

## 구동점 어드미턴스 함수를 이용한 등가 시스템

홍준희\* 정병태 조경래 정해성 박종근

서울대학교 전기공학과

### Equivalent System Using Driving-Point Admittance Function

Jun-Hee Hong Byung-Tae Jeong Kyung-Rae Cho Hae-Seong Jeong Jong-Keun Park

Dept. of Elec. Eng. Seoul Nat'l Univ.

**Abstract:** This paper presents a method of obtaining transmission network equivalents from the network's driving-point admittance characteristic. Proposed method is based on modal decomposition representation for the large-scale interconnected system. As a result, Norton-type of discrete-time filter model can be generated. It can reproduce the driving-point admittance characteristic of the network. Furthermore proposed model can be implemented into the EMTP in a direct manner. The simulation results with the full system representation and the developed equivalent system showed a good agreement.

**Keywords:** Electromagnetic Transients, Network Function, Prony Analysis, Driving-point Admittance.

#### I. 서론

보통의 전력조류 계산이나 고장해석등이 수백 모선 규모의 전력계통을 대상으로 행해짐에 반하여 이와 같은 규모의 계통을 구성하는 요소들을 모두 자세히 표현하는 방식으로 전자기 과도현상 해석을 하는 것은 거의 불가능하다. 따라서 해석 대상계통의 일부 또는 대부분을 간단한 등가 시스템으로 표현해야 함은 거의 필연적이다.

최근 발표된 일련의 논문들에서 전자기 과도현상 해석을 위한 시간영역에서의 등가축약법이 제안되어 새로운 가능성을 보여 주고 있다. 본 논문에서는 시스템의 구동점 어드미턴스 함수를 구하고, 이로부터 EMTP와 같은 시간영역 해법을 사용하는 시뮬레이터에 바로 사용할 수 있는 이산시간 필터 꼴의 등가 시스템을 구현하는 방법을 소개한다. 이 방법은 축약대상 시스템의 전압 여기신호에 대한 전류응답을 구한 후 이를 분석하여 구동점 어드미턴스 함수를 부분분수 전개된 꼴로 구한다. 그리고 이로부터 주어진 시스템의 과도응답 특성을 재현할 수 있는 등가 시스템을 구한다.

#### II. 등가 어드미턴스 함수

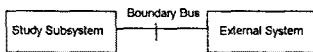


그림 1. 축약대상 시스템과 해석 시스템

그림 1의 축약대상 시스템 내부에서 나타나는 과도신호는 관심의 대상이 아니며 단지 경계모선을 통하여 해석 대상 시스템에 미치는 영향만이 중요한 의미를 가지므로 축약대상 시스템을 다음 그림 2와 같이 등가회로로 표현하는 것이 경제적이다.

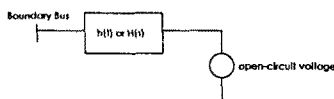


그림 2. 등가회로 표현

그림 1에서 경계모선에 여기신호로 전압 펄스를 가하고 그에 대한 전류응답을 얻으면 축약대상 시스템의 구동점 어드미턴스 특성을 알 수 있다. 이로부터 대표적인 범용 과도해석 프로그램인 EMTP/ATP에서 사용하는 절점 방정식 해법에 적합한 노론꼴의 등가 시스템을 쉽게 구현할 수 있다. 이때 프로니 해석법을 사용하면 이 시스템 응답신호에 대한 모드분해 표현은 얻을 수 있고, 이를 이용해 z-평면에서

$$Y_d(z) = \sum_{k=1}^n \frac{R_k z}{z - \lambda_k}$$

와 같은 부분분수 전개된 꼴의 구동점 어드미턴스 함수를 얻을 수 있다. 프로니 해석과정에 대해서는 참고문헌 [1]에 자세히 설명되어 있다.

