한국전산구조공학회
1994년도 봄학술발표회 논문집

사장교의 동특성분석에 관한 실험적 연구
Experimental Study on Dynamic Characteristics of Cable-Stayed Bridge

황 학 주* 김 상 효** 전 귀 현*** 박 기 태**** 신 주 환*****
Hwang, Hak-Joo Kim, Sang-Hyo Jhun, Kwi-Hyun Park, Ki-Tae Shin, Joo-Whan

ABSTRACT

Recently, cable-supported long-span bridge are widely constructed due to improved quality of cable and development of design and construction techniques. In this study, an existing cable-stayed bridge, Dolsan Bridge, has been evaluated based on the cable forces measured using vibration method. And the finite element model using in this study for the dynamic analysis has been found to be quite comparable with dynamic mode shapes and natural frequencies estimated from experimental data induced by ambient traffic excitations.

1. 서론

현재의 교량유지관리체계는 공용중인 구조물에 대해서 당초 예상하지 못했던 문제가 발생한 후에야 그 원인을 조사하고 적절한 대응책이 강구되어 온 것이 현실이다. 그러나 일반적으로 교량은 건설의 초기단계에서부터 장기적인 유지관리를 위해 노후화에 대한 점검 및 진단을 지속적으로 실시하는 것이 중요하며, 이로부터 구조물의 안전도 및 내하력, 내구성평가를 실시하여 구조물의 기능을 유지하고 보존하여야 한다. 따라서 본 연구에서는 우리나라 최초의 사장교인 돌산대교 안전도 진단의 일환으로 수행된 케이블의 장력측정 시험에 있어서 하중조건을 변화시키며 실제로 진동법에 의해 측정된 케이블의 장력과 유한요소법에 의한 해석치의 비교를 통해서 진동법의 정확성을 검증하였다. 또한 현장시험을 수행하여 이로부터 동적 구조거동의 특성을 도출하고 해석치와의 비교를 통하여 구조물의 안전성여부를 알아보고 자 한다.

2. 돌산대교의 형식

돌산대교는 전라남도 여수시 봉천동과 여천군 돌산면 우두리를 연결하는 우리나라 최초의 사장교로서 강상판 박스형 3 경간 연속사장교 형식이고 교장은 450 m(85 m+280 m+85 m), 교폭은 11.7 m(2 차선), 설계하중은 DB18 하중이다[3].

3. 케이블의 장력측정

3.1 진동법 이론

진동법[1,2]은 케이블의 진동특성에 따른 고유진동수로부터 케이블의 휨강성, sag, 경사각 등의 영향을 고려하여 장력을 구하는 것으로 본 연구에서는 이 중에서 휨강성과 sag 의 영향을 무시한 현이론에 의한 방법 및 휨강성을 고려하면서 sag 의 영향은 무시하는 방법으로 장력 산출을 해보고자 한다.

* 연세대학교 토목공학과 교수
** 연세대학교 토목공학과 부교수
*** 연세대학교 산업기술연구소 객원연구원
**** 한국건설기술연구원
***** (주)다산 콘설턴트

3.1.1 현이론식

케이블의 길이가 길고 큰 장력이 작용될때 휨강성의 영향을 무시한 경우 케이블의 진동은 다음의 미분방정식으로 표시된다.

$$\frac{w}{g}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \qquad (1)$$

여기에서 y : 진폭, x : 길이방향의 좌표, w : 단위길이당 중량, g : 중력가속도, T : 장력, t : 시간

위의 식을 양단 고정의 경계조건으로부터 풀면 다음과 같다.

$$T = \frac{4wl^2}{n^2 g} f_n^2 \qquad (2)$$

여기에서 f_n : n 차 고유진동수, l : 케이블의 길이

3.1.2 휨강성의 영향을 고려한 경우의 관계식

길이가 비교적 짧고 sag 의 영향을 무시할때 전 지간에 걸쳐서 휨강성이 일정하다고 가정한 경우 다음과 같이 휨강성을 고려한 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{w}{g}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - T\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \qquad (3)$$

여기에서 EI : 케이블의 휨강성

위의 식을 양단고정의 경계조건에 대해서 풀고 대칭 1 차 진동과 역대칭 1 차 진동으로 나누어 Shinke 가 제안한 근사식으로 표현하면 다음과 같다.

