

구조물의 자유진동특성 추정을 위한 실험적 연구 (Experimental Study for Modal Parameter Estimation of Structural Systems)

윤정방^{*)}, 이형진^{**)}
Yun, Chung Bang Lee, Hyeong Jin

ABSTRACT

As for the safety evaluation of existing large-scale structures, methods for estimation of the structural and dynamic properties are studied. Sequential prediction error method in time domain and improved FRF estimator in frequency domain are comparatively studied. For this purpose, impact tests of 2 bay 3 floor steel frame structure are performed. Results from both methods are found to be consistent to each others, however those from the finite-element analysis are slightly different from experimental results.

1. 서 론

실제구조물의 구조적 특성은 여러가지 원인으로 인하여, 최초 설계당시의 특성과 많이 다른 것이 보통이다. 실험적 방법을 통해 이러한 변화된 동특성을 찾아내고, 응용하는 방안을 연구하는 방안을 연구하는 분야가 System Identification이다. 이 방법은 크게 주파수영역에서의 방법과 시간영역에서의 방법으로 대별해 볼 수 있다. 주파수영역의 방법은 수치적인 안정성이나 정확도가 시간영역의 방법에 비해 우수한 편이나, 응용의 범위가 제한되어 있고, 매우 많은 실험데이터를 요구하는 방법이다. 이에 비해 시간영역의 방법은 실시간(On-line) 추정이 가능하고, 비교적 적은 데이터로도 추정이 가능하다는 잇점이 있다. 본 논문에서는 새로이 개발된 주파수영역과 시간영역의 동특성추정방법을 실험적으로 검토하고, 각 영역의 방법이 가지는 특성을 고찰해 보려한다.

주파수 영역의 방법으로는 기존의 $H_0(f)$, $H_1(f)$ 과 $H_2(f)$ [5]외에 새로이 개발된 $H_3(f)$ [10], $H_4(f)$ [6]를 고찰하였고, 시간영역에서의 방법으로는 순차적 예측오차방법(Sequential Prediction Error Method)[1]을 사용하여 구조물의 동특성을 추정하는 방법을 고찰하였다. 일반적으로 시간영역방법은 그 수행방식에 따라 일괄처리방법(Batch Process)과 순차적처리방법(Sequential Process)의 경우로 나누어 생각할 수 있다. 일괄처리방법은 입력과 응답의 데이터를 한꺼번에 처리하는 방법으로 이 방법에 속하는 것은 LS(Least Square), IV(Instrumental Variable), ML(Maximum Likelihood)등의 방법이 있다. 순차적 처리방법은 실험데이터를 한단계씩 읽어가며 보다 나은 추정치로 바꾸어 가는 방식으로 보통 일괄처리방법(Off-Line)과 대비하여 실시간(On-Line)방법이라고 불리운다. 이 방법에는 순차적예측오차방법외에 RLS(Recursive Least Square)방법과 EKF(Extended Kalman Filter)방법이 있다. 일괄처리방법에 비해 순차적 방법은 적은 데이터량으로도 비교적 우수한 계산결과를 얻을 수 있다는

^{*)} 한국과학기술원 토목공학과 교수

^{**)} 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

효율성의 측면과 계산중간과정에서 비정상상태로 인한 확률적 특성의 변화를 고려할 수 있다는 장점이 있다는 것으로 평가된다.

2. 주파수 영역에서의 동특성 추정법

주파수영역에서의 방법으로 동특성을 추정하는 과정은 먼저 주파수응답함수를 추정한 후, 이를 바탕으로 모우드 계수(자유진동수, 감쇠계수 및 모우드형상계수)를 추정하는 방법이 사용된다. 이 방법은 주파수영역에서 기본적으로 식(1)과 같이 표현된다.

$$H_0(f) = Y(f)/X(f) \quad (1)$$

여기서, $X(f)$, $Y(f)$ 는 각각 측정된 입력과 응답의 Fourier 변환함수를 나타낸다. 입력과 응답성분에 측정오차가 포함되지 않은 경우, $H_0(f)$ 는 정확한 주파수응답함수 $H(f)$ 의 추정치이나 측정오차성분의 존재로 인해 정확한 주파수응답함수를 구할 수 없다. 따라서, 일반적으로는 식(2), (3)[5]와 같은 추정함수를 사용한다.