#### III. 등가 시스템 구성법

프로니 해석의 결과로

$$Y_d(z) = \sum_{k=1}^p \frac{R_k z}{z - \lambda_k} = \sum_{k=1}^p \frac{R_k}{1 - \lambda_k z^{-1}} \quad (1)$$

와 같은 구동점 어드미턴스 함수가 결정되면 이로부터 이산시간 필터 꼴의 등가 시스템을 쉽게 구현할 수 있다. 식 (1)에 나타나는 복소연산을 피하기 위해 이를

$$Y_d(z) = \sum_{k=1}^r \left( \frac{R_k}{1 - \lambda_k z^{-1}} - \frac{R_k^*}{1 - \lambda_k^* z^{-1}} \right) \quad (2)$$

$$= \sum_{k=1}^r \left( \frac{d_k + e_k z^{-1}}{1 + a_k z^{-1} + b_k z^{-2}} \right)$$

$$a_k = -(\lambda_k + \lambda_k^*) = -2 \operatorname{Re}(\lambda_k)$$

$$b_k = \lambda_k \cdot \lambda_k^*$$

$$d_k = R_k + R_k^* = 2 \operatorname{Re}(R_k)$$

$$e_k = -(R_k \lambda_k + R_k^* \lambda_k^*) = -2 \operatorname{Re}(R_k \lambda_k)$$

와 같이 정리하자. 이때 \*는 켈레복소수를 나타내고, r은 유효한 켈레복소수 쌍의 개수를 나타낸다. 실수값의  $\lambda_k$ 에 대하여는  $R_k$ 도 실수값이 되고

$$a_k = -\lambda_k$$

$$d_k = R_k$$

$$b_k = e_k = 0$$

가 된다. 이제

$$I_k(z) \equiv Y_k(z) \cdot V(z) \equiv \left( \frac{d_k + e_k z^{-1}}{1 + a_k z^{-1} + b_k z^{-2}} \right) \cdot V(z) \quad (3)$$

라 하고 이를 시간영역의 표현으로 바꾸면

$$i_k(n) + a_k i_k(n-1) + b_k i_k(n-2) = d_k v(n) + e_k v(n-1) \quad (4)$$

가 된다. 위 식을 간략히 정리하면

$$i_k(n) = d_k v(n) + \operatorname{hist}_k(n-1) \quad (5)$$

$$\operatorname{hist}_k(n-1) = e_k v(n-1) - a_k i_k(n-1) - b_k i_k(n-2)$$

를 얻는다. 이때

$$I(z) = Y(z) \cdot V(z) = \sum_{k=1}^r Y_k(z) V(z) = \sum_{k=1}^r I_k(z)$$

이므로 시간영역에서

$$i[k] = \sum_{k=1}^r i_k[k]$$

임을 이용해

$$i(n) = Y_{eq} v(n) + Hist(n-1) \quad (6)$$

$$Y_{eq} = \sum_{k=1}^r d_k$$

$$Hist(n-1) = \sum_{k=1}^r hist_k(n-1)$$

를 얻는다. 이것이 축약대상 시스템을 대신하는 등가 시스템이며 과도전압 전류 신호와 구동점 어드미턴스 특성과의 상승적분을 표현하는 이산시간 필터모델이다. 이때 식(3, 4, 5)의 물리적 의미는 그림 3과 같은 축약대상 시스템을 구성하는 각각의 모드성분을 표현하는 등가 시스템을 의미하고, 식(6)은 이들 모드들의 선형결합으로 전체 시스템에 대한 등가 시스템이 되며 그림 4와 같다.