i) sag 가 작은 경우($\Gamma \geq 3$)

$$T = \frac{4w}{g}(f_1 l)^2\left\{0.857 - 10.89\left(\frac{c}{f_1}\right)^2\right\} \quad (3 \leq \xi \leq 17)$$

$$T = \frac{4w}{g}(f_1 l)^2\left\{1 - 2.2\left(\frac{c}{f_1}\right) - 2\left(\frac{c}{f_1}\right)^2\right\} \quad (\xi \geq 17) \qquad (4)$$

ii) sag 가 큰 경우($\Gamma < 3$)

$$T = \frac{w}{g}(f_2 l)^2\left\{1.02 - 6.26\frac{c}{f_2}\right\} \quad (\xi \geq 10) \qquad (5)$$

여기에서 w : 단위길이당 중량, g : 중력가속도, f_n : n 차 고유진동수, l : 케이블의 길이

$$c = \sqrt{\frac{EIg}{wl^4}} \qquad \xi = \sqrt{\frac{T}{EI}}\,l$$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{wl}{128EA(\delta)^3\cos^5\theta}}\left(\frac{0.31\xi+0.5}{0.31\xi-0.5}\right) \qquad \delta = \text{sag / 케이블의 수평성분 길이}$$

위의 식에서 ξ 와 Γ 는 케이블의 성질을 나타내는 무차원항으로서 ξ 는 휨강성의 영향을 나타내는 항이고 Γ 는 sag 의 영향을 나타내는 항이며, Γ 에 따라서 식 (4) 는 1 차 진동(대칭 1

차) 에 대한 근사식, 식 (5) 는 2 차 진동(역대칭 1 차) 에 대한 근사식이다. sag 가 큰 경우에 대칭 진동에 대한 식을 이용할 경우에는 진동수의 계측 오차에 따라 장력의 변화가 크므로 이런 영향을 줄여줄 수 있는 역대칭 진동식에 따라 장력을 산정하고, sag 가 작은 경우에는 대칭 진동, 역대칭 진동 중에서 어떤 것이나 사용해도 무관하나 이 경우에 케이블에 도입된 장력이 큰 경우이므로 대칭 1 차 진동을 생기게 하는 것이 용이하므로 대칭 진동에 대한 식으로 계산을 한다. 또한 $\xi > 100$ 의 경우에는 거의 휨강성의 영향이 없는 것이므로 현이론식에 대한 식을 사용하는 것으로 한다.

돌산대교의 케이블 장력 측정에서는 위의 식들 중에서 현이론에 대한 식과 휨강성을 고려한 경우의 역대칭 1 차 진동에 대한 식을 이용하였다.

3.2 케이블의 장력 측정

3.2.1 장력측정 방법

돌산대교의 케이블은 Locked coil rope 이며 위치에 따라 Φ56, Φ66.5, Φ76, Φ87 mm 의 4 종류로 총 56 개가 있고 교탑에서 멀어질수록 케이블 직경이 커진다. 케이블의 번호는 임의로 교대로부터 지간중앙까지 1 번에서 14 번까지로 하였고 여수측은 CY, 돌산측은 CD 의 기호를 붙였으며 다시 남쪽에는 S, 북쪽에는 N 의 기호를 붙여서 구분하였다. 케이블의 장력측정에는 측정범위가 ± 1 g 인 가속도계를 사용하였고, 인위적으로 케이블을 가진하여 가속도를 측정하였다. 각각의 케이블에 대해서 2 번씩 시험을 하였고 측정된 가속도를 A-D 변환기를 이용하여 0.02 초 간격으로 컴퓨터의 하드 디스크에 데이터를 저장하여 케이블이 가진된 후 자유진동하는 구간에서 FFT(Fast Fourier Transform) 해석을 수행하여 대칭 및 역대칭 진동에 대한 고유진동수를 구하였다. 돌산대교의 케이블 배치형태는 그림 1 과 같고 케이블의 진동을 나타내는 가속도 시간 이력과 그에 따른 FFT 해석결과를 대표적으로 CDN 7 케이블에 대해서 각각 그림 2 와 3 에 나타내었다. 그림 3 에서 보듯이 측정된 케이블 가속도는 1st 모우드에서의 대칭 진동 보다는 2nd 모우드에서의 역대칭 진동이 지배적임을 알 수 있고, 케이블에 따라서는 1st 모우드의 고유진동수를 찾아내기 힘든 경우도 있으므로 2nd 모우드를 사용하여 케이블의 장력값을 구하는 것이 타당하다고 생각된다. 명확한 고유진동수의 산출을 위해서는 케이블이 가진되는 구간보다는 자유진동구간에서 FFT 해석을 하는 것이 합리적이라고 생각된다.

