

---

## 초음속 노즐 내부유동해석

김 용모 (한양대학교) · 손 정락 (삼성항공)

---

### 1. 서론

고성능 로켓엔진의 설계는 노즐 내부의 유동특성과 국부 유동장에 대한 상세한 정보를 필요로 한다. 이러한 정보는 추력과 벽면열전달을 그리고 효율적인 노즐의 기하학적 형상을 비롯한 설계매개변수들을 결정하는 데 유용하게 사용된다. 로켓엔진의 성능을 예측하는 데 TDK/BLM 코드[1]가 보편적으로 사용되고 있다. Method of characteristics (MOC)에 기반을 둔 이 코드는 정상상태 초음속 유동영역 해석에 사용될 수 있으나 비정상유동 및 아음속영역을 포함하는 유동해석에는 사용할 수 없는 한계점이 있다. 이에 반해 전산유체모델은 start-up, shut-down 과 throttling을 비롯한 비정상유동, 아음속과 초음속 영역을 가지는 유동, 노즐벽면의 과열영역, 그리고 비선형 연소 불안정을 예측할 수 있다.

본 연구에서는 모든 마하수 유동영역을 갖는 연소유동을 효율적으로 예측할 수 있는 수치모델[2]을 이용하여 난류유동, 노즐벽면냉각, 그리고 화학반응모델이 노즐유동특성과 성능에 미치는 영향을 단계적으로 해석하였다. 해석에 포함된 유동의 종류는 비점성 및 점성 층류비연소유동, 벽면단열과 벽면냉각을 갖는 난류비연소유동, 벽면냉각을 갖는 난류연소유동으로 되어있다.  $\kappa$ - $\epsilon$  난류모델을 사용하였으며 화학반응모델은 평형모델, 2-step 비평형모델, 그리고 8-step 비평형모델을 사용하였다. 모든 계산은 SSME(Space Shuttle Main Engine)의 노즐에 대하여 수행되었다.

### 2. 물리 및 수치모델

#### 2.1 지배방정식

압축성 화학반응유동을 지배하는 보존방정식은 다음과 같다.

mass :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

momentum :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_e \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \mu_e \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2)$$

energy :

$$\frac{\partial (\rho h_t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j h_t) = \frac{\partial}{\partial x_j} [\Gamma_e \frac{\partial h_t}{\partial x_j} + \frac{1}{2} (\mu_e - \Gamma_e) \frac{\partial u_k^2}{\partial x_j}] + \sum_{i=1}^N \dot{\omega}_i h_{f_i} + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3)$$

species :

$$\frac{\partial (\rho Y_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j Y_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu_e \frac{\partial Y_i}{\partial x_j}) + \dot{\omega}_i, \quad i=1, \dots, N \quad (4)$$

여기서  $\mu_e$  와  $\Gamma_e$  는 유효난류점성 및 확산계수 이고 난류유동의 경우 이 값들은  $\kappa$ - $\epsilon$  난류모델에 의해 결정된다.  $h_t$  는 전엔탈피이며  $h_{f_i}$  와  $\dot{\omega}_i$  는 화학종  $i$ 의 화학반응생성열과 화학반응을 원천항을 나타낸다.  $M$ 개의 반응에 의한 화학종  $i$ 의 화학반응율은 다음과 같다.

$$\dot{\omega}_i = W_i \sum_{k=1}^M (v_{i,k}'' - v_{i,k}') \left( \kappa_{f_i} \prod_{i=1}^N C_i^{v_{i,k}'} - \kappa_{b_i} \prod_{i=1}^N C_i^{v_{i,k}''} \right) \quad (5)$$

여기서  $N$ ,  $W_i$ ,  $v_{i,k}'$  과  $v_{i,k}''$  는 각각 반응에 참여한 화학종의 수, 화학종  $i$ 의 분자량,  $k$ 번째 반응에서 반응물과 생성물에 대한 화학당량계수이다.  $\kappa_{f_i}$  와  $\kappa_{b_i}$  는 순방향과 역방향 화학반응계수이다. 본 연구에서 화학반응이 초음속 노즐의 성능과 유동특성에 미치는 영향을 점검하기 위해 수소( $H_2$ )와 산소( $O_2$ ) 화학반응에 대한 화학평형모델[3], 2-step 비평형모델[4]과 8-step 비평형모델을 이용하였다.