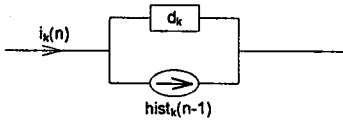


그림 3. k번째 모드성분에 대한 등가시스템

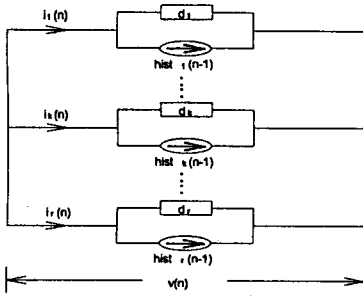


그림 4. 전체 시스템의 모드분해 표현에 대한 등가 시스템

그림 5가 축약대상 시스템의 시스템 함수를 표현하는 노론꼴의 등가 어드미턴스 모델이다. 이 등가 시스템에 경계모선에 나타나는 개방단자 전압원  $v_{Th}$ 를 덧붙여 그림 6과 같은 테브닌 등가 시스템이 완성된다. 이때 개방단자 전압원  $v_{Th}$ 는 축약대상 시스템 내부의 전원을 유지시킬 때 경계모선에 나타나는 전압의 페이서 값을 사용한다. 한편

$$v(n) = v_{Th}(n) - Hist(n-1) / Y_{eq}$$

인데 경계모선을 통해 해석대상 계통과 연결되기 전에는  $Hist(n-1)$ 이 영이되므로 경계모선에 나타나는 정상상태 전압은  $v_{Th}$ 와 같게된다. 이는 등가 어드미턴스 모델에 의해 전압 경계조건이 보존됨을 의미한다.

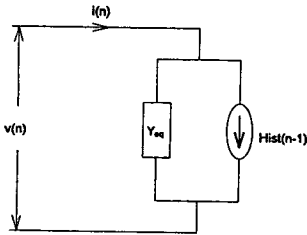


그림 5. 노론 꼴의 등가 어드미턴스 모델

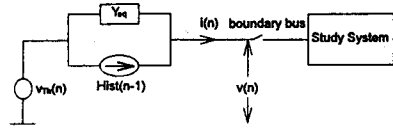


그림 6. 축약대상 시스템에 대한 등가 시스템

#### IV. 타당성 검토

제안된 방법의 타당성을 검토하기 위해 그림 7의 시험계통을 대상으로 모의실험을 수행하고, 구현된 등가 시스템의 임펄스 응답 특성과 계단파 응답특성을 원래 축약대상 시스템의 그것과 비교하였다. 그리고 실제 과도현상 해석에 적용하는 예로 해석대상 시스템인 200km 선로에 대한 중단점 개방 충전전압(open ended line energization voltage)을 계산하여 EMTP에 의해 전체 시스템을 모두 자세히 표현했을 때의 결과와 비교하였다. 그림 8이 구동점 어드미턴스 함수이다.

그림 8에 대한 등가모델의 차수를 결정하기 위하여 프로니 해석에서 계산한 특이값들의 크기 순서에 따른 분포를 알아야 하는데 이를 그린 것이 그림 9이다. 사용한 데이터의 수는 400개였으며 이는 그림 8에서 0.04 sec까지의 응답을 사용한 것이다.

모의실험에서는 먼저 150개까지의 특이값들을 계산하고 이 결과로부터 108번째 이후의 특이값들이 대체로 비슷한 경향을 보임을 확인하였다. 이들은 그 크기가  $5.0 \times 10^{-8}$  이하로써, 사용한 데이터들에 포함된 반올림 오차보다 작은 값을 가지는 것들이다. 이로부터 주어진 응답, 즉 구동점 어드미턴스 특성을 표현하는 신호모델의 차수를 108로 결정할 수 있다. 그림 10은 프로니 해석 결과 추정된 구동점 어드미턴스 함수의 극점들을 s평면에 표시한 것이다. 그림에서 대부분의 극점들이  $j\omega$ 축에 매우 가깝게 위치함을 알 수 있는데 이는 송전선로의 분포성에 기인한 극점들이 보이는 전형적인 분포이다.

