

# The ensemble averaged bispectrum을 이용한 유발전위 검출 알고리즘

최정미(0), 배병훈, 김수용  
한국과학기술원, 물리학과

## Algorithm detecting an evoked potential using the ensemble averaged bispectrum

J.M.Choi, B.H.Bae, S.Y.Kim  
Department of Physics, KAIST

### Abstract

A technique based on bispectrum averaging is described for generally recovering the signal waveform from a set of noisy signals with variable signal delay. The technique does not require explicit time alignment of signals and any initial estimate of signal. The new method is suggested and is compared with other methods. This method are numerically investigated using computer generated-data and a physiological signal and noise. Some experimental results for the evoked potential studies that demonstrate the technique are given. The results show the effectiveness of the technique: various potential applications of the technique might be expected.

### 1. 서론

잡음이 섞인 신호에서 잡음을 제거해야하는 필요성이 여러 분야에서 요구되어지고 있다[1]. 그리하여 잡음을 제거하는 여러가지 filtering 방법들이 계속적으로 발전되어지고 있다. 그러나 아직 일반적인 생체신호에 흔히 나타나는 비슷한 주파수 영역을 지닌 잡음이 섞인 신호에서 잡음을 제거하고 본 신호를 추출하는 알고리즘은 그다지 많지 않다.

요즈음 higher order statistics가 주목되면서[2-3] bispectrum averaging method가 등장하였으며, 잡음 제거 능력이 우수하여 인정받고 있다[4-5]. 이 경우, 신호의 평균이 0이고, 잡음이 stationary gaussian이며 역시 0인 평균값을 지니면, 잡음섞인 신호의 ensemble averaged triple correlation은 3개의 잡음과 관련된 항들에 영향을 받지않게 된다. 따라서 잡음섞인 신호의

ensemble averaged triple correlation으로부터 신호를 복원하게 되면, signal-to-noise ratio를 향상시킬 수 있다. 여기서 신호를 복원하는 방법이 4가지 정도 이미 제안되어져 있다. 본 논문에서는 기존의 방법과는 다른 방법의 복원알고리즘을 제안하고, 이를 다른 알고리즘과 모의 데이터의 분석을 통해 비교하여 본 방법의 유효성을 보이며 이를 실제 EEG 신호에서 유발전위 검출에 적용시킴으로써 유발전위 검출알고리즘으로써 적절함을 보이고자 한다.

### 2. 본 알고리즘의 이론

Bispectrum은 수식(2.1)과 같이 신호의 Triple correlation의 Fourier transform으로 정의되어진다.

$$\bar{I}^{(3)}(u, v) = \iint I^{(3)}(a, b) \exp[-2\pi j(ua + vb)] da db \quad (2.1)$$

$$I^{(3)}(a, b) = \int I(t)I(t+a)I(t+b)dt$$

이러한 bispectrum은 수식(2.2)와 같은 3개의 대칭적인 관계식을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \bar{I}^{(3)}(u, v) &= \bar{I}^{(3)}(v, u) \\ \bar{I}^{(3)}(u, v) &= \bar{I}^{(3)}(-u - v, v) \\ \bar{I}^{(3)}(u, v) &= \bar{I}^{(3)*}(-u, -v) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$I(t)$ 가 실수이면,  $(u, v)$  plane은 위의 관계식으로 부터 12 부분으로 나뉘어지며, bispectrum은  $v \in [0, \infty), u \in [0, \infty), u+v \in [0, \infty)$ 의 삼각형 지역에 의해 완벽히 결정되어

진다.

또한, bispectrum은 신호의 시간적인 이동에 대해 불변하는 특징을 지닌다.

$$\begin{aligned} \bar{I}_{\Delta t}^{(3)}(u, v) &= \bar{I}_{\Delta t}(u)\bar{I}_{\Delta t}(v)\bar{I}_{\Delta t}(-u-v) \\ &= \bar{I}(u)\bar{I}(v)\bar{I}(-u-v)e^{-2j\pi u\tau}e^{-2j\pi v\tau}e^{-2j\pi(-u-v)\tau} \\ &= \bar{I}^{(3)}(u, v) \end{aligned}$$

$$\text{where } \bar{I}_{\Delta t}(u) = \bar{I}(u)e^{-2j\pi u\tau}$$

(2.3)

따라서 Bispectrum은 linear phase에 의해 영향을 받지 않는다. 즉, triple correlation은 I(t)와 I(t-T)를 구별하지 않는다. 위에서 보았듯이, bispectrum은 신호의 linear phase에 대한 정보는 손실하지만, 신호의 Fourier transform의 modulus와 phase에 대한 정보는 가지고 있게 된다. 이제 수식(2.4)와 같이 신호I(t)에 무관한 잡음N(t)가 섞인 신호J(t)의 경우를 살펴보자.

