

슬립모델을 이용한 변형률의존 유한변형 탄소성재료의 구성방정식 개발  
A Rate-Dependent Elastic Plastic Constitutive Equation  
in Finite Deformation Based on a Slip Model

남용윤\*      김 사수\*\*      이 상갑\*\*\*1)  
Nam, Yong-Yun      Kim, Sa-soo      Lee, Sang-Gab

ABSTRACT

Generally, the structural material shows rate dependent behaviors, which require to constitute different strain-stress relations according to strain rates. Conventional rate-independent constitutive equations used in general purpose finite analysis programs are inadequate for dynamic finite strain problems. In this paper, a rate dependent constitutive equation for elastic-plastic material was developed. The plastic stretch rate was modeled based on slip model with dislocation velocity and density so that there is no yielding condition, and no loading conditions. Non-linear hardening rule was also introduced for finite strain.

Material constants of present constitutive equation were determined by experimental data of mild steel. The constitutive equation was applied to uniaxile tension. It was appeared that the present constitutive equation well simulates rate dependent behaviors of mild steel.

1. 서론

최근들어 안전하고 합리적인 구조를 설계하기 위하여 구조물의 내충돌 또는 내충격에 대한 요구와 관심이 높아지고 있는데, 이러한 문제들은 아주 짧은 시간동안에 대변형이 일어나는 비선형문제라는 특징이 있다. 그런데, 구조재료는 변형속도가 빨라짐에 따라 정적인 범주에서 보이는 거동과는 달리 변형률의존적인 거동을 보인다[1-3]. 따라서 대변형 소성문제인 충돌해석 등에는 종래 사용해온 변형률비의존 재료구성방정식으로는 한계가 있다.

변형률의존 재료구성방정식으로 1963년 Perzyna[4]가 완화함수(relaxation function)를 도입하여 동적 소성조건을 도출하여 Perzyna 형 변형률의존 재료구성방정식을 제안하였다. Perzyna형과 대별되는 재료구성방정식으로 1965년 Gilman[5]은 전위밀도와 속도모델을 사용하여 Johnston-Gilman형의 변형률의존 재료구성방정식을 제시하였다.

1970년대에 들어 Rice[6]는 변형률 의존 재료의 비선형 거동의 유동포텐셜의 이론적인 배경을 확립한 바 있고, 최근에 Paglietti는 Bell[7]의 실험적 발견에 주목하여 탄소성변형을 설명하였는데, 탄성한계를 열역학법칙으로 설명하고 변형률의존 소성변형도 변형률에 따른 탄성한계의 변동으로 설명하였다. 그러나 이모델에 대해서는 아직 정리가 되어 있지 않으며 이것을 적용한 실용적인 재료구성방정식은 아직 발표된 바 없다.

따라서 현재 사용되고 있는 변형률 의존 재료구성방정식은 Perzyna형과 Johnston-Gilman형이 사용되고 있고[8-10], 전위속도의 실험자료를 지수법칙으로 근사한 것이 간편하기 때문에 가장 흔히 사용되고 있다[11]. 그러나 지수법칙은 전위밀도에 대한 고려를 하고 있지 않기 때문에 전위밀도의 변화가 소성거동에 민감한 영향을 미치는 연강에 적용하기는 무리다. 그리고 Johnston-Gilman형의 구성방정식이 사용되고 있지만 Hydrocode에는 아직 적용예가 없으며, 적용범위도 좁고 범용유한요소해석 프로그램에 적용할 수 있도록 일반화되어 있지 않다.

본 연구는 Johnston-Gilman형의 구성방정식을 다축 하중상태에서의 일반화를 시도하고 비선형경화를 도입하여 적용변형도 범위를 확장함으로써 충돌등의 대변형 동적소성문제에 적용될 수

\* Institute of Fundamental Technological Research, Poland, Post-Doc.

\*\* 부산대학교 조선공학과 교수

\*\*\* 한국해양대학교 조선공학과 조교수

있도록 하였다. 여기서 개발한 재료구성방정식은 연강을 대상으로 하였는데 체심입방격자 재료에 적용이 가능하다.