3.2.2 휨강성에 따른 장력 변화

케이블에는 자체의 휨강성 및 구성요소간의 마찰 등에 의하여 실제로 휨강성이 존재하고 있으며, 이 휨강성은 케이블의 길이, 장력 또는 휨 정도에 따라 변화한다. 식 (2) 와 식 (5) 에서와 같이 휨강성의 영향에 따라서 실용적으로 $\xi > 100$ 의 경우에는 현이론으로 해석하고, $\xi > 10$ 인 경우에는 휨강성을 고려하여 역대칭 진동식에 따라서 해석하는데 돌산대교의 경우에는 현이론으로 해석한 경우와 휨강성을 고려하여 해석한 경우에 있어서 차이가 미소함을 알 수 있고 오차의 범위는 3 %를 넘지 않는다. 표 1 에서 대표적으로 여수측의 케이블에 대한 휨강성의 영향과 측정 장력을 나타내었고 이 두 식의 오차는 ξ 의 값이 작아질 수록, 또는 도입 장력이 작아질수록 커지는 경향이 있다.

3.2.3 하중 조건에 따른 장력 변화

케이블의 장력은 하중 조건에 따라서 변하게 되는데, 본 연구에서는 차량의 통제시와 자유통행시에 따른 장력의 변화, 그리고 교량의 중앙부에 차량을 4 대 재하한 경우에 대하여 케이블 장력의 변화를 검토하였다.

차량의 자유통행시에는 통제시에 비하여 케이블 장력이 약간 증가하는 경향을 보이는 데 그 차이가 1 % 를 넘지 않음을 알 수 있다. 이 중에서 교량의 중앙쪽에 있는 케이블에서는 장력이 비교적 많이 증가되고 교각으로 가까워질수록 장력의 변화가 없음을 알 수 있었다.

차량을 통제한 후 교량의 중앙부에 차량 4 대(총중량 58.2 ton)를 재하한 경우에 케이블의 고유진동수는 차량 통제시에 비하여 증가하게 되는데 대표적으로 CDS 14 에 대한 경우를 그림 4 에 나타내었다. 이와 같이 조사된 CDS 13 에서는 7.4 ton, CDS 14 에서는 11.1 ton 의 케이블 장력이 증가함을 알 수 있는데 이는 유한요소 모델에 의해 해석한 결과와 비교해 볼 때 오차가 4 % 이내로 본 진동법의 신뢰도를 검정할 수 있다

표 1 케이블 장력 (CYN / CYS)

케이블	f_2(Hz)	ξ	장력(t)		
			휨강성 무시	휨강성고려	가설당시 장력
CYN1/CYS1	1.76/1.78	217.02/220.15	110.7/113.9	109.7/112.9	119.8
2	1.80/1.83	220.51/223.48	115.6/118.7	114.6/117.7	121.4
3	1.76/1.83	211.93/220.83	108.1/117.3	107.1/116.3	117.9
4	1.80/1.85	214.02/219.90	112.2/118.4	111.2/117.4	121.5
5	2.00/2.05	168.64/172.49	98.4/102.9	96.7/101.2	106.2
6	2.39/2.24	133.95/125.53	93.8/ 82.7	91.4/ 80.3	94.4
7	3.32/3.37	173.30/175.90	68.0/ 70.1	67.0/ 69.0	73.3
8	3.08/3.08	163.19/163.19	59.4/ 59.4	58.4/ 58.4	61.2
9	2.64/2.68	193.25/196.89	60.1/ 62.4	59.4/ 61.7	62.6
10	2.24/2.24	191.62/191.36	84.7/ 84.5	83.6/ 83.4	95.4
11	1.85/1.85	190.27/189.96	102.7/102.3	101.4/101.0	114.4
12	1.66/1.66	226.68/226.41	109.1/108.9	108.3/108.0	121.6
13	1.46/1.46	259.94/259.94	110.3/110.3	109.8/109.8	121.8
14	1.36/1.36	268.62/268.62	159.3/159.3	158.8/158.8	169.8

