

# 레일진동에 따른 자기부상열차의 부상 및 주행 특성 고찰

임달호, 홍정표, °정인성  
한양대학교 전기공학과

## A study on the Levitation and Running Characteristics of MAGLEV for rail vibration

D. H. Im, J. P. Hong, °I. S. Chung  
Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University.

**Abstract** - This paper focuses on the dynamic interaction between travelling vehicle and flexible guideway rail system. From a numerical analysis on the simply supported beam vibration excited by a sequence of magnetic force, we studied the dynamic response of MAGLEV.

### 1. 서론

자기부상열차(MAGLEV)의 부상 방식중의 하나인 상전도 전자흡인식 부상(Electromagnetic Suspension System : EMS)방식은 부상용 전자석에서 발생하는 전자력을 이용하여 부상력을 얻는 시스템이다. 이러한 MAGLEV 시스템에서 레일이 충분히 튼튼하지 못할경우, 부상용 전자석에서 발생하는 전자력에 의해 레일이 변위 및 진동을 일으키게 되고, 이러한 진동현상은 일반적으로 승차감의 저하, 소음의 증가 등을 초래하게 되며 전체적인 MAGLEV 시스템을 불안정하게 한다[1].

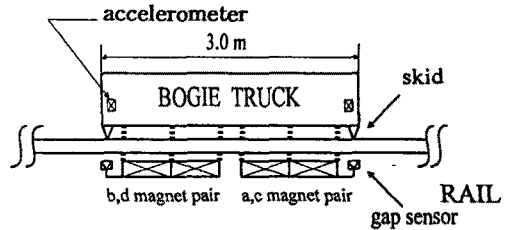
레일을 충분히 튼튼하게 설치하면 이러한 진동현상은 무시할 수 있을 정도로 줄어들게 되나 이에 따른 건설비의 증가를 초래하게 된다.

이에 본 논문에서는 레일의 강성 변화에 따른 레일 진동의 양상과 자기부상열차용 bogie의 부상 및 주행특성 변화에 대해 연구하였다. 이를 위해 4개 편미분 방정식으로 표현되는 레일의 진동 방정식과 자기부상열차 모듈의 회로 방정식, 운동 방정식을 결합시키고 차분법을 이용하여 해석하였다.

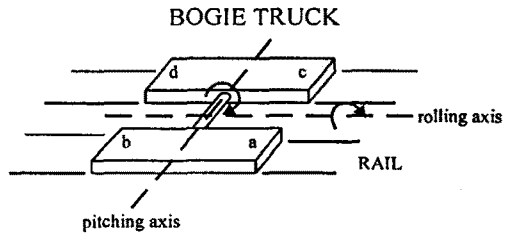
### 2. 자기부상열차의 구성

그림1(a)는 본 연구실에서 개발한 자기부상열차용 bogie(총질량 3.2t)로서, 두개의 모듈로 이루어져 있고 각 모듈에는 4개의 U자형의 부상 및 안내용 전자석이 배치되어 있다. 각각의 전자석은 두개씩 한 조로 구성되어 제어되고 있으며, 그림1(b)에

나타낸 a, b, c, d 위치에 있는 갭센서(gap sensor)와 가속도계(accelerometer)의 신호를 제어용 귀환신호로 하고 있다.



(a) 마그네트 및 센서의 구성



(b) 운동모드

그림1 bogie의 구조

Fig.1 Construction of bogie truck

본 논문에서 사용한 좌표계를 그림2에 나타내었다. X축을 주행방향으로 두었으며 절대면으로 삼았다. Z(x,t)는 절대면에 대한 레일의 변위를 나타낸다.  $X_m(t)$ 는 레일과 마그네트와의 거리(공극)를 나타내며, 절대면에 대한 마그네트의 위치를  $y(t)$ 로 나타내었다.

자기부상열차는 heave, rolling, sway, pitching, yawing, twisting 의 6가지 자유도를 가지고 있다. 그림1(b)는 pitching과 rolling축을 나타내고 있으며 twisting은 앞의 두축 모두에 대해 작용하는 운동모드이다.

