2. x^I 프로세스와 x^{II} 프로세스의 동작

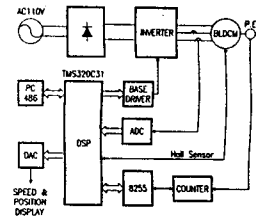


그림 3. 하드웨어 구성도

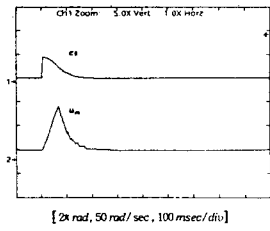


그림 4. SMC의 위치제어와 속도 실험 파형

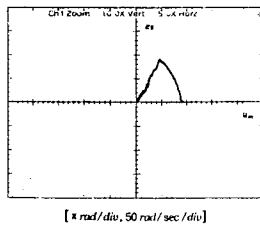


그림 6. SMC의 위상궤적 실험 파형

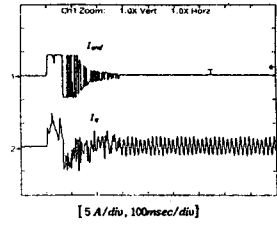


그림 8. SMC의 i_{qref} 와 i_q 실험 파형

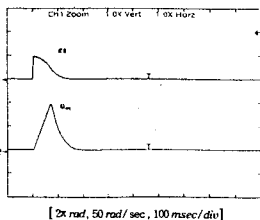


그림 5. BC의 위치제어와 속도 실험 파형

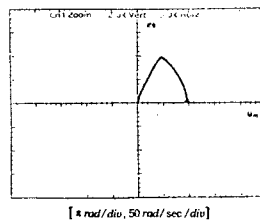


그림 7. BC의 위상궤적 실험 파형

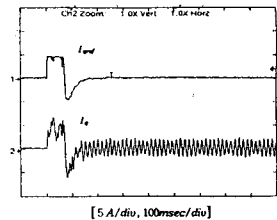


그림 9. BC의 i_{qref} 와 i_q 실험 파형