## 2. 구성방정식의 기본형태

소성변형과 탄성변형이 비연성이라고 가정하면 Helmholtz 자유에너지는 다음과 같이 탄성항과 소성항으로 나눌수 있다.

$$\Psi(E_e, H_I, H_k) = \Psi_e(E_e) + \Psi_p(H_I, H_k) \quad (2.1)$$

여기서  $E_e$ 는 Green 변형도 텐서,  $H_I, H_k$ 는 등방경화와 이동경화를 나타내는 내부변수이다. 상수인 4차텐서  $C_{ijkl}$ 를 도입하여 탄성자유에너지를 다음과 같이 나타낼 수 있다고 가정한다.

$$\rho \Psi_e(E_e) = \frac{1}{2} E_e : C : E_e \quad (2.2)$$

Green 변형도 텐서  $E_e$ 와 2<sup>nd</sup> P-K 응력  $\sigma_p$ 가 공액이므로 2<sup>nd</sup> P-K응력  $\sigma_p$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_p = \rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial E_e} = C : E_e \quad (2.3)$$

여기서 식 (2.3)을 시간에 대해서 미분하면 상수  $C$ 에 대한 미분은 가정에 의하여 0이므로 다음과 같은 충분형이 얻어진다.

$$\dot{\sigma}_p = C : \dot{E}_e \quad (2.4)$$

2<sup>nd</sup> P-K 응력과 Green 변형도는 Lagrange텐서이기 때문에 그 시간미분도 객관성을 만족한다. 따라서 식 (2.4)로부터 유기되는 텐서장은 객관성이 있다.

식 (2.4)를 변환하여 Eulerian텐서로 표시한다. 먼저 식 (2.4)의 양변에 변형구배텐서를 전후승하고 전개하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{J} F \dot{\sigma}_p F^T = \frac{1}{J} F C : \dot{E}_e F^T = \frac{1}{J} \text{tr}(C F^T \dot{E}_e F^T) = C : \frac{1}{J} F^T \dot{E}_e F^T = C : \frac{1}{J} F_p^T (F_p^T)^2 D_e F_e F_p^T F_e^T \quad (2.5)$$

윗식의 좌변은 Truesdel를  $\hat{\sigma}^T$ 이다. 식 (2.5)에서 보다시피 변형률이 다소 복잡하게 나타나고 있다. 그러나 여기서 updated Lagrange방법의 사용을 전제로 하면  $J=1, F_p = F_e = F = I$ 이므로 변형률로서 신장률텐서를 사용할 수 있다. 따라서 식 (2.5)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{\sigma}^T = C : D_e = C : (D - D_p) \quad (2.6)$$

## 3. 변형률의존 소성 발전식

### 3.1 전위속도

Johnston[12]은 실험을 통하여 LiF의 전위이동속도와 밀도를 규명하였는데, 전위의 속도는 응력에 매우 민감한 영향을 받는 것으로 나타났다. 전위의 속도모델은 대략 다음의 네가지가 보통 사용되고 있다. 전위속도의 실험결과와 지수법칙 근사모델, 점결함의 항력으로부터 구한 속도 모델, 열적여기에 근거를 둔 모델, 변형속도가 아주 빠를 때 phonon의 마찰과 산란에 근거한 모델 등이다. 본 연구에서는 체심입방격자 재료에 사용되는 다음식의 점결함 항력모델을 사용한다.

$$v = v_0 e^{vD} \quad (3.1)$$

### 3.2 전위밀도

전위의 증식량도 응력에 민감하다. 응력이 충분히 전위증식이 가능한 수준일때 슬립면을 따라서 전위투프는 시간에 따라 증가한다[13]. 전위는 증식초기에는 전위가 시간에 대하여 지수함수로 증가하고, 전위가 증식하여 결정체를 완전히 이동하면 집적되어 슬립밴드를 이룬다. 이러한 슬립밴드의 증식은 거시적 변형에 대하여 선형적으로 증식한다.