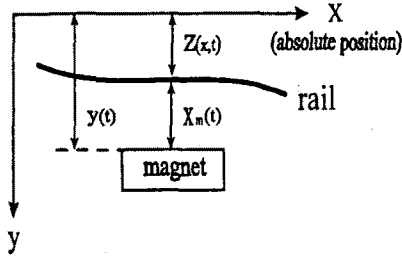
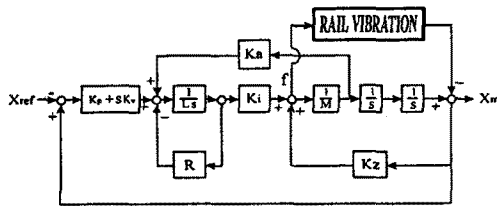


그림2 좌표계  
Fig.2 Coordinate system

본 연구에서는 안내계와 관련된 sway, yawing을 제외하고, 4가지 자유도로써 자기부상열차의 운동을 묘사하였다. 즉 4가지 모드의 등가질량을 자기부상열차의 기계적 구조로부터 구하고, a,b,c,d 각 위치에서 발생하는 마그네트의 부상력을 4가지 운동모드별 힘으로 변환하여 열차의 운동을 묘사하였다. 각 모드별 등가관성질량과 가속도로 표현한 운동방정식은 다음의 식(1)과 같이 표현된다[2]. 여기서 G는 중력가속도를 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} M_h \cdot \ddot{y}_h - G \\ M_p \cdot \ddot{y}_p \\ M_r \cdot \ddot{y}_r \\ M_t \cdot \ddot{y}_t \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \\ F_d \end{bmatrix} \quad (1)$$

레일의 진동을 포함한 시스템의 블록선도를 그림3에 나타내었다.



$$K_i = -\frac{\mu_0 N^2 A_i}{2x_m^2}, \quad K_z = \frac{\mu_0 N^2 A_i^2}{2x_m^3}$$

$K_p, K_v, K_a$ : 상태변수 변환이득

그림3 시스템 구성도  
Fig.3 Block diagram of system

시뮬레이션에 사용된 시스템의 제원은 다음과 같다.

마그네트 코일턴수 N	690 [turn]
마그네트 자극폭 $W_a$	25 [mm]
마그네트 자극길이 $W_p$	600 [mm]
마그네트 권선저항 R	1.9 [Ohm]
전체 질량 $M_h$	3200 [Kg]
피칭등가질량 $M_p$	4902 [Kg]
롤링등가질량 $M_r$	3334 [Kg]
트위스팅등가질량 $M_t$	1613 [Kg]
부상 목표치 $x_{ref}$	6 [mm]

표 1. 시스템의 제원  
Table 1. Dimensions of system

### 3. 레일의 진동 방정식

상대적으로 작은 비틀림 진동을 무시하고 상하진동만을 고려하면 레일의 상하방향 진동 방정식은 다음과 같은 Bernoulli-Euler Beam Equation으로 표현된다[3].

$$EI \frac{\partial^4 z(x,t)}{\partial x^4} + CI \frac{\partial^5 z(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + \rho A_r \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} = f(x,t) \quad (2)$$

여기서,

$$\begin{aligned} E &: \text{Young의 탄성률} \quad (2.06 \times 10^{11} \text{ [ N/m}^2 \text{ ]}) \\ I &: \text{관성 모멘트} \quad (1.097 \times 10^{-5} \text{ [ m}^4 \text{ ]}) \\ C &: \text{내부감쇠계수} \quad (1.008 \times 10^8 \text{ [ Ns/m}^2 \text{ ]}) \\ \rho &: \text{레일의 비중} \quad (7.86 \times 10^3 \text{ [ Kg/m}^3 \text{ ]}) \\ A_r &: \text{레일의 단면적} \quad (0.01575 \text{ [ m}^2 \text{ ]}) \\ f(x,t) &: \text{단위길이당 외력} \end{aligned}$$

위의 편미분방정식의 해는 변수 분리법을 이용하여  $x$ 만의 함수인  $A(x)$ 와  $t$ 만의 함수인  $b(t)$ 의 곱들의 무한합으로 표현할 수 있다.

