

주파수 특성을 고려한 송전선 보호용 적분근사거리계전 알고리즘의 최적 적분 계수 결정

조 경 래^o 홍 준 희 정 병 태 조정 현 박 중 근
서울대학교 전기공학과

Optimal Solution of integral Coefficients in Distance Relaying Algorithm for T/L Protection considering Frequency Characteristics

Kyung-Rae Cho Jun-Hee Hong Byung-Tae Jung Jung-Hyun Cho Jong-Keun Park
Dept. of Elec. Eng. Seoul National University

Abstract - This paper presents the method of estimating integral coefficients of new distance relaying algorithm for transmission line protection. The proposed method is based on the differential equation calculates impedance value by approximation of integral term of integro-differential equation which relate voltage with current. As a result, we can determine the integral coefficients in least square error sense in frequency domain and we take into consideration the analog filter characteristics and frequency domain characteristics of the system to be protected. The simulation results showed that these coefficients can be successfully used to obtain impedance value in distance relay.

Keywords - Prony analysis, Integral approximation, Distance relay, Differential equation

1. 서론

송전선 보호를 위한 거리 계전기는 자기 단의 전압, 전류를 입력으로 하여 계전기 설치 점에서 보이는 상용 주파수의 임피던스를 계산하고 고장 여부를 판단한다. 그런데 전력 계통에서의 고장이 발생하면 직류유셋, 고조파등과 같은 성분이 기본파를 왜곡하여 정확하고 신속한 고장 판단을 요구하는 보호 계전기의 동작에 지장을 초래하게 된다. 그리하여 최근에는 이러한 경우에도 정확하고 신속하게 임피던스를 계산하고자 여러 가지 알고리즘들이 제시되어 왔으며 그 종류로는 미분방정식법, 최소자승법, 직교함수법등이 있다. [1..6]

직교함수법을 제외한 알고리즘들은 고장 신호에서 임피던스를 추출하기 위하여 높은 차수의 아날로그 필터를 사용하여 기본파성분만 가지고 임피던스를 구하기도 하는데 이런 경우 필터에 의한 큰 시지연에 의해 계전기의 동작 속도가 느려지는 문제점이 있다. 따라서 보호계전기에서는 가능한 한 낮은 차수의 아날로그 필터와 적은 수의 데이터들 가지고 고장 발생 후의 왜곡된 파형의 특성을 잘 이용할 수 있는 알고리즘의 선택이 필요하게 된다.

본 논문에서는 미분 방정식법에 기초한 거리 계전 알고리즘 새로운 적분근사 방법을 제안한다. 제안하는 적분 근사 알고리즘은 낮은 차수의 필터를 사용함에도 불구하고 고조파가 포함되어 왜곡된 파형에서도 신호의 임피던스 특성을 정확히 계산할 수 있는 방법이다. 또한 매우 정확한 주파수 분석 결과를 얻을 수 있는 프로니 해석법(Prony Analysis Method)을 이용하여 전압과 전류의 고장 신호에서 주파수 스펙트럼을 구하고 이 스펙트럼과 아날로그 필터의 크기 특성을 고려하여

가중치 함수를 구하고 필터의 Cutoff frequency 이하의 주파수 영역에서 적분 오차를 최소화하는 적분 계수를 구하는 방법을 제시하였다.

2. 적분 근사 거리 계전 알고리즘

미분방정식에 기초한 거리계전 알고리즘은 송전선을 R과 L의 집중정수회로로 가정하고 식(1)의 전압과 전류의 관계식을 사용한다.

$$v = Ri + L \frac{di}{dt} \tag{1}$$

식(1)로부터 보호계전기에서 보이는 임피던스를 구하기 위해서는 식의 미분항을 수치근사할 수도 있지만 식(2)와 같이 양변을 적분한 후 적분항을 근사할 수도 있다. 이것이 적분근사 방법이라고 하는 방법이다.

$$\int_{t_0}^{t_0+(M-1)T} v(t) dt = R \int_{t_0}^{t_0+(M-1)T} i(t) dt + L(i(t_0+(M-1)T) - i(t_0)) \tag{2}$$

