

터널 진동해석을 위한 반무한 경계요소법의 적용
Application of Semi-infinite Boundary Element Method for Tunnel Vibration Analysis

김 문겸* 이 종우** 전 제성***
Kim, Moon-Kyum Rhee, Jong-Woo Jun, Jea-Sung

ABSTRACT

In this study, dynamic boundary element method using mass matrix is derived, using fundamental solutions for the semi-infinite domain. In constituting boundary integral equations for the dynamic equilibrium condition, inertia term in the form of domain integral is transformed into boundary integral form. Corresponding system equations are derived, and a boundary element program is developed. In addition, equations for free vibration is formulated, and eigenvalue analysis is performed.

The results from the dynamic boundary element analysis for a tunnel problem are compared with those from the finite element analysis. According to the comparison, boundary element method using mass matrix is consistent with the results of finite element method. Consequently, in tunnel vibration problems, it results in reasonable solution compared with other methods where relatively higher degree of freedoms are employed.

1. 서 론

최근 지하공간에 관한 관심이 높아지면서 터널의 거동에 관한 해석이 필요하게 되었다. 특히 정확한 해석을 위해서는 정적해석은 물론이고 진동이나 지진하중과 같은 동적거동에 대한 해석이 필요하며 자유진동에 따른 모드형상과 고유치의 결정이 필수적이다. 본 연구는 이러한 지하구조물의 효과적인 동적거동 해석을 위하여, 동적 평형방정식에서 영역적분으로 나타나는 질량을 단지 경계 절점의 함수로써 나타내는 동적 경계요소법을 다룬다.

일반적으로 터널과 같이 반 무한 영역을 갖는 구조계의 동적거동 해석시, 영역적분을 경계적분화 함으로 적은 요소의 수로 효율적이고 정확한 계산을 수행할 수 있는 경계요소법을 사용하고 있다. 경계요소법으로 동적 해석을 수행할 시에는 관성력 항이 영역적분으로 나타나게 되는데 경계요소법의 장점을 살리기 위해서 이를 경계적분으로 변환시키고 질량행렬을 형성하게 된다. 이러한 기법은 일반적인 동적 평형방정식의 유한요소법이나 유한차분법과 유사한 시간중속 미분방정식으로 표현되어 기존의 시간적분 수치해법을 이용한 동적응답해석 과 자유진동의 해석이 용이하게 된다. 본 연구에서는 동적 평형방정식의 경계적분 방정식에 나타나는 영역적분을 등가의 경계적분으로 변환하기 위해 관성력항의 가속도를 근사화하는 방법을 연구하고, 반무한 영역의 문제에 대한 효율적인 해석프로그램을 개발하였다.

* 연세대학교 토목공학과 부교수
** 연세대학교 토목공학과 박사과정
*** 삼성건설

2. 동적 경계요소법

구조체의 동적거동을 경계요소법으로 해석하기 위해서는 질량행렬을 사용하지 않고 동적기본해를 이용한 해석방법이 연구되어 왔으나 본 연구에서는 기존의 정역학 기본해를 이용하여 질량행렬을 형성하는 동적 경계요소법을 도입하였고 본 장에서는 동적 평형방정식에 영역적분으로 나타나는 관성력항을 경계적분으로 근사화하는 기법을 유도하고자 한다. 또한 반무한 영역의 기본해를 직접경계요소법에 의한 접근방법을 이용하여 유도하고 경계요소 해석 대상영역은 선형 등방성 탄성체로 가정한다.^{[1][2][3]}

2.1. 동적 경계적분 방정식

연속체 내의 한 점에서 미소한 입방체에 대한 평형조건을 생각할 때 응력텐서를 σ_{ij} , 물체력을 b_i , 그리고 질량을 ρ 라고 하면 동적 평형방정식은 다음과 같이 표현된다.^[4]

$$\sigma_{ij} + b_i - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (1)$$

영역 Ω 와 경계 Γ 를 가지고 있는 정적 선형탄성계에서 구조체의 동적문제를 형성하기 위해서 경계조건과 초기조건을 정의하면, 변위에 의한 기하학적 경계 Γ_1 과 표면력에 의한 역학적 경계 Γ_2 로 나누어 질 수 있다.