변형도에 따른 전위의 밀도(단위면적당의 전위수)는 LiF 경우는 10%까지 거의 선형적이라고 확인되어 있다. 이것을 기초로 하여 Johnson[14]은 전위밀도 변화를 모델링 하였다. 전위루프 후류(wake)의 단위길이당 새로 발생하는 전위루프 수를  $\delta$ 라하면 전위루프의 증가는 다음과 같다.

$$dN = 2\delta N dx \quad (3.2)$$

여기서  $dx$ 는 이동거리로  $dx = v dt$ 이다. 식 (3.2)로부터 전위의 발전식은 다음과 같다.

$$N = N_0 e^{2\delta vt} \quad (3.3)$$

이식은 전위루프가 시간에 대하여 지수함수로 증가한다는 것을 의미한다. 식 (3.3)은 일차원적 슬립에 대해서이고 3차원적으로 되면 서로 상실되는 현상이 있으므로 전위밀도  $\rho$ 은 식 (3.2)를 참고하여 다음과 같이 모델링된다.

$$\frac{d\rho}{dt} = \alpha\rho - \beta\rho^2 \quad (3.4)$$

### 3.3 슬립속도

슬립의 속도는 전위속도와 밀도의 영향을 받는다. 즉, 슬립은 몇개의 전위가 어떤 속도로 이동하였는가에 따라 결정된다. 한개의 전위가 슬립면에서 거리  $x_i$ 만큼 이동했을때 슬립량을  $\delta_i$ 라 하면  $\delta_i$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta_i = \frac{x_i}{l} b \quad (3.5)$$

여기서  $b$ 는 Burgers 벡터이다. 전위가  $l$ 만큼 이동하면 슬립량은 Burgers 벡터만큼 이동한다. 따라서 슬립속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\gamma}_i = \frac{v_i}{l} b \quad (3.6)$$

여기서  $v_i$ 는 전위이동속도이다. 슬립면에  $N(\rho = N/l)$ 개의 전위가 있다고 가정하면 식 (3.6)은 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{\gamma} = \rho b v \quad (3.7)$$

여기서  $v$ 는 전위의 평균속도이다. 식 (3.7)은 전위종류에 대해서는 구분하지 않고 표현한 것이다. 전위에는 선상전위와 나선전위가 있고 동일 응력상태에서도 속도가 서로 다르며 선상전위가 약 50배 빠른 것으로 나타나고 있다[12]. 이를 고려하여 식 (3.7)를 다음과 같이 수정한다.

$$\dot{\gamma} = b(\rho_e v_e + \rho_s v_s) \quad (3.8)$$

여기서  $\rho_s/\rho_e = v_e/\dot{\gamma}_s = 50$ ,  $\rho = \rho_s + \rho_e = \rho_s$ 임을 이용하면 식 (3.8)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\gamma} = b\rho_s \dot{\gamma}_s \left(1 + \frac{\rho_e v_e}{\rho_s v_s}\right) = 2b\rho_s \dot{\gamma}_s = 2b\rho \dot{\gamma}_s \quad (3.9)$$

결국 슬립속도는  $\dot{\gamma}$ 는 식 (3.9)와 같이 전위밀도와 전위 이동속도로써 표시된다. 전위밀도와 속도를 응력과 슬립량으로 표시할 수 있으면 식 (3.9)의 슬립속도는 완전히 구해진다. Gilman[5]은 식 (3.4)와 (3.9)로부터 전위밀도를 구하였다. 우선 식 (3.4)에서  $\beta = 0$ 라 두고 식 (3.9)와 결합하면 전위밀도는 다음과 같이 구해진다.

$$\rho(\gamma) = (\rho_0 + \rho_1 \gamma) \quad (3.10)$$

이것은 변형초기에 전위의 밀도가 선형적으로 증식한다는 실험적 관찰과 부합되는 결과이다. 그런데 전위수는 변형에 따라 계속 증식하지만 여러가지 이유로 증식된 모든 전위가 다 이동하지 않고 일부는 구속전위로 된다. 또한 변형이 진행될수록 구속전위의 비율이 높아진다. 여기서 이동가능한 전위의 비율을  $f$ 라 하면 이동전위 비율의 변화는 다음과 같이 쓸 수 있다[5].

$$df = -\phi f d\gamma \quad (3.11)$$

이식으로 부터 이동전위의 비율  $f$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$f = e^{-\phi\gamma} \quad (3.12)$$

따라서 식 (3.10)의 전위밀도  $\rho$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho(\gamma) = (\rho_0 + \rho_1\gamma)e^{-\phi\gamma} \quad (3.13)$$