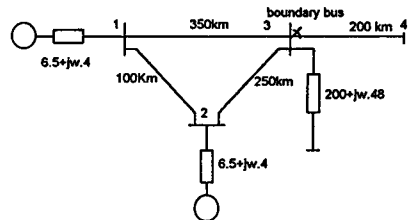


그림 7. 시험계통

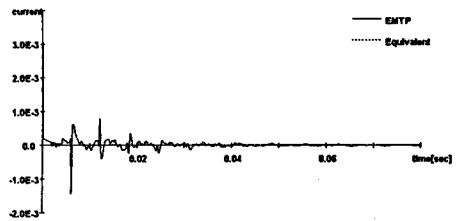


그림 8. 전압 여기 신호에 대한 전류 응답- 구동점 어드미턴스 함수

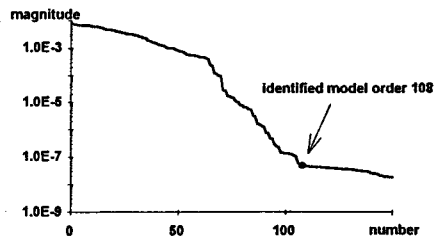


그림 9. 프로니 해석에서의 특이값 분포(고정 소수점 표현)

그림 8에는 등가 시스템에 임펄스 전압을 가한 후의 전류응답 특성을 구하여 축약대상 시스템의 응답과 비교하였다. 그림 11에는 계단파 전압입력에 대한 전류응답을 비교하였다. 이들을 보면 제안된 방식에 의해 구현된 등가 시스템이 축약대상 시스템의 과도특성을 아주 정확하게 재현할 수 있음을 알 수 있다. 그림 12는 등가 시스템을 이용해 200km 선로의 충전전압(line energization voltage)을 계산한 결과이다. 그림에서 (가)는 송전단인 절점 3에서의 과도 전압파형이고 (나)는 수전단인 절점 4에서 나타나는 과도 전압 파형이다. 자세한 표현을 사용해 EMTP로 구한 결과와 과도상태 및 정상 상태 모두에서 잘 일치함을 알 수 있다. 그림 13은 이보다 낮은 100차의 저차모델인 경우이다. 정상상태에서 약간의 오차를 보이지만 과도상태 특성은 108차 모델에 비하여 크게 나쁘지 않으므로 이 낮은 차수 모델도 충분히 사용될 수 있을 것이다.

### V. 결론

본 논문에서는 최근 제안된 모드분해 표현법을 사용하는 시간영역에서의 등가축약법에 대한 일련의 연구 중 일부로서 구동점 어드미턴스 함수를 이용한 등가 시스템 구현법을 제안하고 있다. 프로니 해석법을 사용하여 구동점 어드미턴스 함수를 추정 한 후에는 직접적이고 쉬운 방식으로 노턴 꼴의 등가 시스템을 구할 수 있다. 모의해석 결과는 구현된 등가 시스템이 원래의 축약대상 시스템이 가지는 과도특성을 잘 재현하고 있음을 보인다.