3.2.4 돌산대교의 케이블 장력

단위 길이당 중량(w), 길이(l), 휨강성(EI) 등의 케이블의 물성은 돌산대교 건설 당시 대림산업에서 제작한 공사지[3]를 참고로 하였다. 표 1 에서 보는 바와 같이 장력산정을 위하여 2nd 모우드인 역대칭 1 차 진동에 대한 고유진동수를 사용하였고 이렇게 해서 산정한 장력을 참고로 돌산대교의 가설당시의 장력과 비교하였다. 그러나 가설당시의 장력은 삼성중공업에서 시공시 부가사하중이 제외된 상태에서 측정하였던 장력[4]에 해석적으로 계산한 부가사하중에 의한 장력을 합한 값이므로 현재 측정된 값과 비교하여 장력변화를 구하기 보다는 참고값으로 고려하였다.

4. 동특성분석

4.1 동적시험

동적시험은 사장교의 동적특성(고유진동수, 모드형상) 을 구하기 위하여 실시하였으며, 시험을 통해서 구한 고유진동수와 모드형상을 해석적으로 구한 결과와 비교하였다. 모드형상은 구조물의 고유진동수에 따른 Reference point 와 Moving point 의 상대적인 움직임의 크기를 구하는 것으로 Reference point 는 중앙경간과 측경간에 각각 1 지점으로 선정하였고, Moving point 는 변위가 구속되어 있는 교각과 교대의 지점부를 제외한 케이블 정착부 9 지점을 선정하였다[6]. 가속도계는 수직, 수평, 비틀림에 의한 진동을 측정하기 위하여 남쪽에 수직 및 수평으로, 북쪽에 수직으로 총 6 개를 부착하여 측정하였으며 가속도계 부착위치는 그림 5 에 나타내었다. 수직 모드와 비틀림 모드의 결정을 위하여 수직으로 설치된 가속도계의 시간이력을 각각 더하거나 빼서 해석하였다. 가속도계로부터의 신호는 노이즈를 줄여주기 위하여 Low pass filter 를 사용하였고 A-D 변환기에서 50 Hz 의 진동수로 받았다. 또한 교량의 가진은 8 대의 트럭을 사용하여 돌산 측에서 여수 측으로 30 ~ 40 km/h 의 속도로 진행하였고 여수 측에서 돌산 측으로는 40 ~ 50 km/h 의 속도로 통과시킨 후 일반차량을 통제시키는 방식으로 각 Moving point 당 2 번씩 시험하였다. 모드형상의 결정을 위하여 더하거나 뺀 가속도 시간이력을 FFT(Fast Fourier Transform) 해석을 수행하였고 FFT 해석의 대상구간은 차량이 통과하고 난 후에 자유진동을 하는 부분으로 하였다. 대표적으로 Moving point 1 에 대한 가속도 시간이력 및 FFT 해석 결과를 그림 6 에 나타내었다. 모드형상은 각각의 고유진동수에서 Rerference point 와 Moving point 의 Fourier amplitude 의 비를 구하여 결정하고 Reference point 와 Moving point 간의 응답 Phase angle 은 두 지점 응답의 Cross spectrum 으로부터 결정하였다.

4.2 구조해석

대상구조물의 동적해석을 수행시 사용한 프로그램으로는 가장 일반화된 구조해석 프로그램인 SAP90을 이용하였고, 구조물의 비선형성을 검증하기 위하여 비선형해석이 가능한 ADINA를 이용하였다.

동적해석을 위하여 실제 거동과 유사하게 거동을 하는 3 차원 유한요소 모델을 작성하였다. 여기서 교탑과 상판은 선형탄성 Beam 요소로, 케이블은 트러스요소로 모델링을 하였다[5]. 질량은 Translational mass 와 Rotational mass 의 분포에 따라 Lumped mass 로 모델링하였다.

4.3 동특성분석에 관한 시험치 및 해석치 비교

동적특성시험에 의해 분석한 각 모드별 고유진동수와 해석모델의 고유진동수는 표 2 에 정리된 것과 같이 근접한 결과를 얻을 수 있었다. 수직 1 차 모드를 제외하면 전반적으로 해석결과가 시험결과보다 큰 것으로 나타나고 있으나 그 차이는 크지 않으며, 따라서 이러한 분석결과로 부터 현재의 구조시스템 강성이 초기 또는 설계치보다 저하되었다고 판단하기는 어렵다. 수평모드가 비교되지 않은 것은 본 시험에서는 차량통행에 의해 구조물을 초기 가진하였고, 상판거더의 횡방향 강성이 비교적 커서 횡방향 변위에 관련된 입력자료를 충분히 수집할 수 없었기 때문이다. 또한 비틀림모드의 경우 2.22 Hz 와 같이 높은 수치의 고유진동수를 가지고 있는 이유는 돌산대교가 강상판박스형 폐합단면을 가지고 있어 비틀림강성이 매우 크기 때문인 것으로 판단된다.