따라서 슬립속도는 식 (3.1)과 (3.13)으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\gamma} = 2bv_0(\rho_0 + \rho_1\gamma)e^{-(\phi\gamma + \frac{H_0}{\tau})} \quad (3.14)$$

여기서  $\phi$ 는 슬립의 증가에 따라 슬립속도를 떨어뜨린다. 따라서 일종의 가공경화를 나타내는데  $\phi = H_1/\tau$ 라 두면 식 (3.14)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\gamma} = 2bv_0(\rho_0 + \rho_1\gamma)e^{-(\frac{H_0 + H_1\gamma}{\tau})} \quad (3.15)$$

그런데 실제 전위를 이동하게 하는 힘은 광역응력(long range stress)인 역응력  $\tau_b$ 를 제외한 유효응력이므로 식 (3.15)를 다음과 같이 수정한다.

$$\dot{\gamma} = 2bv_0(\rho_0 + \rho_1\gamma)e^{-(\frac{H_0 + H_1\gamma}{\tau - \tau_b})} \quad (3.16)$$

여기서 역응력은 Bauginger 효과로 알려져 있는 이동경화 현상을 나타내는 응력이다.

### 3.4 소성발전의 일반화

본 연구에서는 Johnston-Gilman형을 보다 일반화하여 대변형 소성표현에 적합한 구성방식을 개발한다. 객관성 변형률인 소성신장률텐서  $D_p$ 를 앞에서 설명한 슬립모델을 사용하여 다음과 같이 표현한다.

$$D_p = C_0(\rho_0 + \rho_1 \tilde{E}_p) \text{EXP} \left\{ \frac{H_0 + H + H_1 \tilde{E}_p}{(\sqrt{J_2(\sigma' - B')})} \right\} \frac{\sigma' - B'}{\sqrt{J_2(\sigma' - B')}} \quad (3.17)$$

여기서  $B$ 는 Bauchinger 효과를 나타내는 역응력이다. 보다 광범위한 변형속도 범위에서 소성변형을 모델링하기 위하여 응력에 대한 변형속도를 지배하는 지수함수항을 다음과 같이 수정한다.

$$\text{EXP} \left\{ \frac{H_0 + H(\sqrt{J_2(\sigma' - B')})^{n-1} + H_1 \tilde{E}_p (\sqrt{J_2(\sigma' - B')})^{n-1}}{(\sqrt{J_2(\sigma' - B')})^n} \right\} \quad (3.18)$$

여기서  $H_0$ ,  $n$ ,  $H_1$ 는 재료상수,  $B'$ 는 편차 역응력,  $\tilde{E}_p$ 는 소성이력이므로 재료가 겪은 누적 소성변형량이고  $H$ 는 다음의 식 (3.19)에서 정의되는 경화함수이다. 그리고  $J_2(\sigma' - B')$ 는 유효응력  $(\sigma' - B')$ 의 이차 불변량이다. 위의 식에서 역응력이 이동경화를,  $H_1$ 과  $H$ 가 등방경화를 나타내며  $n$  및  $H_0$ 는 재료의 동적항복응력의 크기를 지배한다.

식 (3.18)에서 경화와 역응력발전식을 구체적으로 정의하면 구성방정식이 완성되며 각 상수는 재료실험결과에서 결정된다. 역응력과 등방경화를 나타내는 함수  $H$ 는 Hu[15]의 경화모델을 근거로하여 다음과 같이 모델링하였다.

$$\dot{H} = C_p(H_s - H) \tilde{D}_p \quad (3.19)$$

$$\dot{B} = C_b \left( \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{H}{H_s} \right) B_s D_p - B \tilde{D}_p \right) \quad (3.20)$$

여기서  $C_p$ ,  $H_s$ ,  $C_b$ ,  $B_s$ 는 실험으로 부터 결정되는 재료상수이고,  $\tilde{D}_p$ 는 등가변형률로서 다음과 같다.

$$\tilde{D}_p = \sqrt{\frac{1}{2} D_p : D_p} \quad (3.21)$$

#### 4. 변형률의존 재료구성방정식

지금까지 설명한 탄소성 재료의 구성방정식을 재정리한다. 본 구성방정식은 크게 객관성 응력과 변형률 관계식, 소성변형 발전식 (3.17), (3.18), 경화를 나타내는 식 (3.19), 그리고 역응력 발전식인 (3.20)으로 구성된다. 여기서의 소성발전식은 변형률비의존 구성방정식과 달리 항복 조건 및 하중의 양하와 제하조건이 없다. 상기의 식들을 편이상 Table 1에 재정리하였다.