$$H_1(f) = S_{xy}(f)/S_{xx}(f) = H(f)/(1 + S_{mm}(f)/S_{uu}(f)) \quad (2)$$

$$H_2(f) = S_{yy}(f)/S_{yx}(f) = H(f)(1 + S_{nn}(f)/S_{vv}(f)) \quad (3)$$

여기서, m , n 은 입력, 응답의 측정오차이고, $x = u + m$, $y = v + n$ 이다. 또한, $S_{uu}(f)$, $S_{vv}(f)$, $S_{xx}(f)$, $S_{yy}(f)$, $S_{mm}(f)$ 그리고 $S_{nn}(f)$ 는 power spectral density(PSD) 함수; $S_{xy}(f)$, $S_{yx}(f)$ 는 cross-spectral density 함수이다. 그러나, 이들 $H_1(f)$, $H_2(f)$ 는 공진주파수영역과 비공진주파수영역에 대해 다른 성질을 가진다. 공진영역에서는 $H_2(f)$ 의 추정치가 정확한 반면, 비공진주파수 영역에서는 $H_1(f)$ 이 우수한 편이다. 따라서, 이러한 성질을 조합하여 만들어진 주파수응답추정함수가 식 (4), 식(5)의 $H_3(f)$, $H_4(f)$ [10, 6]이다.

$$H_3(f) = \frac{H_2(f)[\gamma_{xy}^2(f)F(f)/|H_1(f)|^2 + 1]}{F(f)/|H_1(f)|^2 + 1} \quad (4)$$

$$H_4(f) = (1 - W(f))H_1(f) + W(f)H_2(f) \quad (5)$$

여기서, $F(f)$, $\gamma_{xy}(f)$ 는 각각 normalizing 함수, Coherence 함수이고, $W(f)$ 는 가중함수이다.

3. 시간영역에서의 동특성 추정법

순차적 예측오차 방법[1,2,3,4]은 선형 다자유도계의 시간영역에서의 구조 특성계수 추정 및 모우드 특성계수 추정 방식으로 사용되어 왔다. 이 방식은 기존의 RLSM(Recursive Least Square Method)방법에 대해 보다 강력한 수렴성을 갖는 특성이나 EKF(Extended Kalman Filter)와 관계된 여러가지 문제점 (Bias, Divergence의 가능성 등)을 극복했다는 점에서 높이 평가 될 수 있는 방법이다.

구조계의 특성은 질량, 감쇠 그리고 강성행렬로 나타나는 구조계 특성계수와 자유진동수, 자유진동 모우드형상, 모우드 감쇠계수로 나타나는 모우드 특성계수로 나누어 고려할 수 있다. 이때, 각각은 아래와 같이 운동방정식과 이산영역에서 나타는 입력과 응답간의 관계식을 통하여 표현된다. 이러한 관계식은 순차적 예측오차방법을 사용하기위해 ARMAX(auto-regressive and moving average model with auxiliary input) 모형식으로 다시 유도되어, 그 각각의 계수가 추정된 후, 유도되어진 관계식을 통하여 원하는 구조계 특성계수나 모우드 특성계수로 나타내어 진다. 이때, 구조계수의 추정을 위해서는 전 자유도에 대한 응답이 필요하다는 특징이 있고, 이는 실제 실험상 가질수 있는 조건과는 부적합하다. 따라서, 본 연구에서는 모우드 계수의 추정에 대하여 보다 중점을 두었다.

3.1 운동 방정식

일반적으로 n차의 자유도를 가진 선형구조계의 운동방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다

$$M_0 \ddot{\xi}(t) + C_0 \dot{\xi}(t) + K_0 \xi(t) = L_0 u(t) \quad (6)$$

이때, $\xi(t)$, $\dot{\xi}(t)$ and $\ddot{\xi}(t)$ 는 n 차원의 응답벡터이고, $u(t)$ 는 m차원의 입력벡터이다. 또한 M_0 , C_0 와 K_0 는 각각 질량, 감쇠, 강성행렬이고 L_0 는 n×m 차의 입력 계수행렬이다.