$$u_i = \underline{u}_i(t) \text{ on } \Gamma_1 \quad (2)$$

$$t_i = \sigma_{ij} n_j = \underline{t}_i(t) \text{ on } \Gamma_2 \quad (3)$$

여기서 t_i 는 표면력벡터이고 \underline{u}_i 및 \underline{t}_i 는 기지의 변위벡터 및 표면력벡터이다. 또한, n_j 는 외부로 향하는 수직벡터의 방향여현이다.

초기조건은 시간 0 에서의 변위와 속도를 나타내며, 시간 $t = 0$ 에서는 다음과 같다.

$$u_i = u_i^0, \quad \dot{u}_i = \dot{u}_i^0 \text{ in } \Omega \quad (4)$$

동적 지배방정식의 해를 구하기 위해서 단지 경계로 외부적인 영향을 국한시키고 체적력 (volume force) 은 단지 관성력으로 하여 대상 영역에 대한 가중잔차 방정식(weighted residual equation)을 구성하면 다음 식과 같다.

$$\int_{\Omega} (\sigma_{kij} - \rho \ddot{u}_k) \dot{u}_k^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} (t_k - \underline{t}_k) \dot{u}_k^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (u_k - \underline{u}_k) \dot{t}_k^* d\Gamma \quad (5)$$

여기서 u_k^* 와 t_k^* 는 가중영역에서의 변위 및 표면력벡터이고 \ddot{u}_k 는 가속도벡터이다. 식 (5) 를 두번 부분적분하고 변형률-변위 관계식을 이용하면 다음과 같은 경계적분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \sigma_{kij} \dot{u}_k^* d\Omega - \int_{\Omega} \rho \ddot{u}_k \dot{u}_k^* d\Omega \\ &= \int_{\Gamma_1} \underline{u}_k \dot{t}_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_2} u_k \dot{t}_k^* d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \underline{t}_k \dot{u}_k^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} t_k \dot{u}_k^* d\Gamma \end{aligned} \quad (6)$$

i 점에서 x_p 방향으로 단위하중 δ_p^i 이 작용될 경우의 응력을 σ_{pkj}^* 라 하면 다음의 식과 같은 절점 하중 하에서 정역학 방정식의 기본해와 관련시킬 수 있다.

$$\sigma_{pkj}^* + \delta_p^i = 0 \quad (7)$$

여기서 δ_p^i 는 Dirac delta 함수이고, 식 (7) 의 해는 u_{pk}^* 로 표현할 수 있으며 이에 대한 표면력은

t_{pk}^* 로 나타낼 수 있다. 식 (7) 을 고려하면 식 (6) 은 다음 식과 같이 된다.

$$\int_{\Omega} \sigma_{pkij} u_{pk}^* d\Omega = -c_{pk} u_k + \int_{\Gamma} t_k u_{pk}^* d\Gamma - \int_{\Gamma} u_k t_{pk}^* d\Gamma \quad (8)$$

밀도 ρ 를 상수로 하는 식 (1) 에 σ_{kij} 를 대입하면 식 (8) 은 다음과 같이 된다.

$$\rho \int_{\Omega} \ddot{u}_k u_{pk}^* d\Omega = -c_{pk} u_k + \int_{\Gamma} t_k u_{pk}^* d\Gamma - \int_{\Gamma} u_k t_{pk}^* d\Gamma \quad (9)$$

2.2. 관성력항의 근사화

식 (9) 에 나타나는 관성력 항은 미지의 가속도 \ddot{u}_k 를 포함하는 영역적분으로 나타나는데 이러한 영역적분을 경계적분으로 변형하기 위해서 영역적분항에 있는 가속도 \ddot{u}_k 가 근사되어야 한다.^[5] 변위 $u_k(\xi, t)$ 는 시간중속 변위이기 때문에 미지의 시간중속 함수 $\dot{a}_k^i(t)$ 와 좌표함수 $f_k^j(\xi)$ 의 곱으로 표현되어지며 가속도는 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{u}_k = \ddot{a}_k^i(t) f^j(\xi) \quad (10)$$