Table 1. Constitutive equation set

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \hat{\sigma}^T + L\sigma + \sigma L^T + \text{tr}(L)\sigma \\ \hat{\sigma}^T &= C:(D - D_p) \\ D_p &= C_0(\rho_0 + \rho_1 \tilde{E}_p) \text{EXP} \left[ \frac{H_0^0 + H_1 \mu^{n-1} + H_2 \tilde{E}_p \mu^{n-1}}{\mu^n} \right] \frac{(\sigma' - B')}{\mu} \\ \dot{H} &= C_p(H_s - H) \tilde{D}_p \\ \dot{B} &= C_b \left( \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{H}{H_s} \right) B_s D_p - B \tilde{D}_p \right) \\ \text{where } \mu &= \sqrt{\tilde{J}_2} \end{aligned}$$

#### 5. 재료상수 및 단축하중의 적용

재료상수는 연강 S41C에 대한 것으로 Kuriyama[2]의 실험을 근거로 하였다. Fig. 5.1은 이 실험결과를 나타내는데 진응력-진변형도로서 고쳐서 다시 그린 것이다. Fig. 5.1에서 보면 상향복점과 하향복점이 나타나 있고 변형률이 커질수록 그 차가 커짐을 알 수 있다. 또 정적인 하중에서 변형도가 20%정도에서, 변형률이 클 때 9%정도에서 재료의 거시적 연화가 발생하였다. 연화는 재료의 불안정을 의미하는데, 이 불안정 현상은 슬립밴드의 형성 및 그 거동과 관련이 있다. Fig. 5.1를 근거로 도출한 재료상수를 Table 5.2에 나타냈는데 불안정구간을 제외한 0% - 15% 변형도 범위만 고려하였다.

Table 5.2에서  $C_0$ 는 Buggers 벡터  $b$ 와 전위한계속도  $v$ 로서  $C_0 = 2bv$ 와 같이 표시되는 재료상수이다. 연강인 경우 Buggers 벡터  $b = 2.5 \times 10^{-7} \text{mm}$ , 한계속도  $v = 3.2 \times 10^6 \text{mm/s}$ 이므로  $C_0 = 1.6 \text{mm}^2/\text{s}$ 가 된다. 또 소성변형에 따라 전위밀도 증식을 나타내는 재료상수  $\rho_1$ 는 연강인 경우  $10^9 \text{mm}^{-2}$ 으로 주어져 있다[8]. 따라서 재료상수  $C_0$ 와  $\rho_1$ 는 본 재료구성방정식에서 고정된 값이다. 이외의 재료상수는 실험결과로부터 결정되어진다.

재료상수  $n$ 과  $H_0$ 는 항복응력의 크기를 제어하는 재료상수이므로 응력-변형도 선도에서 항복응력을 참조하여 결정하였다. 나머지 재료상수는 항복후의 재료거동을 제어하는 상수이기 때문에 항복후의 응력-변형도선도의 모양을 참조하여 결정하였다.

본 연구에서 개발한 구성방정식의 적용성을 검토하기 위하여 단축하중의 경우에 적용하여 보았다. Fig. 5.2는 본 구성방정식에 의한 계산치와 Kuriyama의 실험결과를 함께 나타낸 것으로 계산치가 상향복 및 하향복점을 잘 구현하고 있으며 0% - 15%변형도 범위에서 실험치를 잘 묘사하고 있다. 여기서 변형률은 공칭변형도에 대한 변형률이다. Fig. 5.2는 변형률에 따른 항복응력 및 유동응력의 계산치를 변형률범위  $6.3 \times 10^{-4}/\text{s}$  -  $4.2 \times 10^2/\text{s}$ 에 대하여 나타냈다. 이 그림에서 보는 바와 같이 본 구성방정식은 연강의 변형률의존성을 잘 나타내고 있다.