3.2 실험적 모드식(Experimental Modal Equation)

식 (6)으로 부터 유도되는 모드식은 감쇠의 특성에 따라 비례감쇠(Proportional Damping)의 경우와 비비례감쇠 (Non-proportional Damping)의 경우로 나눌 수 있다. 비례감쇠의 경우에 비해 비비례 감쇠의 경우는 모드식이 Couple이 되므로 감쇠행렬을 포함한 복소 모드 형상(Complex Mode Shape)에 의해 표현된다. 이때, 일반적으로 실험에 사용하는 데이터가 이산영역에서의 값이므로, Z-변환을 사용하여 운동방정식 (6)은 식 (7)과 같은 이산계의 관계식으로 변환 될 수 있다.

$$y(k) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\gamma_i \Psi_i \Psi_i^T}{z - \mu_i} + \frac{\gamma_i^* \Psi_i^* \Psi_i^{*T}}{z - \mu_i^*} \right] L_0 u(k) + Du(k) \quad (7)$$

이때, Ψ 는 복소모드 형상이고, μ 는 자유진동수와 관계있는 이산영역의 극점이다. 그리고 Z는 Forward Operating을 나타내는 Z-변환의 변수이고, (*)는 공액복소수를 나타낸다. 또한, $\mu_i = \exp(\lambda_i \Delta t)$, $\gamma_i = (\mu_i - 1) / \lambda_i$ 의 관계를 가지며, λ 는 연속 시간영역에서의 고유치를 나타내고, Δt 는 Sampling Time을 나타낸다.

식 (7) 을 ARMA모형식으로 변환한 후, 예측오차를 고려한 ARMAX 모형식을 구성하고, 이를 바탕으로, 식 (8)과 같은 예측오차모형식으로 나타낼 수 있다.

$$y(k) = \Phi(k)^T \theta + e(k, \theta) \quad (8)$$

여기서 $\Phi(k)$ 는 회귀행렬(Regression Matrix), θ 는 Parameter 벡터이다. $\Phi(k)$ 는 제측된 데이터로 구성된 기지행렬이고, θ 는 구해야 할 미지계수로 구성된 벡터이다.

3.3 순차적 예측오차 방법 (Sequential Prediction Error Model)

순차적 예측오차방법의 유도는 식(9)와 같은 추계론적 구조계를 가정하여 시작한다.

$$y(k) = \hat{y}(k, Y(k-1), U(k), \theta) + e(k) \quad (9)$$

여기서, $y(k)$ 는 n차원 벡터 랜덤변수; $Y(k-1)$ 는 집합 $\{y(k-1), y(k-2), \dots, y(0)\}$; $U(k)$ 는 집합 $\{u(k), u(k-1), \dots, u(0)\}$; $u(k)$ 는 m차원 벡터 랜덤변수; θ 는 p차원의 Parameter 벡터; $e(k)$ 는 $E\{e(k) / Y(k-1), U(k)\} = 0$ 을 만족하는 n차원 벡터 랜덤변수이다. 식(9)에서 $\hat{y}(k, Y(k-1), U(k), \theta)$ 는 주어진 $Y(k-1)$ 과 $U(k)$ 에 대한 $y(k)$ 의 조건부 기대치(conditional expectation)이다. 또한 최적 예측(optimal predictor)이라고도 한다.

모든 시간에 대하여 예측오차 $e(k)$ 가 영이 되는 파라미터 θ 를 구하는 것은 불가능하다. 그러므로 다음 식 (10)의 목적함수를 최소화하는 θ 를 구하여, 최소 예측오차(minimum prediction error)를 갖도록 하는 θ 를 구하는 것이 목적이다.

$$\begin{aligned} V_N(\theta) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{y(k) - \hat{y}(k, \theta)\}^T \{y(k) - \hat{y}(k, \theta)\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{e(k, \theta)\}^T \{e(k, \theta)\} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, N은 데이터의 갯수이다. 지금까지 유도된 순차적 예측오차 방법을 요약하여 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \theta(k+1) &= \theta(k) + F(k+1)\psi(k)\{e(k+1, \theta(k))\} \\ F(k+1)^{-1} &= F(k)^{-1} + \psi(k)\psi(k)^T \quad \text{with } F(0) = \beta \cdot I \quad (\beta > 0) \\ \text{여기서 } \psi(k) &= -\left. \frac{de(k+1, \theta)}{d\theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}(k)} \end{aligned} \tag{11}$$

여기서, $F(k)$ 는 Adaptation Gain행렬이며, $\psi(k)$ 는 회귀행렬 $\Phi(k)$ 의 필터링된 Negative Gradient 행렬이다.