$$z(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(x) \cdot b_n(t) \quad (3)$$

레일이 동일 간격으로 단순지지되어 있고, 각 지지대에서 끊어져 있으며, 지지기반의 흔들림이 없다고 가정하여 다음과 같은 경계조건을 적용하였다.

$$z(0,t) = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(0,t) = 0 \quad (4)$$

$$z(l,t) = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(l,t) = 0$$

(4)식을 적용하여 풀면  $A_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right)$ 가

되며, (2)식은 다음의 상미분 방정식으로 표현된다.

$$\frac{d^2 b_n(t)}{dt^2} + 2\zeta_n \omega_n \frac{db_n(t)}{dt} + \omega_n^2 b_n(t) = \frac{2}{\rho A_r l} \int_0^l f(x,t) \sin \frac{n\pi x}{l} dx \quad (5)$$

$$\text{여기서, } \omega_n = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A_r}}$$

$$\zeta_n = \left(\frac{c}{2}\right) \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{\rho A_r EI}}$$

### 4. 레일의 진동에 따른 부상 및 주행특성

본 연구에서는 표1과 같이 MAGLEV Controller의 부상목표를 6mm로 두고 레일의 단면적을 고정시켜놓은 상태에서, 레일지지대 사이의 거리  $l$ 을 변화시켰을 때의 특성을 살펴보았다.

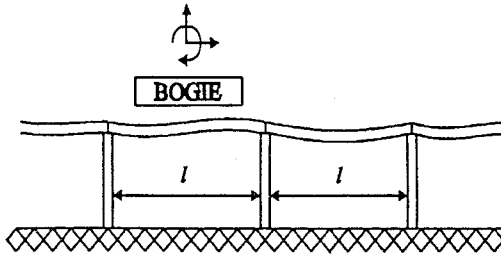


그림4 주행레일의 구조  
Fig.4 Construction of running rail

MAGLEV의 부상특성에 대한 시뮬레이션 파형과 이때의 레일의 변화를 그림5와 그림6에 나타내었으며, 이해의 편의를 위해 검센서의 Signal을 부상높이로 변환하였다.  $l$ 을 크게 함에따라 부상특성이 악화되고, 3m 보다 크게 하였을 때에는 본 시스템에서는 전혀 목표치에 수렴하지 못함을 알 수 있다.

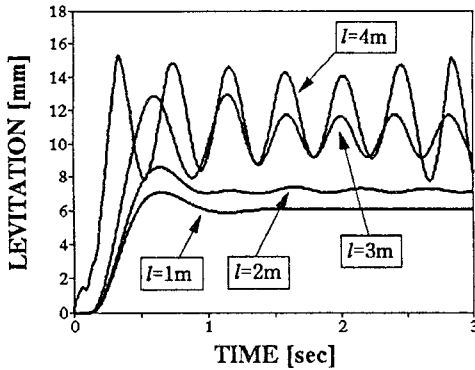


그림5  $l$ 의 변화에 따른 부상특성  
Fig.5 Levitation characteristics according to  $l$

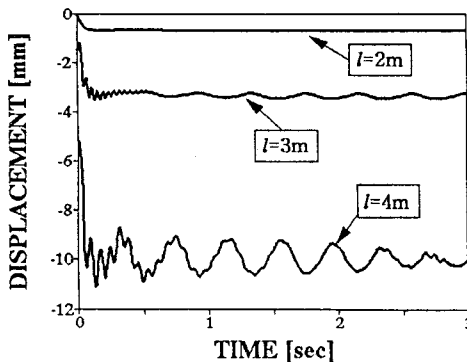


그림6  $l$ 의 변화에 따른 레일의 변위  
Fig.6 Displacement of rail according to  $l$

주행특성은 50Km/h 와 100Km/h 의 두가지 속도에 대하여 행하였다. 그림7은 그 결과로서 실선은 50Km/h, 점선은 100Km/h 일때를 나타낸다. 그림에는 나타나지 않았지만  $l$ 이 2.5m 이상이면 전혀 부상궤를 유지하지 못하였다.