그림 7 에는 주요 모드의 해석치와 시험치가 정리되어 있는데, 낮은 차수의 진동모드는 시험에 의해 비교적 잘 분석되는 것을 알 수 있다. 높은 차수의 모드형태에서는 진동측정용 Reference point 의 합리적인 선정이 중요하다. 즉 진동모드가 매우 작은 위치에서 Reference point 가 선정될 경우에 분석되는 모드형태의 오차가 커지게 된다.

표 2 Mode Shape의 고유진동수 비교

Mode No.	Vertical		Torsional	
	시험치	해석치	시험치	해석치
1	0.56	0.55	2.22	2.35
2	0.83	0.85	-	-
3	1.27	1.37	-	-
4	1.56	1.75	-	-
5	1.68	1.77	-	-

5. 결론

1) 본 연구에서는 진동법에 의한 케이블의 장력 산정 공식을 이용하여 실제 돌산대교의 케이블에 대한 시험 및 해석을 수행하였다. 연구결과 고유진동수를 이용하여 매우 정확한 장력값을 구할 수 있고, 현이론식에 의한 경우도 휨강성을 고려한 경우와 비교하여 상당한 정확성을 보이고 있음을 알 수 있었다. 하중의 재하와 비재하시의 경우에 대하여 측정된 케이블 장력의 변화를 유한요소모델에 의한 해석치와 비교해 볼때 측정기법의 정확도를 알 수 있었다.

2) 본 연구에서는 사장교의 동특성분석을 위한 구조해석 및 시험을 수행하였으며, 이를 통해 공용중인 사장교의 건전성과 해석모델의 타당성을 분석하였다. 가속도계등을 이용한 동적진동모드형태 및 고유진동수의 측정은 매우 타당한 결과를 보여 주며, 특히 낮은 차수에서는 해석 및 시험결과가 매우 유사하게 나타났다.

참고 문헌

1. T. Shinke, K. Hironaka, H. Zui, and H Nishimura, "Practical Formulas for Estimation of Cable Tension by Vibration Method", Proceedings of Japan Society of Civil Engineers No.294 Feb. 1980 pp.25-32
2. M. Takahashi, S. Tabata, H. Hara, T. Shimada, and Y. Ohashi, "Tension Measurement by Microtremor Induced Vibration Method and Development of Tension Meter", Ishikawajima-Harima Engineering Review Vol. 21 No. 2 Mar. 1981 pp.1-6
3. 대림산업주식회사, 돌산대교 가설공사(상부구조) 공사지, pp375-446
4. 정종수, "돌산대교의 제작 및 시공", 한국강구조학회 학술세미나 발표논문집, 1992.10
5. John C. Wilson and Wayne Gravelle, "Modelling of a Cable-Stayed Bridge For Dynamic Analysis", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 20, 707-721
6. John C. Wilson and Tao Liu, "Ambient Vibration Measurements on a Cable-Stayed Bridge", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 20, 723-747