또한, 이 순차적 예측오차방법의 수렴성을 향상시키기 위하여 Exponential Data Weighting Global Data Weighting, Adaptation Gain 행렬의 Square Root Estimation방법들[1,4]이 연구되어 시간영역방법이 가지는 수치는 어려움을 상당히 극복해 왔다.

4. 실험적 검토

4.1 실험모형의 제원과 실험 방법

대형구조에 대한 동특성 추정 방법을 실험적으로 검증하기 위하여 3 층 2 Bay 철골구조가 선택되었다. 실험체의 모형의 형상과 제원은 그림 1과 표 1과 같으며, 사용된 강재는 탄소강이다.

선택된 실험방법으로는 충격해머(Impact Hammer)를 이용하여 가진 1,2,3점에 가진하고, 각각의 가진에 대해 계측점 1,2,3,4에서 가속도계(Accelerometer)를 설치하여 수평방향의 가속도를 측정하는 방식을 선택하였다. 또한, 유한요소 해석이 수행되어 실험적 결과와 해석적 결과를 비교하였다. 그림 2는 유한요소해석을 위해 선택된 절점을 보이고 있다. 유한요소법에 의해 얻어진 자유진동해석 결과는 3 번째 모드까지를 기본으로 표 2,3 에 나타내었다. 또한, 6번째까지의 모드를 그림 3에 나타내었다. 계측은 Sampling Frequency 1000 Hz로 선택하여, 6초까지 계측(총 6000개의 데이터)된 입력과 응답성분들을 1 set으로 하여 총 5 set가 계측되었다. 이때, 계측된 길이내에 응답성분이 충분히 감쇠하지 않으며, 구조계의 감소계수를 정확히 추정하기 위하여 지수감쇠가중(Exponential Windowing)[7]이 사용되었다. 계측이력은 그림 4에 보이였다.

주파수영역에서의 동특성추정법을 위해서는 계측된 5 set의 결과를 모두 사용하였고, 시간영역에서의 1 set의 결과만을 선택하여, 그중 1000 개의 데이터만을 이용하였다.

4.2 실험결과 및 토의

추정된 주파수응답함수는 그림 5에 보이였고, 이를 이용하여 구해진 모드 계수는 표 4,5에 보이였다. 이때, 그림 6과 같이 구해진 Coherence함수에 의하면, 구해진 신호의 상태는 비교적 양호한 것으로 보인다. 시간영역에서는 주어진 신호로부터 모드 계수가 직접 구해지고, 이를 표 6에 보이였다. 표 2, 3의 구조해석결과와 표 4,5 그리고 표 6의 실험결과를 비교하면, 실험적으로 구해진 두 결과가 상당히 유사하게 구해졌음을 볼 수 있다. 더불어, 주파수영역의 방법에 비해서는 정확도가 떨어지지만, 시간영역의 방법으로 구해진 결과가 사용된 데이터가 매우 작았음에도 불구하고 상당한 정확도를 보이고 있음을 볼 수 있었다. 이러한 특성은 기존의 여타 시간영역의 방법으로는 매우 구해내기 어려운 결과였다. 또한, 비교적 좋은 실험결과와 지수감쇠가중으로 인한 계측오차의 감소로 인해, 새로운 주파수영역방법이 가지는 우수성을 뚜렷하게 관찰할 수는 없었으나, 이 방법의 결과가 안정된 결과를 보이고 있음은 관찰할 수 있었다.

5. 결 론

본 논문의 연구로 부터의 성과를 정리하면 다음과 같다.

- (1) 순차적 예측오차방법은 시간영역방법에서의 수치적 난점을 상당히 극복하였으며, 작은 길이의 데이터로도 비교적 우수한 결과를 보였다.
- (2) 지수감쇠가중의 결과는 주파수 영역만이 아니라, 시간영역에서의 추정결과도 상당히 개선한 것으로 보인다.
- (3) 주파수영역방법은 많은 데이터가 필요한 반면, 안정되고 정확도가 우수한 결과를 보였다.
- (4) 추정된 모드 계수는 방법에 상관없이 일관성이 있는 반면, 유한요소해석결과와는 어느정도 차이가 있었다. 그 이유는 실제모형의 기하학적 요인이나, 접합부의 복잡한 특성, 초기 비틀림등이 정확히 모형화되기 어렵기 때문인 것으로 사료된다.