식(2)에서 적분항을 계산한 후에는 R과 L값은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} R \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_{t_0}^{t_0+(M-1)T} i(t) dt & i(t_0+(M-1)T) - i(t_0) \\ \int_{t_0-T}^{t_0+(M-2)T} i(t) dt & i(t_0+(M-2)T) - i(t_0-T) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \int_{t_0}^{t_0+(M-1)T} v(t) dt \\ \int_{t_0-T}^{t_0+(M-2)T} v(t) dt \end{bmatrix} \tag{3}$$

식(3)에서 고장 판단의 근거가 되는 정보는 R, L이며 이는 결국 식(3)의 우변에 나타나는 적분항들을 정확히 계산할 수 있는 수치 계산법에 의하여 얻어질 수 있을 것이다. 본 논문에서는 식(4)와 같은 수치 적분 방법을 사용하였다. 이 수치 적분방식은 미분근사에 비하여 오차에 강인하며 임피던스계산에 필요한 데이터의 개수도 다른 알고리즘보다 작게 요구하는 특징을 가지고 있다. [6,7]

$$\int_{t_0}^{t_0+(M-1)T} v(t) dt = \sum_{k=1}^M C_k (v[k] + v[M-k]) \tag{4}$$

식(4)에서 T는 샘플간격, M은 데이터의 개수 그리고 N은 적분계수의 개수이며 C_k는 적분계수이다. 위식에서 전압 v의 샘플값 2개에 대하여 적분 계수 C_k가 1개 필요하므로 M = 2N - 1 또는 M = 2N 이다.

3. 프로니 해석법에 의한 고장 신호의 주파수 특성

프로니 해석법은 주어진 신호를 최소자승오차의 관점에서 식(5)과 같이 지수적으로 감소하는 지수파들의 선형 결합으로

표현하는 방법이다. [8.11]

$$y(t) = \sum_{k=1}^N B_k \exp(\lambda_k t) \quad (5)$$

이때 프로니 해석법은 주파수 대역의 스펙트럼을 정확히 구할 수 있고 인접한 주파수 성분을 구별하는 주파수 분해능력이 뛰어난 방법이다. 더욱이 주어진 신호의 주파수 뿐만 아니라 감쇠정수까지 구하며, 푸리에 해석의 한계를 극복하고 주어진 신호를 나타내는 근사 유리함수 꼴의 Laplace 영역 표현을 직접 얻을 수 있는 장점을 가지고 있다.

식(5)의 시간 영역의 식은 식(6)과 같이 간단히 s -영역으로 변환될 수 있으며 $s = j\omega$ 라고 하면 입력 신호 $y(t)$ 에 대한 주파수 특성 $Y(\omega)$ 를 구할 수 있다.

$$Y(s) = \sum_{k=1}^N \frac{B_k}{s - \lambda_k} \quad \text{또는} \quad Y(\omega) = \sum_{k=1}^N \frac{B_k}{j\omega - \lambda_k} \quad (6)$$

고장 파형 해석을 위한 프로니 해석 입력 데이터는 EMTP(ElectroMagnetic Transient Program)을 이용하여 구할 수 있으며 고장 모델은 그림 1과 같다. 본 논문에서 사용한 송전선의 EMTP 모델은 Dommel에 의한 분포 정수 회로 모델이었다.

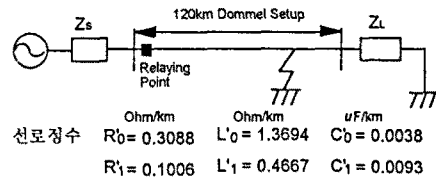
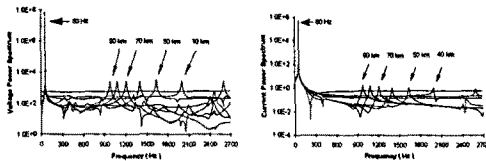


그림 1. 고장파형 분석을 위한 EMTP 고장 모델

그림 1의 모델에서 10km에서 90km까지의 10km 간격마다 각각 10도 간격으로 0도에서 90도까지의 전압위상각에서 1선 지락 고장을 발생시켜서 얻은 전압과 전류의 고장 직후 1.5주기 동안의 데이터를 프로니 해석의 입력 데이터로 사용하였다.