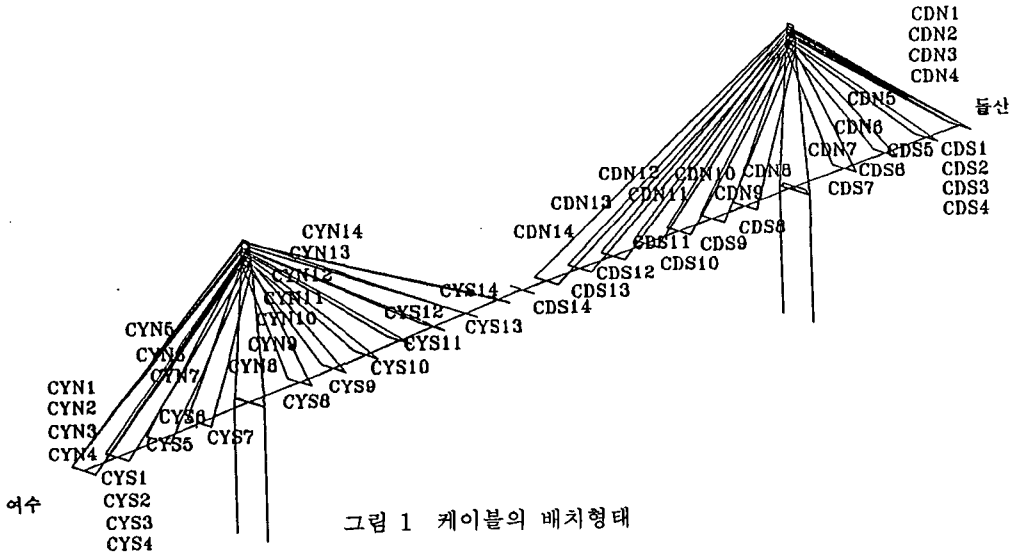

그림 1 케이블의 배치형태

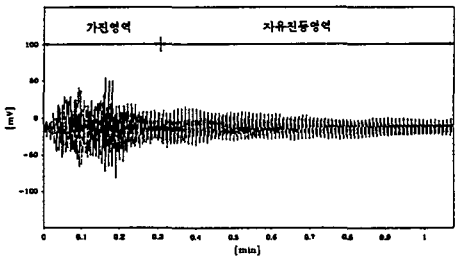

그림 2 케이블의 진동 측정(CDN7)

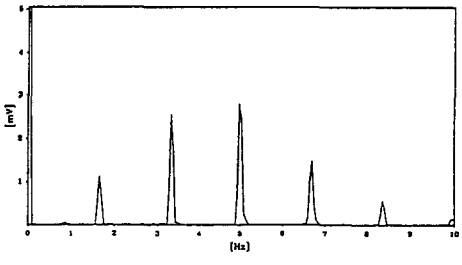

그림 3 FFT 해석(CDN7)

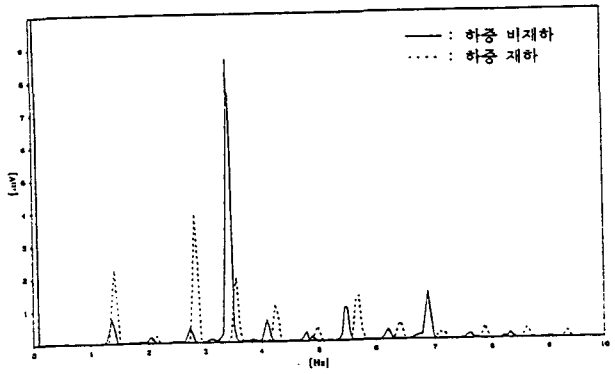

그림 4 하중재하에 따른 고유진동수 변화(CDS14)