위의 식을 식 (9) 에 대입하고 영역적분하면 다음식과 같다.

$$\int_{\Omega} \ddot{u}_k u_{pk}^* d\Omega = \ddot{a}_k^i \int_{\Omega} f^j u_{pk}^* d\Omega = \ddot{a}_l^i \int_{\Omega} \delta_{ik} f^j u_{pk}^* d\Omega \quad (11)$$

결과적으로 영역적분은 다음과 같이 무한(unbounded) 영역의 정역학적 문제를 만족하는 변위 해 ψ_{ik}^j 와 이에 대한 표면력 η_{ik}^j 으로 표현될 수 있다.

$$\bar{\sigma}_{ikm,m} + \delta_{ik} f^j = 0 \quad (12)$$

영역적분식 (12) 를 등가의 경계적분식으로 변환하여 식 (11) 에 대입하고 식 (9) 를 정리하면 경계적분으로 관성력항이 나타나는 경계적분식이 된다.

$$c_{pk} u_k + \int_{\Gamma} u_{pk}^* t_k d\Gamma - \int_{\Gamma} t_{pk}^* u_k d\Gamma + \rho (c_{pk} \psi_{ik}^j - \int_{\Gamma} u_{pk}^* \eta_{ik}^j d\Gamma - \int_{\Gamma} t_{pk}^* \psi_{ik}^j d\Gamma) \ddot{a}_l^i = 0 \quad (13)$$

3. 수치해석 기법

3.1. 질량행렬의 수치해석 기법

경계적분방정식은 한 점의 변위에 대하여 전체 경계 Γ 와 전체 영역 Ω 에 대한 적분항으로 표시된다. 이 경계적분방정식을 수치적으로 풀기 위해서 경계를 유한개의 절점을 포함하여 요소화 하고, 이 요소에 대한 근사해를 구하기 위하여 계방정식을 구성한다.^[6]

변위벡터 u_{pk}^* 를 일으키는 단위하중(unit force)이 각각의 절점에 차례로 적용되었을 때, 식 (13) 은 다음과 같은 계방정식을 구성하며 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$[c]_n \{u\}_n + \int_{\Gamma} [t^*]_n(u) d\Gamma - \int_{\Gamma} [u^*]_n(t) d\Gamma$$

$$+ \rho ([c]_n [\psi]_n^j + \int_{\Gamma} [t^*]_n [\psi]^j d\Gamma - \int_{\Gamma} [u^*]_n [\eta]^j d\Gamma) \{\bar{a}\}^j = 0 \quad (14)$$

여기서 위식은 $j = 1$ 부터 m 까지의 합을 포함한다.

이러한 적분방정식의 수치해를 구하기 위해서 경계요소 안의 변위와 표면력을 이산화하면 다음과 같다.

$$[c]_n \{u\}_n + [h]_{ne} \{u\}_e - [g]_{ne} \{t\}_e + \rho ([c]_n [\psi]_n^j + [h]_{ne} [\psi]_e^j - [g]_{ne} [\eta]_e^j) \{\bar{a}\}^j = 0 \quad (15)$$

여기서 $\{u\}_e$ 와 $\{t\}_e$ 는 각각 절점에서의 변위와 표면력 벡터이며 $[\phi]_e$ 와 $[\eta]_e$ 는 각각 절점에서의 변위와 표면력 함수 행렬이다.