감사의 글

본 논문의 내용은 1993년도 학술진흥재단의 자유공모과제의 연구지원으로 수행된 연구결과와 일부이다. 동 재단의 지원에 깊은 감사의 뜻을 표한다.

참 고 문 헌

- [1] Lee, C-G. and Yun, C-B. "Parameter Identification of Linear Structural Dynamic Systems", *Comput. Struct.*, Vol.40 No.6, 1991
- [2] Yun, C-B., Lee, C-G. and Lee, H-J., "Parameter Estimations of Structural Dynamic Systems" ASCE Speciality Conference on Probabilistic Methods in Civil Engineering, Denver, USA., 1992
- [3] 윤정방, 이형진, "순차적 예측오차방법에 의한 구조물의 동특성 추정법", 대한토목학회 추계학술발표회, 1992
- [4] 윤정방, 이형진, "구조물의 동특성 추정을 위한 순차적 기법의 수렴성 향상에 관한 연구", 대한토목학회 추계학술발표회, 1993
- [5] Bendat, J. S. and Piersol, A. G., *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, John Wiley & Sons, New York, 1971
- [6] Hong, K-S. and Yun, C-B., "Improved method for frequency domain identifications of structures", *Eng. Struct.*, Vol.15, No.3, 1993
- [7] Bendat, J. S. and Piersol, A. G., *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1980
- [8] Shinozuka, C. B. Yun and H. Imai, "Identification of Linear Structural Dynamic Systems", *ASCE J. Eng. Mech*, 108, 1372-1390, 1982
- [9] Kozin, F. Natke, H. G. "System identification techniques." *Structural Safety*, v3, p269-316, (1986)
- [10] Fabunmi, J. A. and Tasker, F. A., "Advanced Techniques for Measuring Structural Mobilities", *J. Vib. Acous. Stress Reliability in Design*, ASME, Vol.110, 1988

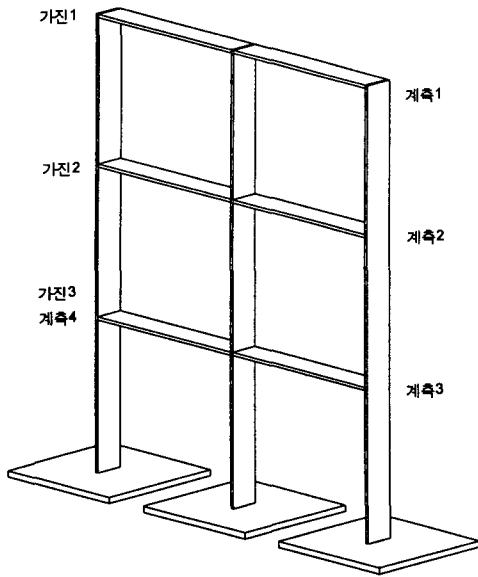


그림 1. 실험모형(2 Bay 3층 철골구조물)

표 1 실험모형의 제원

제원	A (cm ²)	I (cm ⁴)	m (kg/cm)
기둥	6.00	0.180	0.0471
휨부재	9.00	0.6075	0.0707

표 2 구조해석결과 - 자유진동수

모우드	자유진동수 (Hz)
1	5.462
2	16.521
3	26.440

표 3 구조해석결과 - 모우드 형상

계측점	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3
1	1.000	1.000	1.000
2	0.798	-0.423	-1.609
3	0.4033	-1.041	1.355
4	0.4033	-1.041	1.355