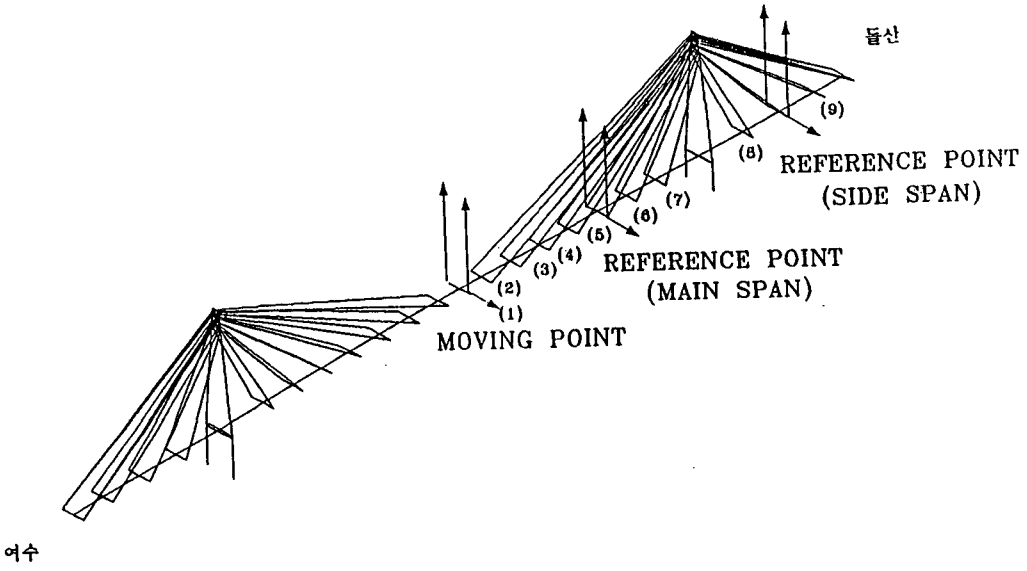

그림 5 가속도계 부착위치

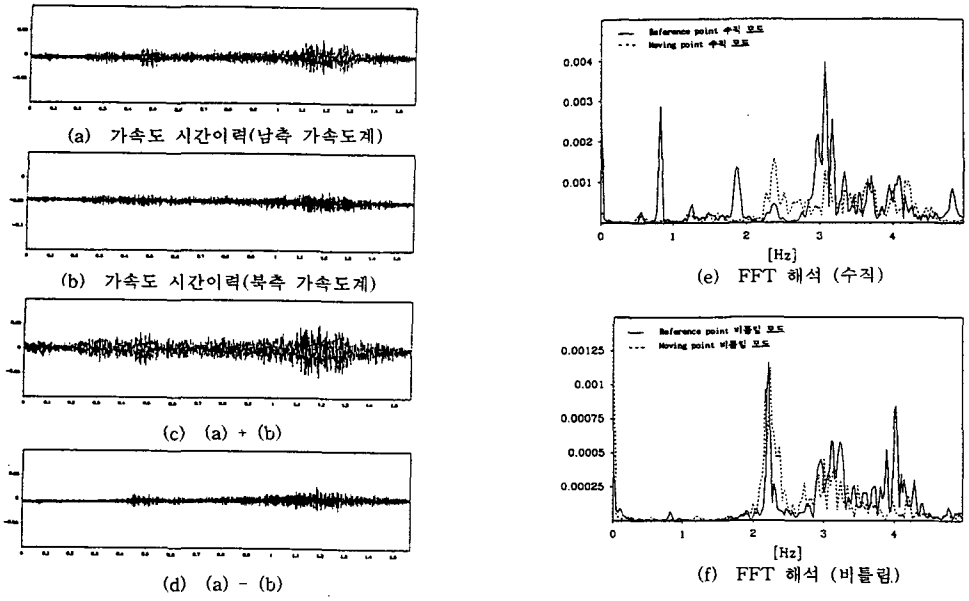

그림 6 가속도계 시간이력 및 FFT해석(Moving point 1)

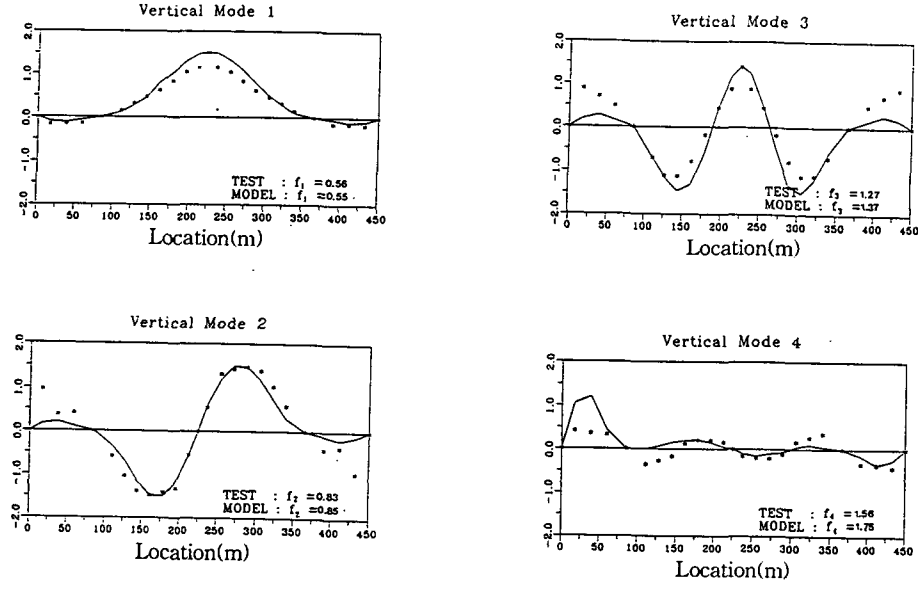

그림 7 각 모드별 해석치 및 시험치 비교