그림 2는 전압 위상각 90도에서 고장이 발생한 경우 고장 거리별 전압과 전류의 스펙트럼을 나타내고 있는데 각각의 거리에 대하여 60Hz 이상의 주파수 영역에 공진주파수 성분이 있음을 확인할 수 있으며 거리가 멀어질수록 이 주파수 성분은 낮은 저주파 영역으로 이동해 옴을 알 수 있다.



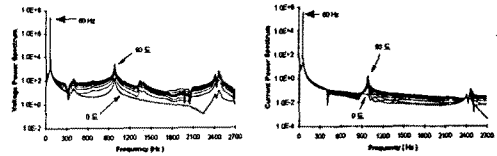
(a) 전압 스펙트럼 (b) 전류 스펙트럼

그림 2 전압 위상각 90도에서 고장이 발생한 경우의 전압, 전류 스펙트럼

전류 스펙트럼에서는 60Hz 이하의 낮은 주파수 대역의 스펙트럼이 60Hz 이상의 주파수 대역의 것보다 크다는 것을 알 수 있다. 또한 고장이 발생한 전압의 위상각이 작을 수록 스펙트럼 값이 작다.

그림 3은 90km의 거리에서 고장이 발생한 경우 각각의 고장 발생 전압 위상각에 대하여 스펙트럼을 도시하였는데 각각의 위상각에 대하여 스펙트럼의 모양은 거의 비슷하며 전압과 전류 모두 1000Hz 부근에서 공진 주파수 성분이 존재함을 볼 수 있다. 그리고 같은 고장 거리에서는 위상각이 커질수록

스펙트럼의 크기가 증가하고 있다.



(a) 전압 스펙트럼 (b) 전류 스펙트럼

그림 3 90km 거리에서 고장이 발생한 경우의 스펙트럼

4. 최적 적분 계수의 결정

어떤 주파수 f 에 대한 정현파의 순시값 $h(t)$ 을 아래식과 같이 정의하면

$$h(t) = H(f) \sin(2\pi ft + \theta_f) \quad (7)$$

그러면 어떤 시구간 $[t_0, t_0 + (M-1)T]$ 에 대한 식(7)의 정적분 값은 식(8)과 같이 표현된다.

$$g(f) = \int_{t_0}^{t_0 + (M-1)T} h(t) dt \quad (8)$$

$$= \frac{H(f)}{2\pi f} \sin \psi_f \sin \pi f (M-1)T$$

여기서 $\psi_f = 2\pi f t_0 + \theta_f + \pi f (M-1)T$

식(6)의 적분 근사에 의한 식(7)의 적분 근사값은 아래와 같다.

$$\hat{g}(f) = \sum_{k=1}^N C_k [h(f, k) + h(f, M-1-k)] \quad (9)$$

$$= 2H(f) \sin \psi_f \sum_{k=1}^N C_k \cos(\pi f (M-1-2k)T)$$

식 (8)과 식(9)에서 공통적으로 나타나는 $\sin \psi_f$ 는 초기 위상 θ_f 에 의해 결정되며 적분을 근사하고자 하는 신호들의 초기 위상을 0과 2π 사이에 균일 분포하는 확률 변수로 생각하면 적분 근사 오차는 식 (10)과 같이 주어진다.

$$E^2(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (g(f) - \hat{g}(f))^2 d\psi_f \quad (10)$$

$$= \left(\frac{H(f)}{\sqrt{2}} \right)^2 \left[\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \pi f (M-1)T - 2 \sum_{k=1}^N C_k \cos(\pi f (M-1-2k)T) \right]^2$$

식 (10)에서 $H(f)$ 는 주파수 f 에 해당하는 정현파의 크기를 나타내는 값으로 프로니 해석에 의한 스펙트럼과 아날로그 필터의 크기 특성에 의해 정해진다. 고장 거리 l , 고장 위상 p 에서 고장이 발생했을 때의 프로니 해석을 통해 얻은 주파수 f 에 해당하는 정현파의 크기를 $w_p(f)$, 아날로그 필터의 크기 특성을 $M(f)$ 라고 하면 계전기의 입력으로 들어오는 정현파의 크기는 $II(f) = M(f)w_p(f)$ 가 된다.