Fig. 5.4, Fig. 5.5는 하중을 가하는 동안 변형률을 바꾸었을 경우 응력선도의 변화를 보여주는 그림으로, Fig. 5.4는 변형률을  $6.3 \times 10^{-4}/\text{s}$ 에서  $4.2 \times 10^2/\text{s}$ 로 증가시켰을 때이다. 여기서 점선은  $4.2 \times 10^2/\text{s}$ 일 때의 계산치이다. Fig. 5.5는 변형률을  $4.2 \times 10^2/\text{s}$ 로부터  $20/\text{s}$ 로 감소시켰을 경우로 여기서 점선은 실험치이다. 일반적으로 재료는 메모리효과(memory effect)라는 현상이 있다. 메모리 효과는 이전의 변형이력이 현재의 재료거동에 미치는 것으로 알루미늄과 같은 재료는 뚜렷한 메모리 효과가 있지만 강은 메모리효과가 매우 작아 무시할 수 있다. 보통 메모리효과와 겹보기 효과는 변형률을 변형중간에 바꾸었을 때 응력선도가 변형률을 바꾸기 이전의 응력선도에

점차 접근하는 것으로 나타나는데 본 구성방정식은 Fig. 5.4, Fig. 5.5에서 보다시피 이러한 거동을 보이지 않는다. 따라서 본 구성방정식은 메모리 효과가 매우 작은 연강의 거동을 합리적으로 잘 나타내고 있다.

Table 5.2 Material constants

$C_0$	1.6 mm <sup>2</sup> /s	$\rho_1$	10 <sup>9</sup> mm <sup>-2</sup>
n	1.35	$H_s$	50 kg/mm <sup>2</sup>
$H_0$	160 kg/mm <sup>2</sup>	$B_s$	30 kg/mm <sup>2</sup>
$\rho_0$	3.75 × 10 <sup>2</sup> mm <sup>-2</sup>	$C_p$	70
$C_b$	70	$H_1$	1200 kg/mm <sup>2</sup>

## 6. 결론

전위속도와 밀도로써 표시된 슬립모델에 의한 소성발전식을 사용하여 탄소성재료의 변형률의존 재료구성방정식 개발하였는데, Johnston-Gilman형을 기본으로 하여 지수법칙과 비선형경화를 도입함으로써 변형률과 변형도 적용범위를 확장하였다. 본 구성방정식의 특징으로 항복조건과 하중조건이 필요없기 때문에 계산이 간편하며, 전위밀도와 속도로써 소성을 표현하기 때문에 보다 물리적인 의미를 가지고 금속재료의 소성현상을 나타낼 수 있다.

개발된 재료구성방정식을 변형률의존성이 현저한 연강(S41C)에 적용해 본 결과 연강의 변형률의존성을 잘 나타내고 있고, 또한 변형도 적용범위가 넓기 때문에 본 구성방정식은 동적소성문제, Hydrocode 및 일반 탄소성해석 전산프로그램에 적용 가능하고, 선박충돌 및 좌초, 자동차 충돌 등의 문제를 보다 합리적으로 해석할 수 있도록 해 줄 것이다. 여기서 대상재료는 연강으로 하였지만, 체심입방격자 재료에는 일반적으로 적용할 수 있다.