$$J_i(t) = I(t) + N_i(t), i = 1, 2, \dots, M \quad (2.4)$$

이때, 잡음이 섞인 신호의 ensemble averaged triple correlation은 수식(2.5)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \langle J^{(3)}(a, b) \rangle &= I^{(3)}(a, b) \\ &+ \langle N \rangle [I^{(2)}(a) + I^{(2)}(b) + I^{(2)}(b-a)] \\ &+ \bar{I} [N^{(2)}(a) + N^{(2)}(b) + N^{(2)}(b-a)] \\ &+ N^{(3)}(a, b) \end{aligned}$$

where

$$\langle N \rangle = \langle N_i(t) \rangle$$

$$N^{(2)}(a) = \langle N_i(t)N_i(t+a) \rangle$$

$$N^{(3)}(a, b) = \langle N_i(t)N_i(t+a)N_i(t+b) \rangle$$

$$\bar{I} = \int I(t)dt$$

$$I^{(2)}(a) = \int I(t)I(t+a)dt \quad (2.5)$$

여기서, 결정적인 신호I(t), autocorrelation  $I^{(2)}(a)$ 와 triple correlation  $I^{(3)}(a)$ 은 적분의 형태로 정의되어지고, 잡음인 경우에는 각 autocorrelation과 triple correlation이 ensemble average로 정의되어진다. 위 수식(2.5)에서와 같이, 잡음이 섞인 신호의 ensemble averaged triple correlation은 3개의 잡음과 관계된 항들에 영향을 받지않게 된다. 만약 잡음의 평균 $\langle N \rangle$ 이 0이라면, 신

호I(t)의 triple autocorrelation 함수들의 합은 ensemble averaged triple correlation에 기여하지 않게된다. 그리고 위 수식에서 3개의 noise의 autocorrelation과 관련된 항들은 신호의 평균이 0이라면, 역시 ensemble averaged triple correlation에 기여하지 않게된다. 남아 있는 항인  $I^{(3)}(a, b)$ 는 잡음이 stationary gaussian 이면 0이 된다. 만약 잡음이 stationary non-gaussian이라면,  $I^{(3)}(a, b)$ 은 잡음의 third order moment에 의존하게 된다[6-7]. 결과적으로 신호의 평균이 0이고,잡음이 stationary gaussian이며 역시 0인 평균값을 지니면, 잡음섞인 신호의 ensemble averaged triple correlation은 3개의 잡음과 관련된 항들에 영향을 받지않게 된다. 따라서 잡음섞인 신호의 ensemble averaged triple correlation으로부터 신호를 복원하게 되면, signal -to-noise ratio를 향상시킬 수 있다. 여기서 신호를 복원하는 방법이 4가지 정도 이미 제안되어져 있다.

그러나 기존의 방법들은 bispectrum과 spectrum사이의 관계를 고려하여, 1차원 fourier transform의 크기와 위상값을 inverse fourier transform을 통해 복원한 데 비해, 본알고리즘은 유한한 갯수를 지닌 discrete한 신호의 bispectrum과의 관계를 고려하여, 복소수형태의 bispectra의 inverse 2-d fourier transform을 통해 복원한다.

즉,

$$I^{(3)}(i, j) = \sum_{n=1}^{n=N-\max(i, j)} I(n)I(n+i)I(n+j) \quad (2.6)$$

여기서 N은 총 한개의 set의 sampling data의 갯수이다. 이 값을 모든 set에 대하여 2-d fourier space에서 ensemble average를 한후에 다시 inverse transform을 통해 얻어진 triple correlation 값들에서 원래의 신호를 수식 (2.7)에서의 recursive relation을 통해 복원한다.

$$I(i+1) / I(1) = I^{(3)}(i, N-1) / I^{(3)}(0, N-1) \quad (2.7)$$

수식 2.7)을 통해 결정적인 신호를 잡음섞인 신호에서 추출해 내게 된다. 본 방법은 다른 방법들에 비해 더 third order, fourth order,...와 같이 higher order spectrum까지 확장가능한 이점을 지닌다.