## 2.2 수치해석 기법

보존방정식들을 비직교좌표계로 변환하고 Non-staggered 격자배열을 사용한 유한체적법에 의해 차분화하였다. Non-staggered 격자배열방식은 모든 종속 및 독립변수들은 동일한 격자위치에서 저장되고 유한체적요소경계에 위치한 변수들은 인접한 격자점의 값을 이용하여 보간법으로 계산된다. 압축성 화학반응유동장의 속도-압력-밀도의 coupling은 개선된 PISO 알고리즘 [2] 에 의해 처리하였고 stiff한 화학반응원천항을 가지는 화학종 보존방정식은 Operator-Splitting 방식에 의해 처리하였다. 대류항은 Chakravathy 와 Osher 의 TVD scheme [5] 에 의해 차분하였고 대수방정식은 Conjugate Gradient Matrix Solver에 의해 계산하였다.

## 2.3 경계조건

아음속영역인 노즐입구에서의 경계조건은 total enthalpy, total pressure 그리고 화학종의 mass fraction을 고정하였다. 반경방향속도는 0으로 가정했고 축방향속도는 내부유동영역으로부터 extrapolation하여 구하였고 밀도와 압력은 등엔트로피 관계식으로부터 각각 결정된다. 초음속영역인 노즐출구에서는 모든 종속변수 경

계치를 내부유동영역에서 extrapolation하여 구하였다. 대칭면에서는 반경방향속도와 종속변수들의 반경방향 기울기를 0으로 놓았다. 노즐벽면에서는 비점성유동의 경우에는 slip조건을 사용하고 점성유동의 경우에는 non-slip조건을 사용하였다. 난류유동의 경우 난류벽함수를 사용하였고, 벽면의 열전달 경계조건은 단열조건 혹은 실측된 온도분포를 사용하였다.

### 3. 수치계산 결과

그림1은 SSME 노즐의 기본제원과 수치격자 (81×41)을 각각 나타낸다. SSME 노즐의 작동조건은 노즐입구압력과 온도가 각각 2935.7 psia 와 3639 °K이고 mixture ratio는 6.0, area ratio는 77.5이다. 그림2에서는 4개의 격자배열 (61×41, 81×41, 161×41, 201×41)에 대한 벽면열전달을 고려한 난류비연소유동의 수치해를 비교하였다. 노즐중심선을 따른 Mach수 profile 이 coarse grid (61×41)를 제외하고 거의 동일한 분포를 보이고 있으나 노즐출구에서 반경방향 Mach수 profile 에서는 fine grid (161×41, 201×41)의 경우 거의 동일한 분포를 가지나 intermediate grid (81×41)의 경우에는 nozzle shock이 통과하는 영역에서 약간의 차이를 보여주고 있으며 coarse grid인 경우는 nozzle shock영역에서부터 노즐중심선까지 상대적으로 큰 차이를 보이고 있다. 본 연구에서는 계산시간과 수치정확성을 고려하여 intermediate grid (81×41)를 사용하여 비연소 및 연소노즐유동을 예측하였다.

그림3은 SSME 노즐의 실측된 벽면온도분포[6]이며 nozzle throat 근방에서의 급격한 온도변화는 냉각수로 많은 열전달이 일어난다는 것을 나타내고 있다. 점성, 난류 그리고 벽면냉각이 노즐유동에 미치는 영향을 알아보기 위해 5가지의 비연소 노즐유동에 대한 계산을 수행하였다. 그림 4에서 보는 바와 같이 노즐중심선의 축방향 Mach수 분포는 거의 동일하나, 노즐 출구의 반경방향 Mach수 분포는 벽면열전달과 난류의 영향이 비교적 크게 나타남을 알수있다.

그림 5는 수소(H<sub>2</sub>)와 산소(O<sub>2</sub>) 화학반응에 대한 세가지 모델(화학평형, 2-step비평형, 8-step 비평형)에 대한 등온선도이다. 세 모델들은 SSME 노즐유동의 기본특성 및 노즐확대관 부분의 노즐벽면곡률접선점에서 발생하여 노즐출구와 중심선방향으로 전파하는 약한 충격파(nozzle shock)를 잘 예측하고 있다. 2-step과 8-step의 비평형모델은 비슷한 유동pattern을 보이나, 비평형모델은 다소 차이를 보이고 있다. 그림 6은 노즐중심선을 따른 H<sub>2</sub>O와 OH의 축방향 Mass fraction의 분포이다. 연소가 활발하게 일어나는 노즐입구 근방에서의 OH radical의 분포는 8-step 비평형 모델이 제일 높고, 2-step 비평형모델과 평형모델의 순서로 되어있고, H<sub>2</sub>O의 생성율은 평형모델이 제일 높고 2-step 비평형모델과 8-step 비평형모델의 순서로 되어 있다. 그림 7은 Mach수의 노즐중심선을 따른 축방향분포와 노즐출구에서 반경방향분포를 나타낸다. 비평형모델에 비해서 평형모델은 상대적으로 낮은 Mach수를