### 참고문헌

- [1] 홍 준희, 강 응철, 박 중근, "과도상태 해석을 위한 계통축약법: 계통함수를 이용한 시간영역 해석법," 대한 전기학회 1991년도 하계학술대회 논문집.
- [2] 홍 준희, 강 응철, 박 중근, "과도현상 해석을 위한 등가시스템," 대한 전기학회 논문지, 제 43권 1호, PP.1-7, 1994, 1.
- [3] 홍 준희, 박 중근, "과도현상 해석을 위한 시간영역에서의 등가축약법:프로니 해석기법을 이용한 등가 구동점 임피던스 모델의 구성," 대한 전기학회 논문지, 제 43권 4호, 1994, 4.
- [4] 홍 준희, 조 경래, 박 중근, "프로니 해석법을 이용한 전력계통 해석,"제29회 대한 전기학회 전력계통 연구회 학술발표회 논문집, PS-94-15, 1994. 6., pp.193-196.
- [5] 홍 준희, 조 경래, 박 중근, "시스템 식별법을 이용한 계통축약법-수치계산 기법에 대하여," 대한 전기학회 1994년도 하계학술대회 논문집 B, OPS 8, 1994. 7, pp.795-798.
- [6] Semlyen and M. H. Abdel-Rahman, "Transmission Line Modelling by Rational Transfer Functions," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 9, Sept. 1982, pp. 3576-3584.
- [7] Morched and V. Brandwajn, "Transmission Network Equivalents for Electromagnetic Transient Studies," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PAS-102, No. 9, Sept. 1983, pp. 2984-2994.
- [8] Ali Abur and Harinderpal Singh, "Time Domain Modelling of External Systems for Electromagnetic Transients Programs," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, No. 2, May 1993, pp.671-679.
- [9] Tufts and R. Kumaresan, "Singular Value Decomposition and Improved Frequency Estimation Using Linear Prediction," IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. ASSP-30, No. 4, Aug. 1982, pp. 671-675.
- [10] Smith, J. F. Hauer and D. T. Trudnowski, "Transfer Function Identification in Power System Applications," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, No. 3, Aug. 1993, pp. 1282-1290.
- [11] Rao and K. S. Arun, "Model Based Processing of Signals: A State Space Approach," Proc. IEEE, Vol. 80, No. 2, Feb. 1992.
- [12] Kailath, Linear Systems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1980.
- [13] Kay and S.L. Marple, Jr., "Spectrum analysis-A modern perspective," Proc. IEEE, vol.69, Nov. 1981, pp. 1380-1419.
- [14] Golub and C. F. Van Loan, Matrix Computations. The Johns Hopkins University Press, 1983.

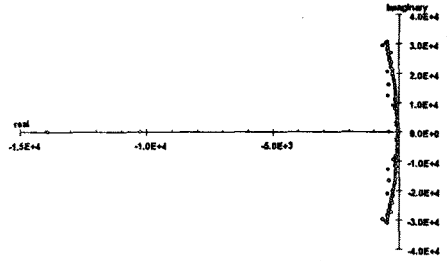


그림 10. 추정된 구동점 어드미턴스 함수의 극점 분포

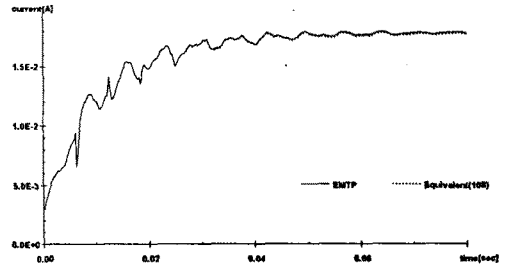
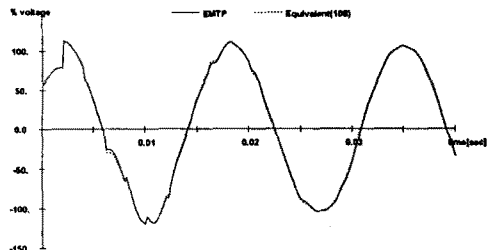
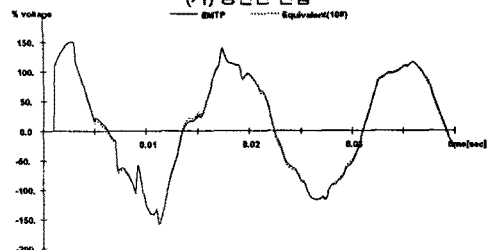


그림 11. 등가 시스템의 계단파 응답특성



(가) 송전단 전압



(나) 수전단 전압

그림 12. 선로 충전전압 계산결과(108차)

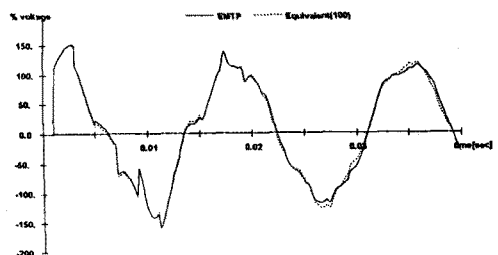


그림 13. 선로 충전전압 계산결과(100차)