## 참고문헌

- [1] Ulric S. Lindholm(editor), Mechanical Behavior of Material Under Dynamic Loads, Springer-Verlag, 1968.
- [2] K. Kawata, S. Hasimoto and Kanayama, "A New Testing Method for the Characterisation Materials in High-Velocity Tension", *Mechanical Properties of Materials at High Rates of Strain*, 1979.
- [3] J. Harding(editor), Mechanical Properties of Materials at High Rates of Strain, Springer-Verlag, 1989.
- [4] Piotr Prezyna, "The Constitutive Equation for Rate Sensitive Plastic Materials", *Quarterly Journal of applied Mathematics*, Vol. 20, No. 4, pp. 321-332, 1963.
- [5] J.J. Gilman, "Microdynamics of Plastic Flow at Constant Stress", *Journal of Applied physics*, Vol. 9, pp. 2772-2777, 1965.
- [6] J.R. Rice, "Inelastic Constitutive Relation for Solids : An Internal Variable Theory and Its Application to Metal Plasticity", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 19, pp. 433-455, 1971.
- [7] James F. Bell, The Physics of Large Deformation of Crystalline Solids, Springer-Verlag, 1968.
- [8] S. Kuriyama and Kawata, "Propagation of Stress Wave with Plastic Deformation in Metal Obeying the Constitutive Equation of the Johnston-Gilman Type", *Journal of Applied Physics*, Vol. 44, No. 8, pp. 3445-3454, Aug. 1973.
- [9] S.R. Bodner, "Constitutive Equation for Elastic-Viscoplastic Strain-Hardening Materials", *ASME Journal of applied Mechanics*, Vol. 42, pp. 385-389, June, 1975.
- [10] L.M. Taylor and E.B. Becker, "Some Computational Aspects of Large Deformation, Rate-Dependent Plasticity Problem", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 41, pp. 251-277, 1983.
- [11] S. Nemat-Nasser and D.T. Chung, "Phenomenological Modeling of Rate-Dependent Plasticity for High Strain Rate Problem", *Mechanics of Materials*, Vol. 7, pp. 319-344, 1989.
- [12] W.G. Johnston and J.J. Gilman, "Dislocation Velocities, Dislocation Densities, and

- Materials", *ASME Journal of applied Mechanics*, Vol. 42, pp. 385-389, June, 1975.
- [10] L.M. Taylor and E.B. Becker, "Some Computational Aspects of Large Deformation, Rate-Dependent Plasticity Problem", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 41, pp. 251-277, 1983.
- [11] S. Nemat-Nasser and D.T. Chung, "Phenomenological Modeling of Rate-Dependent Plasticity for High Strain Rate Problem", *Mechanics of Materials*, Vol. 7, pp. 319-344, 1989.
- [12] W.G. Johnston and J.J. Gilman, "Dislocation Velocities, Dislocation Densities, and Plastic Flow in Lithium Fluoride Crystals", *Journal of Applied physics*, Vol. 30, No. 2, pp. 129-144, Feb. 1959.
- [13] J.J. Gilman, "Dislocation Mobility in Crystals", *Journal of Applied physics*, Vol. 36, No. 10, pp. 3195-3206, 1965.
- [14] W.G. Johnston, "Yield Point and Delay Times in Single Crystals", *Journal of Applied physics*, Vol. 33, No. 9, pp. 2716-2730, 1962.
- [15] Zaiqian Hu, Edgar Fernand Rauch and Cristian Teodosius, "Work-Hardening Behavior of Mild Steel Under Stress Reversal at Large Strains", *International Journal of Plasticity*, Vol. 8, pp. 839-856, 1992.