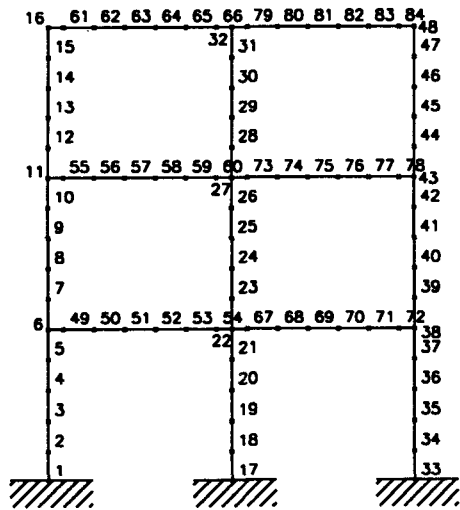


그림 2 유한요소해석을 위한 절점

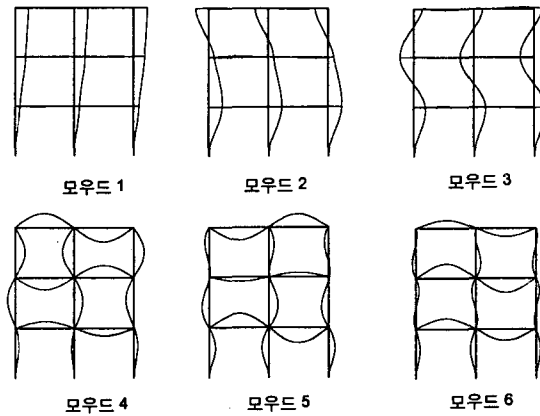


그림 3 구조해석으로 부터 구해진 모우드 형상

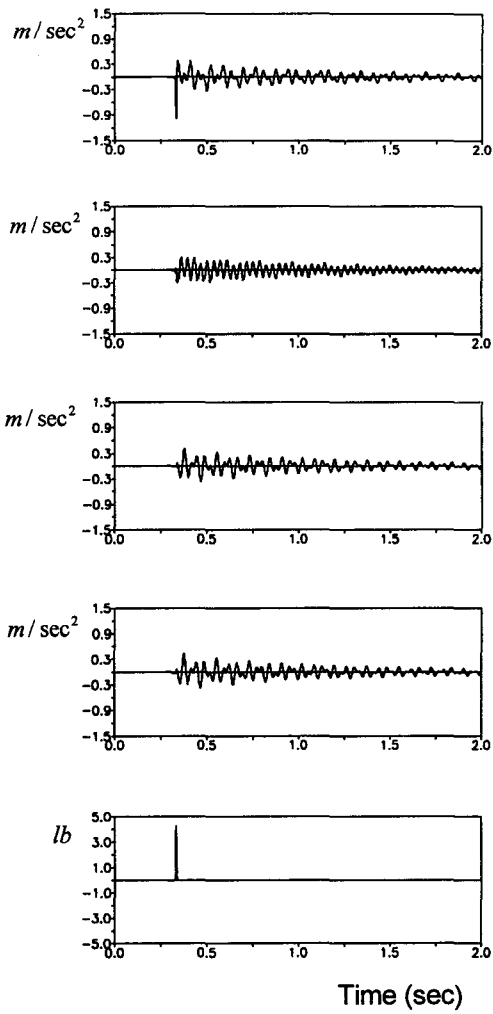


그림 4 계측된 시간이력
(상단부터 계측 1,2,3,4 그리고, 입력시간이력順)

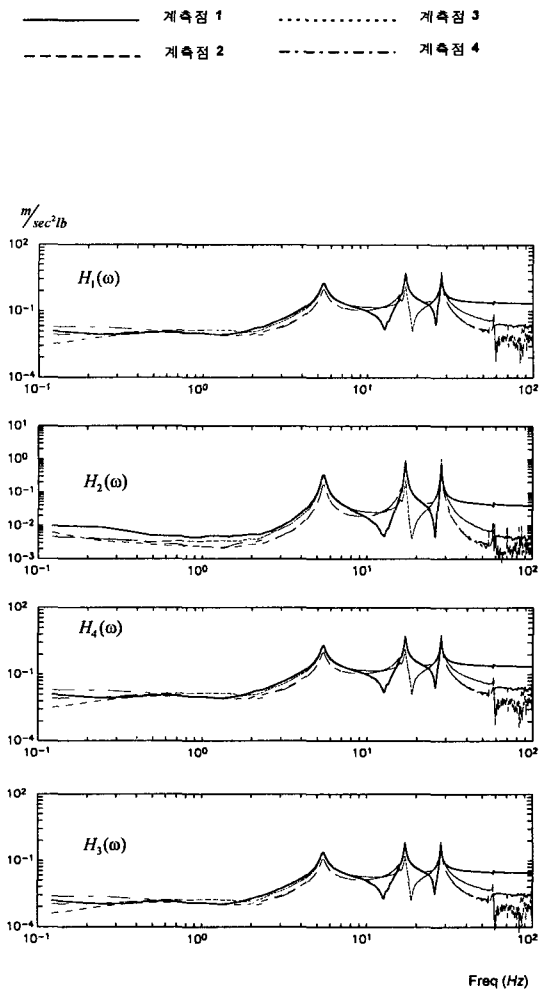


그림 5 추정된 주파수응답함수 (가진 1의 경우)