### 3.모의 데이터 분석

결정적인 신호S(t)와 잡음y(n)이 수식(3.1)와 같이 주어진 잡

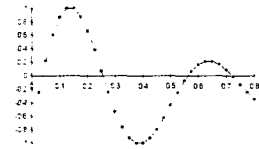
음성인 신호를 컴퓨터로 모의적으로 발생시켜 본 알고리즘을 적용시켜 보았다.

$$s_1(t) = \exp(-2t) \sin(4\pi t) \tag{3.1}$$

$$y_n = \frac{1}{429} \sum_{i=0}^{i=5} w_i x_{n-i}$$

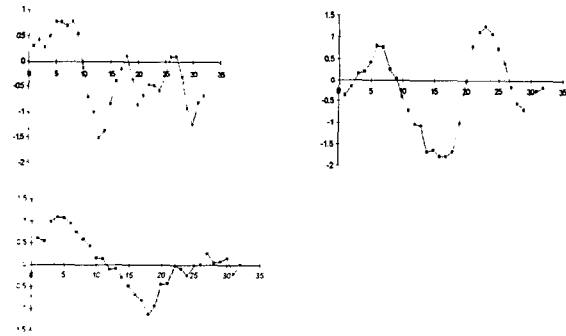
where,  $w_1 = w_{-1}, w_0 = 89, w_1 = 84, w_2 = 69, w_3 = 44, w_4 = 9, w_5 = -36$

우리가 복원하고자 하는 신호  $s(t)$ 를 그리면 그림 1.과 같다.



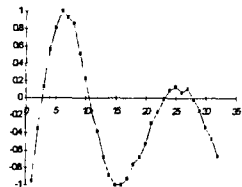
[그림.1] 결정적인 신호의 그래프

여기에 표준 편차가 0.6(신호에 대한 noise의 크기)인 잡음신호를  $S(t)$ 에 더하여 50여개의 data set을 발생시켰다. 여기서 잡음의 주파수 영역은 신호의 주파수영역과 일치하도록 하였다. 이는 보통 같은 영역의 주파수를 지니 잡음은 frequency filtering을 사용하여 제거하기 힘든 부분이다. 그림2에 잡음 섞인 신호의 몇가지를 제시하였다.



[그림 2] 잡음섞인 신호의 그래프 (sigma=0.6)

이를 본 알고리즘에 의해 잡음을 제거한 후 복원시키면, 그림3과 같이 복원된다.



[그림 3]본 방법에 의해 복원된 신호

(snr:1.647704,rmse:0.382230)

복원된 신호의 복원정도의 정확성을 파악하기 위하여 수식 3.2)에서와 같이 정의되는 Signal to noise ratio(SNR) 과 Root mean square error(RMSE)값을 조사하였다.

$$SNR = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{i=M} \left\{ \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{k=31} s^2(k)}{\sum_{j=0}^{j=31} n_i^2(j)}} \right\}$$

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=0}^{k=31} (S(k) - \bar{s}(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=0}^{k=31} s^2(k)}} \tag{3.2}$$

잡음의 표준편차를 0.1 간격으로 증가시켜가면서 50개의 record들로 부터 신호를 복원시켜 각 경우의 SNR, RMSE를 구하여 표 1.에 제시하였다. 잡음의 표준편차가 커질수록 제대로 복원하기 위해서는 더 많은 record의 갯수가 요구되어진다.

standard deviation	M (no. of record)	SNR	RMSE
0,2	50	5.678837	0.025666
0.3	50	3.863788	0.074988
0.4	50	2.871308	0.120352
0.5	50	2.324219	0.124682
0.6	50	2.019041	0.228925
0.7	50	1.647704	0.382230
0.8	50	1.499332	0.347796
0.9	50	1.332197	0.432081
1.0	50	1.227212	0.458463

표1. 잡음신호의 표준편차에 따른 복원된 신호의 SNR, RMSE 값.

기존의 알려진 다른 방법들과 비교하면, 표2.에서 알 수 있듯이 그다지 크게 차이는 나지 않으나 약간 본 방법이 더 적은 error를 보임을 확인할 수 있다. 여기서 알려진 기존의 방법들은 APR, ALPR, ARPL, APL이라 불리운다.

SNR	M	RMSE (APR)	RMSE (ALPR)	RMSE (ARPL)	RMSE (APL)	RMSE (NEW)
2.87	50	0.146	0.141	0.214	0.211	0.120

표2. 기존의 다른 방법들과의 복원시 error 정도(RMSE)의 비교

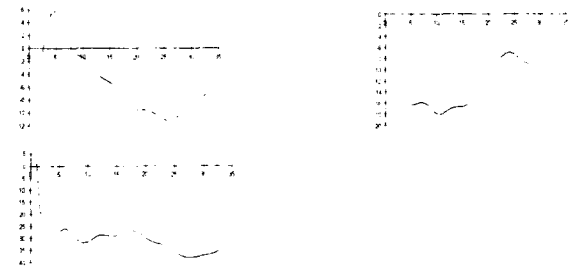
따라서, 본 알고리즘은 잡음신호 제거능력이 우수하므로, 일반적인 생체신호에서 문제시되는, 신호에 무관하며 비슷한 영역의 주파수를 지닌 잡음신호가 섞인 신호에서 유발전위를 검출해 내는데 적용가능하다.