이제 적분 계수 C_k 를 구하기 위해, 계전기의 임피던스 계산에 영향을 줄 수 있는 아날로그 필터의 cutoff frequency 이하의 주파수 영역에서 각각의 고장 거리와 고장 위상에 성분에 대한 적분근사 오차들의 합을 구하면 아래와 같다.

$$E_{Total}^2 = \sum_{l=0}^N \sum_{p=0}^l \sum_{f=f_0}^f M(f)^2 w_p(f)^2 \left[\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \pi f (M-1)T - 2 \sum_{k=1}^N C_k \cos(\pi f (M-1-2k)T) \right]^2 \quad (11)$$

$$= \sum_{f=f_0}^f M(f)^2 \sum_{l=0}^N \sum_{p=0}^l w_p(f)^2 \left[\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \pi f (M-1)T - 2 \sum_{k=1}^N C_k \cos(\pi f (M-1-2k)T) \right]^2$$

$$= \sum_{j=0}^M W(f) \left[\frac{1}{T} \sin \pi f(M-1)T - 2 \sum_{k=1}^M C_k \cos(\pi f(M-1-2k)T) \right]$$

적분 계수는 식(11)의 오차를 최소화하는 값으로 결정되어야 하며 이를 만족하는 적분 계수는 식(12)와 같이 각각의 계수한 대한 편미분을 0으로 만족하게 된다. 이를 행렬의 형태로 정리하면 적분 계수는 식(12)과 같이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1M} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{M1} & Z_{M2} & \dots & Z_{MM} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_M \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서

$$Z_{ij} = \int_{f=0}^f W(f)^2 \cos(\pi f(M-1-2(j-1))T) \cos(\pi f(M-1-2(i-1))T)$$

$$D_i = \frac{1}{2} \int_{f=0}^f W(f)^2 \left(\frac{1}{T} \sin \pi f(M-1) \cos(\pi f(M-1-2(i-1))T) \right)$$

그림 4는 Cutoff frequency 240Hz 2차 Butterworth 필터를 사용하고, 샘플속도는 1440Hz, 적분계수의 개수 3일때 식(12)에 의해 적분 계수를 구하고, 이들 적분 계수의 특징을 살펴보기 위하여 식(10)에서 모든 주파수에 대하여 가중치 함수 $W(f)$ 를 1의 값으로 하여 구한 오차의 그림이다.

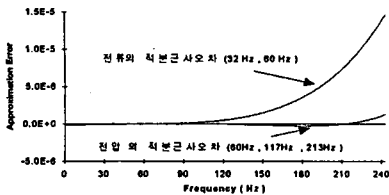


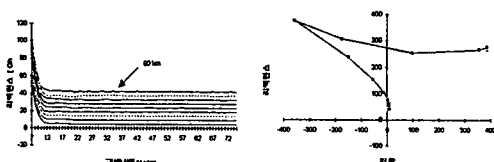
그림 4 적분 계수의 근사 오차(샘플 속도 1440Hz, N=3, M=5)

그림에서 60Hz, 117Hz, 213Hz에서 전압의 적분 근사 오차가 0이며 전류의 경우에는 60Hz, 32Hz에서 오차가 0이 됨을 확인할 수 있다. 예상한 것과 같이 전압, 전류의 적분 계수 모두 기본 주파수인 60Hz에서는 오차가 0이 되도록, 직류 성분 많은 전류에서는 60Hz이하의 저주파 대역에서의 오차가 작아지도록 결정되며 전압은 그 반대임을 확인할 수 있다.

5. 사례 연구

본 사례연구에서는 앞에서 기술된 방법에 의하여 구해진 적분 계수를 가지고 각각의 고장 거리 및 고장 위상각에서 고장을 발생시키고 송전선의 정상 임피던스를 구해서 적분 근사 거리계전 알고리즘의 성능을 보여 주고 있다.