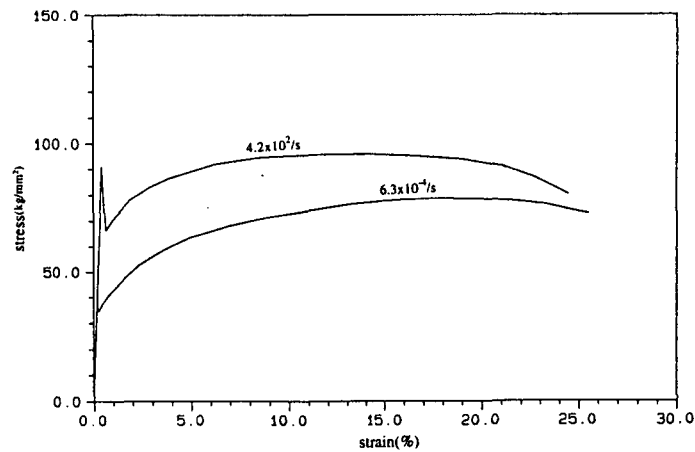


Fig. 5.1 Strain-stress curve of Kuriyama's experiment

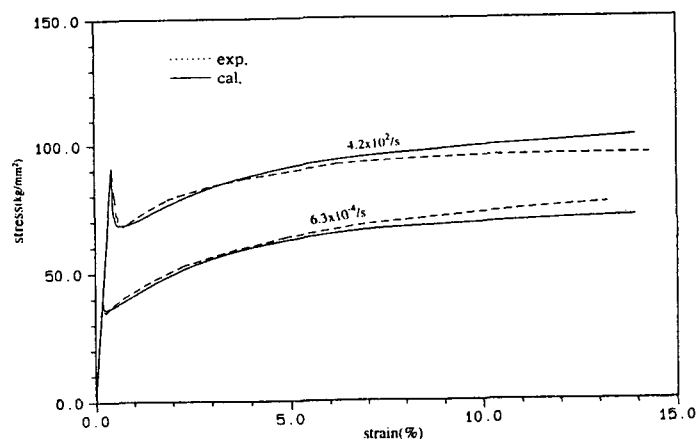


Fig. 5.2 Experimental and calculated strain-stress curve

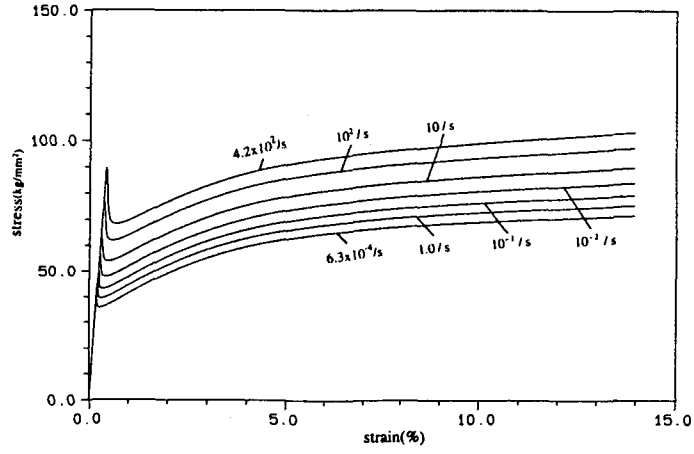


Fig. 5.3 Strain-stress curve according to strain rates

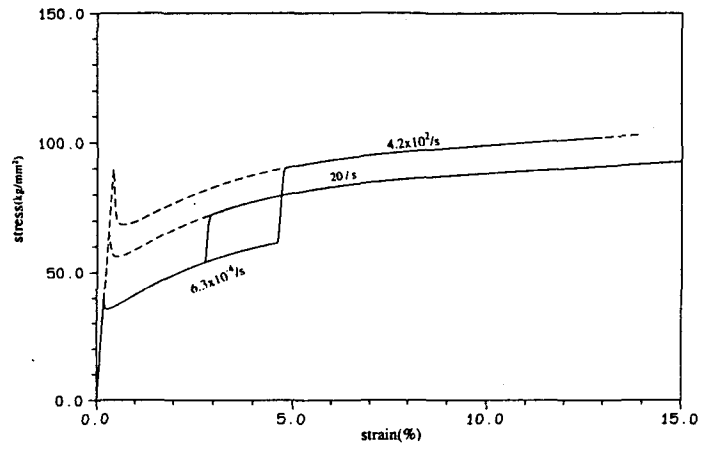


Fig. 5.4 Strain-stress curve for the change of strain rate during deformation (high rate after low rate)

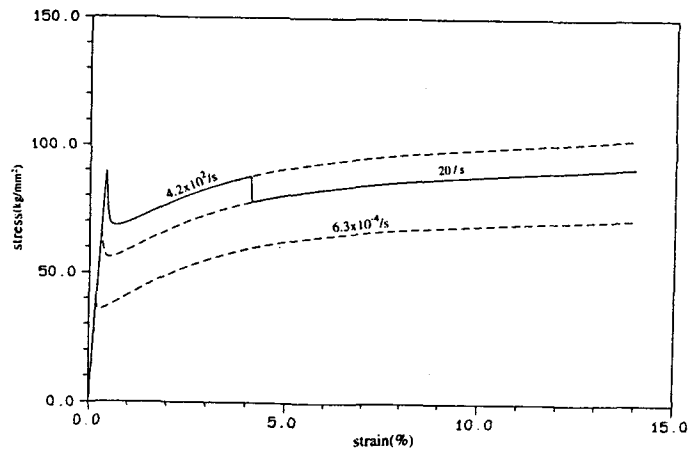


Fig. 5.5 Strain-stress curve for the change of strain rate during deformation (low rate after high rate)