#### 4. EEG 신호에서의 유발전위 검출

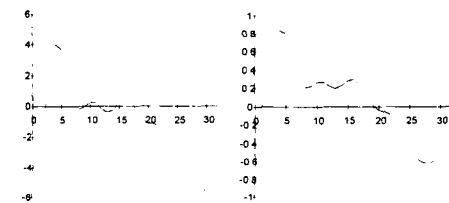
최근 뇌연구가 다양한 분야에서 활발히 이루어지고 있으며 [8-9]. 뇌전위에서 유발전위를 더 정확하게 검출하고자 하는 노력이 행해지고 있다. 따라서 본 실험에서는 8 bit resolution 을 지닌 12 채널 EEG 측정장비를 이용하여 펄스로 주어진 시각 자극에 대한 뇌전위를 측정하였다. 측정시 sampling time 은 4 ms 이다.

잡음이 섞인 신호를 averaging method 를 함으로써 얻은 결과와 bispectrum averaging의 본 알고리즘을 적용하여 얻은 결과를 비교하여 거의 비슷함을 보임으로써 유발전위를 찾는 본 알고리즘의 유효성을 그림4.에 나타내었다.

[그림 4]



(a)잡음섞인 신호:5개의 시행에 대해 averaging한 결과(채널 7)



(b)averaging에 의한 유발전위(c)본 알고리즘에 의한 유발전위

#### 5. 결론

신호와 비슷한 주파수 영역을 지닌 잡음이 섞인 신호에서 잡음을 제거하기 위해 bispectrum averaging 을 기초로 한 새로운 알고리즘을 개발하였다. 본 알고리즘과 기존의 다른 알고리즘을 모의 데이터를 통해 simulation하여 RMSE값을 비교함으로써 본 알고리즘의 잡음 제거능력이 약간 더 우수함을 확인하였다. 본 알고리즘을 시각자극에 대한 유발전위 검출에 적용하여 그 결과를 averaging method와 비교해 봄으로써 유발전위를 잘 검출함을 확인하였다. 따라서 본 알고리즘은 뇌전도(EEG)이외에도 ERG, 근전도(EMG)등의 유발전위 검출시 폭 넓게 적용가능하며, 생체 신호이외에도 image processing 등, 그 응용 분야가 많을 것으로 기대된다.

#### \*참고 문헌

1. B.H.Bae, J.M.Choi, W.Han, S.Y.Kim, C.Y.Park, C.H.Kim, S.T.Kim, "Studies on the Detection of Visual-TEP with Average Method & the Improvement of TEP with DC-Drift Elimination." *Journal of KOSOMBE*, Vol.15, No.2, Jun. 1994.
2. Jerry M. Mendel, "Tutorial on Higher-Order Statistics(Spectra) in Signal Processing and System Theory", *Processings of the IEEE*. Vol.79, No.3, Mar. 1991.
3. Melvin J.Hinich, Gary R.Wilson, "Time Delay Estimation Using the Cross Bispectrum." *IEEE Trans. on Signal Processing*. Vol.40, No.1, Jan. 1992.
4. Athina P.Petropulu, Chrysostomos L.Nikias, "Signal Reconstruction from the Phase of the Bispectrum," *IEEE Trans. on Signal Processing*. Vol.40, No.3, Mar.1992.
5. Masahiko Nakamura, "Waveform Estimation from Noisy Signals with Variable Signal Delay Using Bispectrum Averaging." *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*. Vol.40, No.2, Feb.1993.
6. A.W.Lohmann, B.Wimitzer, "Triple correlations." *Proc.IEEE*. Vol.72, pp.889-901, July. 1984.
7. C.L.Nikias, M.R.Raghuveer, "Bispectrum estimations: A digital signal processing framework," *Proc.IEEE*, Vol.75, pp.869-891, July 1987.
8. J.M.Choi, B.H.Bae, S.Y.Kim, "Chaotic dynamics in EEG signals responding to auditory stimulus with various triggered frequencies." *Journal of KOSOMBE*(in press).
9. J.M.Choi, B.H.Bae, S.Y.Kim, "The analysis of EEG signal responding to the pure tone auditory stimulus." *Journal of KOSOMBE*(in press).