예측하고있다. 이는 평형모델에 의해 높게 예측된 온도와 음향속도에 기인하며, 평형모델의  $I_{sp}$ (459.86)는 2-step 비평형모델( $I_{sp}$ =442.01)과 8-step 비평형모델( $I_{sp}$ =452.78)보다 높게 예측하였다. 8-step 모델의 예측결과 ( $I_{sp}$ =452.78)가 실험치(453.3)에 가장 가깝게 나타났다.

#### 4. 결론

본 연구에서 개발한 압력기준 유동해석모델은 모든 Mach수 유동영역을 가지는 로켓엔진연소유동의 기본특성과 성능을 잘 예측하였다. 앞으로의 연구과제에는 multi-step 비평형 화학반응유동 예측을 위한 수치효율 개선을 비롯하여 start-up 시의 비정상유동해석, 노즐 plume과 base flow heating 해석, 그리고 비선형연소불안정해석등이 포함되어 있다.

#### 5. 참고문헌

1. Nicker, G.R., Coates, D.E., Dang, A.L., Dunn, S.S., and Kehtarnavaz, H., "Two-Dimensional Kinetics (TDK) Nozzle Performance Computer Program," SEA, Inc., Mar., 1989
2. Kim, Y.M., Chen, C.P., and Chen, Y.S., "Prediction of Fast-Transient Spray-Combustion Flows," Numerical Heat Transfer, in Press
3. Gordon, S., McBride, B.J., "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected shocks, and Chapman-Jouguet Detonations," NASA SP-273, 1976
4. Rogers, R.C., and Chinitz, W., "Using a Global Hydrogen-Air Combustion Model in Turbulent Flow Calculation," AIAA J., vol. 21, pp. 586-592, 1983
5. Chakravarthy, S.R. and Osher, S., "A New Class of High Accuracy TVD schemes for Hyperbolic Conservation Laws," AIAA paper 85-0363, 1985
6. David, D., "Space Shuttle Engine Study," vol. II, Interim Report, Aerojet Tech. System Co., Sacramento, Ca, Apr., 1985

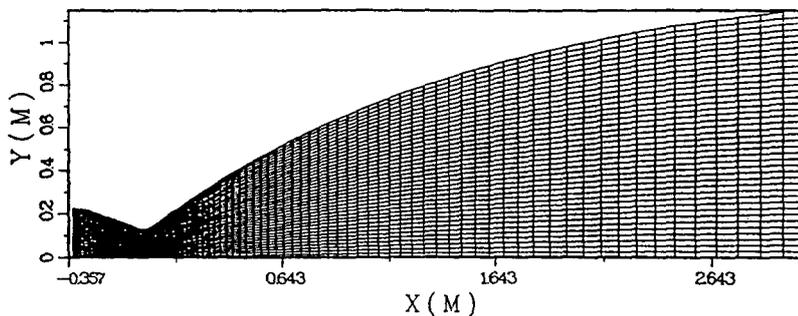


그림 1. SSME 노즐의 기본제원과 수치격자 (81x41)