식 (15) 의 계는 다음과 같은 조합행렬 형태로 나타낼 수 있다.

$$[H] \{U\} - [G] \{T\} + \rho ([H] \{\psi\} - [G] \{\eta\}) \{\bar{a}\} = 0 \quad (16)$$

전체행렬 $[H]$ 는 개개의 요소행렬 $[h]_{ne}$ 와 대각 부행렬 $[c]_n$ 으로 조합된다. 전체행렬 $[G]$ 는 개개의 행렬 $[g]_{ne}$ 로부터 얻어지고, 행렬 $[\psi]$ 와 $[\eta]$ 는 절점에서 함수 $[\psi]$ 와 $[\eta]$ 의 값들로 구성된다.

두개의 미지변수 u 와 α 중 하나의 변수를 간소화하기 위해 다음과 같은 선형 관계식을 형성한다.

$$\{U\} = [F] \{\alpha\} \quad (17)$$

여기서, 행렬 $[F]$ 의 계수는 절점에서의 함수 f^j 의 값이며, 경계요소모델을 설정할때의 절점과 같은 절점을 사용하면, 함수의 갯수가 절점의 갯수와 같은 행렬 $[F]$ 는 역행렬, 즉 $[E] = [F]^{-1}$ 이 존재하게 되고 행렬 $\{\bar{a}\}$ 는 다음과 같다.

$$\{\bar{a}\} = [E] \{\bar{U}\} \quad (18)$$

$\{\bar{a}\}$ 을 식 (16) 에 대입하면 다음의 경계요소법의 동적 평형방정식으로 표현할 수 있다. 이는 일반적인 동적 평형방정식과 같은 선형미분방정식이 된다.

$$[H] \{U\} + [M] \{\bar{U}\} = [G] \{T\} \quad (19)$$

여기서, 일반화된 질량행렬 $[M]$ 은 다음과 같다.

$$[M] = \rho ([H] \{\psi\} - [G] \{\eta\}) [E] \quad (20)$$

3.2. 관성력 형상함수

관성력 항의 근사화를 위해 사용되는 함수 f^j 의 선택은 결과의 정확성에 커다란 영향을 미친다. 그러나 간단한 관성력 형상함수를 선택하더라도 낮은 진동수와 모드의 계산에는 정확한 결과를 얻을 수 있으며, 만일 높은 진동수와 모드에서의 정확한 결과가 필요하다면 보다 복잡한 관성력 형상함수의 선택과 많은 동적자유도의 수가 필요하다. 그러므로 본 연구에서는 간단한 f^j 의 함수로써 Ahmad 와 Banerjee^[7] 에 의해 제시된 conical 함수를 사용하였다.

$$f^j(\xi) = C - R(A_j, \xi) \quad (21)$$

여기서, A_j 는 관성력 형상함수가 적용되는 절점이고 ξ 는 경계요소의 대상점이다. 또한, $R(A_j, \xi)$ 는 함수로써 정의되어지는 절점 A_j 와 절점 ξ 사이의 거리이고, C 는 영역 Ω 에서의 최대 거리이다. 함수 ψ 는 식 (12) 에 의해 주어진 무한영역의 문제에서 간단히 구해진다.

$$\psi_{jk} = \left\{ \left[\frac{(9-10\nu)}{90(1-\nu)} R - \frac{(1-2\nu)}{(6-8\nu)} C \right] \delta_{jk} r^2 - \frac{1}{30(1-\nu)} r_i r_k R \right\} G^{-1} \quad (22)$$

여기서, r_i, r_k , 는 그림 1 에서와 같이 A_j 와 ξ 사이의 거리성분이고 다음과 같이 정의된다.

$$R = ((\xi_1 - x_1)^2 + (\xi_2 - x_2)^2)^{\frac{1}{2}} \\ r_1 = \xi_1 - x_1 \quad r_2 = \xi_2 - x_2 \quad (23)$$

또한, η_{jk} 는 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta_{jk} = \left\{ \left[\frac{5\nu-1}{15(1-\nu)} R - \frac{2\nu}{(3-4\nu)} C \right] r_{jk} + \left[\frac{4-5\nu}{15(1-\nu)} - \frac{1-2\nu}{3-4\nu} C \right] r_{kj} \right. \\ \left. + \left(\left[\frac{(4-5\nu)}{15(1-\nu)} R - \frac{(1-2\nu)}{(3-4\nu)} C \right] \delta_{jk} - \frac{2}{30(1-\nu)R} \right) r_{ij} \right\} \quad (24)$$