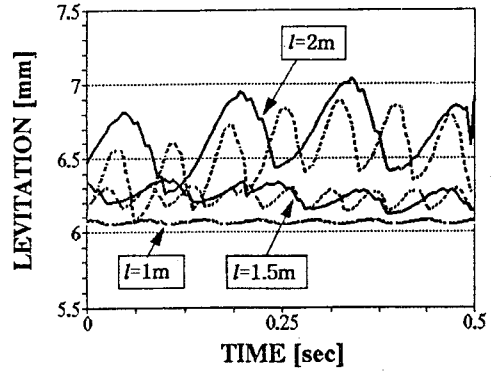
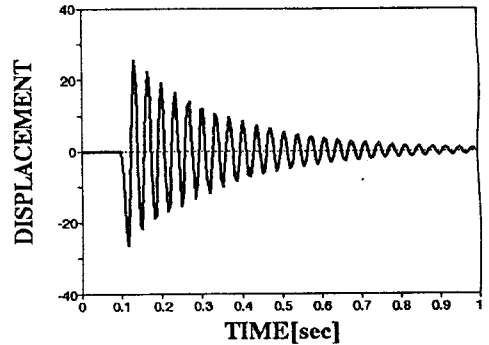


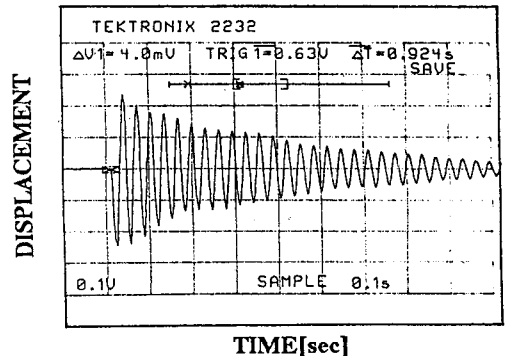
그림7 주행시의 부상높이  
Fig.7 Levitation height of running

그림8은  $l=2.7m$ 의 레일에 임펄스 외란을 가하여 측정된 레일의 과도진동에 대한 파형을 시뮬레이션치와 비교한 것이고, 표2는  $l=2.7m$ 인 레일의 증양에  $m=200Kg$ ,  $m=400Kg$ 의 하중이 가해져 있을때의 정적변위량에 대한 실험치와 시뮬레이션치를 비교한 것이다.

1차 고유진동수는, 시뮬레이션치에서는 29.2Hz 였으며 실험데이터 분석결과는 31.5Hz로 나타났다.



(a) 시뮬레이션 결과



(b) 실험 결과

그림8 임펄스 외란에 대한 응답  
Fig.8 Response to a impulse excitation

하중 [Kg]	변위 [mm]	
	시뮬레이션	실험
200	0.356	0.35
400	0.712	0.71

표2. 정하중에 대한 레일의 변위

Table2 Rail displacement at a static load

## 5. 결론

본 연구에서는 레일과 자기부상열차와의 상호작용을 검토하였으며, 시뮬레이션을 통해 자기부상열차의 부상 및 주행특성이 레일지지대 사이의 거리 변화에 따라 큰 영향을 받음을 알 수 있었다.

또한 본 시뮬레이션의 제원으로 한 자기부상열차 시스템에서는 원만한 부상과 주행특성을 얻기 위해서는  $l$ 을 2m 이내로 잡아야 하며, 만약  $l$ 을 2m 이상으로 하려면 레일의 관성모멘트를 증가시켜야 함을 알 수 있었다.

전체적인 자기부상시스템의 안정성과 경제성의 향상차원에서 볼 때 본 주제에 대해 앞으로 많은 연구가 수행되어야 하리라 사료된다.

## 참고 문헌

- [1] Toshico Nakagawa, Sakae Yamamura, "Research for Electromagnetically Levitated vehicle Running on Rails Considering Rail oscillation", IEEJ, pp.55-61, 1985.
- [2] 임달호 외, "자기부상열차의 이산집중제어", 1994년도 대한전기학회 하계학술대회논문집, pp.177-179, 1994.
- [3] Humar, J.L., Dynamics of structures, Prentice Hall, pp.668-671, 1990.