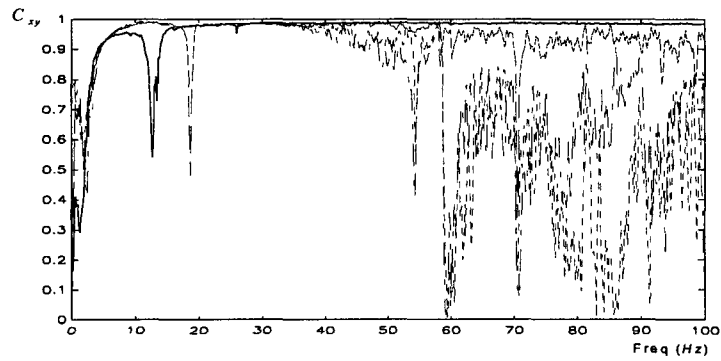


그림 6 추정된 Coherence(C_{xy}) (가진 1의 경우)

표4. 각 FRF에 따른 자유진동수와 감쇠비 (가진 1)

계측점 FRF	계측점 1	
	f_i	ξ_i
$H_0(\omega)$	5.481	0.0247
	17.078	0.0089
	28.162	0.0054
$H_1(\omega)$	5.481	0.0247
	17.078	0.0089
	28.088	0.0072
$H_2(\omega)$	5.481	0.0247
	17.078	0.0089
	28.162	0.0054
$H_3(\omega)$	5.481	0.0245
	17.078	0.0089
	28.162	0.0054
$H_4(\omega)$	5.481	0.0228
	17.078	0.0087
	28.162	0.0054

표 5 구해진 모드 형상계수 (가진1)

FRF	모우드 1	모우드 2	모우드 3
$H_0(\omega)$	1.000	1.000	1.000
	0.856	-0.274	-1.543
	0.503	-1.100	1.100
	0.500	-1.098	1.091
$H_1(\omega)$	1.000	1.000	1.000
	0.855	-0.274	-1.544
	0.503	-1.100	1.100
	0.500	-1.098	1.091
$H_2(\omega)$	1.000	1.000	1.000
	0.856	-0.274	-1.544
	0.503	-1.100	1.100
	0.501	-1.098	1.090
$H_3(\omega)$	1.000	1.000	1.000
	0.853	-0.272	-1.544
	0.490	-1.100	1.100
	0.488	-1.098	1.090
$H_4(\omega)$	1.000	1.000	1.000
	0.856	-0.274	-1.543
	0.503	-1.100	1.099
	0.501	-1.098	1.090

표 6. 시간영역의 방법에 의해 추정된 모드 계수들의 비교

		가진 1		가진 2		가진 3	
f_1	ξ_1	5.432	0.0271	5.455	0.0206	5.413	0.0350
	f_2	17.097	0.0093	17.067	0.0119	17.077	0.0091
	f_3	28.135	0.0054	28.134	0.0053	28.140	0.0054
모우드 1	계측 1	1.000	(0)	1.000	(0)	1.000	(0)
	계측 2	0.897	(1)	0.785	(2)	0.846	(2)
	계측 3	0.565	(2)	0.457	(4)	0.552	(7)
	계측 4	0.499	(7)	0.476	(1)	0.593	(10)
모우드 2	계측 1	1.000	(0)	1.000	(0)	1.000	(0)
	계측 2	0.265	(178)	0.278	(184)	0.278	(181)
	계측 3	1.180	(174)	1.082	(183)	1.092	(182)
	계측 4	1.153	(171)	1.058	(185)	1.101	(184)
모우드 3	계측 1	1.000	(0)	1.000	(0)	1.000	(0)
	계측 2	1.569	(178)	1.550	(182)	1.552	(179)
	계측 3	1.100	(4)	1.094	(3)	1.092	(5)
	계측 4	1.112	(6)	1.082	(6)	1.111	(7)

(*) 1. 자유진동수의 단위는 Hz이다.

2. ()안의 값은 복소모우드의 위상각을 나타낸 값으로, 단위는 Degree이다.