고장 거리는 그림 1의 모델에서 10km 간격으로 10km에서 90km까지, 고장 위상각은 0도에서 90도까지 10도 간격으로 바꾸면서 하였다.



a) 리액턴스 값 b) 임피던스계적(90km)

그림 5 고장 위상 90도 일 때의 리액턴스값과 임피던스 계적

그림 5 a)는 전압 위상각 90도에서 지락 고장이 발생했을 때의 각각의 거리에 대한 정상 리액턴스 값의 계산 결과를 보이고 있으며, 고조파의 함유량이 가장 많은 90도 고장에서도 매우 정확한 결과를 얻을 수 있었다.

그림 5 (b)에서는 고장 위상각 90도, 고장 거리 90km 라는 특징 때문에 수렴 속도가 가장 느린 임피던스 계적을 보이고 있으며 고장 발생 후 11샘플에 수렴하고 있다. 그리고 가장 빠른 수렴속도는 8샘플이었다.

6. 결론

본 논문에서는 프로니 해석을 통하여 송전선 고장 발생 시의 전압과 전류의 스펙트럼을 구하였다. 그리고 이들 스펙트럼과 아날로그 필터의 크기 특성을 고려하여 디지털 보호계전기의 입력으로 들어오는 과도 전압과 전류의 파형에 가장 적합한 적분 계수를 구하였다. 또한 이들 적분 계수가 정확도와 수렴 속도면에서 효율적인 송전선 보호용 디지털 거리계전 알고리즘에 사용될 수 있음을 사례연구를 통하여 보였다.

7. 참고 문헌

- [1] H. Kudo, H. Sasaki, K. Seo, M. Takhash, K. Yoshida, T. Maeda, "Implementation of a Digital Distance Relay Using an Interpolated Integral solution of a Differential Equation", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol.3 No.4 Oct. 1988, pp. 1475-1484
- [2] Y. Ohura, T. Matsuda, M. Suzuki, M. Yamaura, Y. Kurosawa and T. Yokoyama, "Digital Distance Relay with Improved Characteristics Against Distorted Transient Waveforms", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol.4 No.4 Oct. 1988, pp.2025-2031.
- [3] H. Kudo et al. "Development of New Distance Relays to Cope with Natural Frequency Transients in UHV/EHV Transmission Systems", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-104, No.12, Dec. 1985
- [4] M. Okamura et al. "Development of New Relays with Significantly Improved Performance against Badly Distorted Transient Waveforms", IEEE Trans. on PAS. Vol. PAS-99, No.4, July/Aug. 1980
- [5] 강상희, 박종근, "Offset이 제거된 반주기 데이터를 사용하는 고속 Haar 변환에 기초한 디지털 거리계전 알고리즘", 전기학회 논문지, 제41권 제9호, pp. 973-983, 1992년 9월
- [6] 조경래, 정병태, 홍준희, 박종근, "송전선 보호용 적분 근사 거리 계전 알고리즘", 전기학회 논문지, 제43권 제5호, pp. 711-720, 1994년 5월
- [7] Richard L. Burden and J. Douglas Fairs "Numerical Analysis" PWS-KENT, 1989, pp.145-214
- [8] Kay and S.L. Marple, Jr., "Spectrum Analysis- A Modern Perspective", Proc. IEEE, Vol. 69, Nov. 1981, pp. 1380-1419.
- [9] Tufts and R. Kumaresan, "Singular Value Decomposition and Improved Frequency Estimation Using Linear Prediction", IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. ASSP-30, No. 4, Aug. 1982, pp. 671-675
- [10] Rao and K. S. Arun, "Model Based Processing of Signals: A State Space Approach", Proc. IEEE, Vol. 80, No. 2, Feb. 1992
- [11] 홍준희, 박종근, "과도 현상 해석을 위한 시간 영역에서의 등가축약법 : 프로니 해석 기법을 이용한 등가 구동점 임피던스 모델의 구성", 전기학회 논문지, 제 43권 제 4호, pp 687-690