3.3. 자유진동 및 동적 응답 해석

고유모드와 고유진동수의 해석은 일반적인 동적 평형방정식으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$[H]^* \{U\}_2 + [M]^* \{\ddot{U}\}_2 = 0 \quad (25)$$

가속도항을 변위항으로 변형하면 다음식과 같다.

$$\{\ddot{U}\}_2 = -\omega^2 \{U\}_2 \quad (26)$$

여기서, ω 는 고유회전진동수이다.

$$[H]^* \{U\}_2 = -\omega^2 [M]^* \{U\}_2 \quad (27)$$

$[H]$ 와 $[M]$ 의 행렬은 비대칭행렬이고 non-positive definite 이기 때문에 일반적인 고유치 해석법으로는 해석이 불가능하므로, 본 연구에서는 이러한 행렬의 고유치 해석이 가능한 HQRI (Householder Q-R Iteration) 고유치 해석 기법을 사용하였다.

동적 응답 해석은 표면력만이 외력으로 작용한다고 가정하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[H]^* \{U\}_2 + [M]^* \{\ddot{U}\}_2 = [G]^* \{T\}_2 \quad (28)$$

여기서, $\{T\}_2$ 는 Γ_1 의 절점에서 작용하는 시간중속 표면력 벡터이다. 경계요소를 따라 표면력의 분포는 형상함수 $[\Phi]$ 에 의해서 지배되어 진다.

본 연구에서 동적 응답해석의 시간적분방법은 implicit, 즉 비조건적으로 안정된 해법인 직접적분방식의 Houbolt 방법을 사용하였다.

4. 수치해석 및 결과분석

4.1. 내부영역문제의 해석 결과

해석 모형은 그림 2 와 같이 길이 8 m, 폭 2 m 의 평면응력 상태로 시간에 따라 일정한 축방

향 하중 1 tonf 를 받는 인장재이고 물성은 탄성계수 $E = 1.0 \times 10^4 \text{ tonf/m}^2$, 포아손비 $\nu = 0.2$, 밀도 $\rho = 1.0 \text{ ton/m}^3$ 이다. 또한 물체력의 영향은 무시하였으며 시간증분은 0.0025 sec 로 하였다.

유한요소해석은 16 개의 요소와 27 개의 절점을 사용하였으며, 경계요소해석은 10 개의 선형요소와 10 개의 절점 그리고, 20 개의 선형요소와 20 개의 절점을 사용하였다.

그림 3, 그림 4 는 시간에 따른 단부와 중앙부의 수평변위에 대한 경계요소해석의 결과값을 유한요소해석 및 이론해와 비교한 것이다. 단부에서는 경계요소해석시의 결과가 유한요소해석의 결과치 보다 이론해에 근접한 결과를 보였으나 최대 변위값은 이론해와 4% 정도 차이가 발생함을 보였다. 반면에 단부에서는 이론해와 유한요소해석의 결과치가 일치함을 보였고 주기도 일치함을 보였다. 이러한 결과가 나타난 이유는 시간적분의 수치해석상 오차와 관성력항을 경계로 근사화함에 따라 동적자유도의 수가 제한되기 때문인 것으로 사료되고, 자유도 수를 늘리고 시간 증분을 줄인 경우 보다 정확한 값이 나타남을 알 수 있다. 표 1 은 단순인장재의 mode 형상과 진동수를 유한요소와 비교, 도시하였다. 비교적 낮은 mode 에서는 유한요소 해석과 비교적 잘 일치함을 보였으나 고차 mode 로 갈수록 일치하지 않음을 알 수 있다.

본 연구에서 시간적분의 수치기법은 시간간격에 따른 영향이 적은 implicit 방법중 Houbolt 방법을 사용하였고, 동적 경계요소법의 시간적분에서는 적은 시간간격이 정확한 수치해를 갖게 된다.