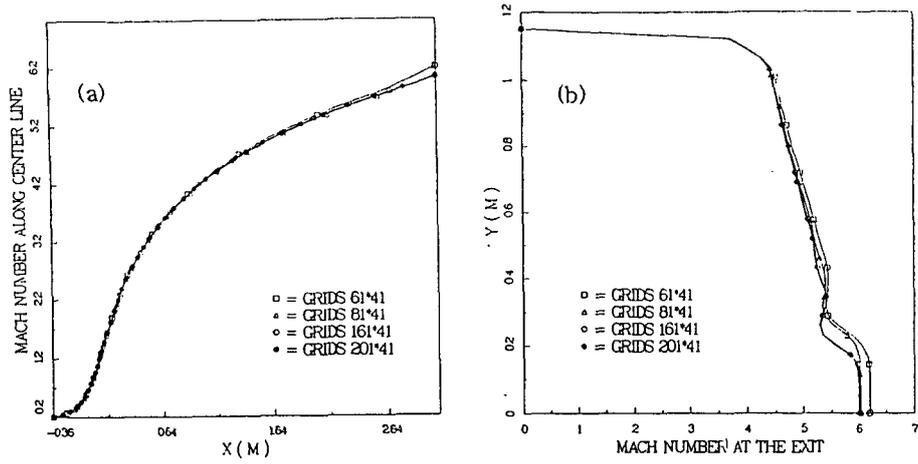


그림 2. 표면냉각을 갖는 난류노즐유동의 Mach수 분포

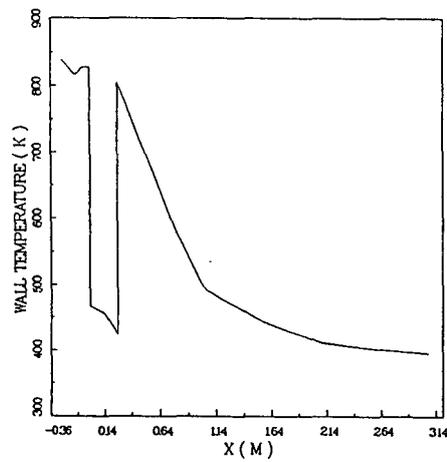


그림 3. SSME 노즐의 수정된 벽면온도분포

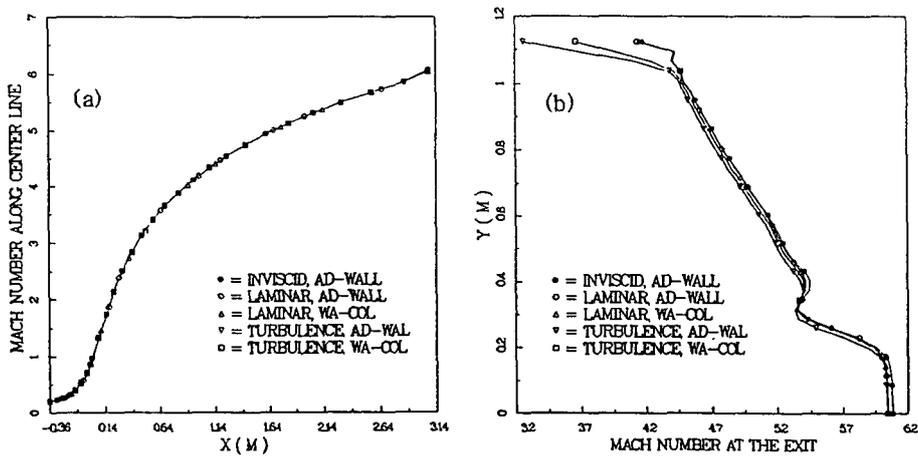


그림 4. 노즐 중심선 및 노즐 출구에서의 Mach수 분포



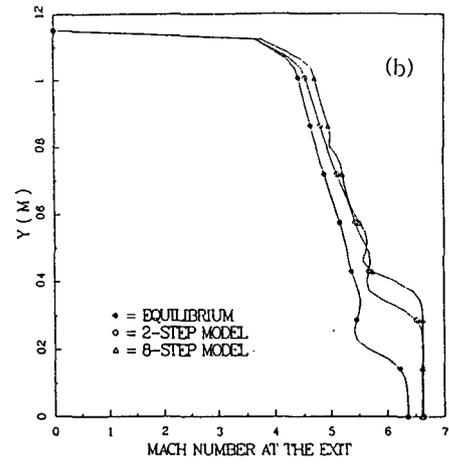
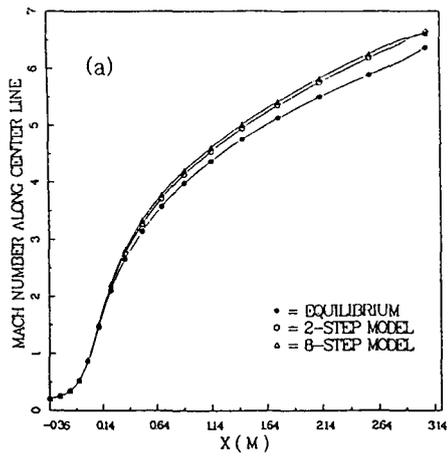


그림 7. 노즐 중심선과 노즐 출구에서 Mach수 분포