4.2. 반무한 문제의 해석결과

반무한 영역문제의 동적 경계요소법을 검증하기 위하여 그림 5 과 같이 지표에서 30 m 아래에 굴착된 지름이 10 m 이고 시간에 따라 일정한 내압 10 MPa 을 받는 터널을 가진 반무한 모형에 대하여 동적해석을 실시하였다. 그리고 그림 6 의 경계요소 모형과, 그림 7 의 유한요소 모형 해석 결과를 비교하였다.

해석 대상의 물성은 탄성계수 2000 tonf/m^2 , 포아손비 $\nu = 0.2$ 이고 시간증분은 0.005 sec 이다. 경계요소해석은 24 개의 요소와 24 개의 절점을 가진 외부영역문제에 대하여 수행하였으며, 유한요소해석은 대칭효과를 고려하여 95 개의 요소와 120 개의 절점으로 수행하였다. 유한요소해석에서의 자유지지조건은 구조물의 안정을 위한 최소한의 구속지점만을 선택하여 수행하였다.

해석결과는 구속지점에 따른 유한요소를 경계요소와 비교하였다. 그림 8 은 시간에 따른 터널 천단부의 수직 변위량을 해석조건별로 비교, 도시한 것이다. 정상상태에서의 경계요소해석 결과가 구속조건에 따른 유한요소해석 결과의 사이에 들어옴으로 전반적인 경향은 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 즉, 반무한성을 고려한 경계요소해석의 변위 결과가 경계에서의 모든 지점을 구속한 유한요소해석 결과보다는 작게 나타나고, 최소한의 지점을 제외한 모든 지점을 자유단으로 해석한 결과보다는 크게 나타나므로 무한영역을 고려한 경계요소 해석의 결과가 합리적임을 알 수 있다. 그림 9 는 저면부의 수직변위를 시간에 따라 비교, 도시한 것이다. 위의 해석결과 저면부는 무한영역을 고려하는 경계요소해석이 지점을 고려하여 강성이 커진 유한요소해석(fixed) 보다 지점을 풀어진 유한요소해석(free) 에 가깝게 나타남을 알 수 있다. 또한 표 1 은 고유치와 터널주변부의 mode 형상을 비교, 도시하였고 낮은 모드에서는 잘 일치함을 알 수 있다. 그러므로 경계요소해석 결과가 유한요소해석 결과와 비교하여 결과가 타당한 것으로 판단된다.

5. 결 론

본 논문에서는 구조체의 동적거동을 해석하기 위해서 질량행렬을 사용한 동적 경계요소해석 기법을 도입하였다. 경계요소해석에 있어서 영역적분으로 나타나는 관성력항을 경계적분으로 나타내는 방법을 연구하였고 이를 무한 및 반무한 영역문제에 적용하여 유한요소법과 검증하였으며 고유치와 mode 형상을 비교하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

동적문제의 해석시 동적 평형방정식에 나타나는 관성력항을 근사화하여 질량행렬을 형성함으로써 질량의 영역적분을 경계적분화하는 경계요소해법이 유한요소해석과 비교하여 타당한 결과가 나타남을 알았다. 또한, 무한 및 반무한 문제에 있어서 동적거동은 질량행렬을 이용한 동적 경계요

소법에 무한 및 반무한 기본해를 사용하여 해석한 결과 상대적으로 많은 자유도를 가진 유한요소 해석과 비교하여 타당한 결과를 얻을 수 있음을 보였다.

참고 문헌

1. Brebbia, C. A. , and Nardini, D., "Dynamic Analysis in Solid Mechanics by an Alternative Boundary Element Procedure," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering Journal*, vol.2, 1983.
2. 황학주, 김문경, 임윤목, "유한요소와 경계요소의 조합에 의한 반무한 영역 문제의 비선형해석", *한국전산구조공학회*, 제 2 권, 제 1 호, 1988, pp.55-64
3. 황학주, 김문경, 허택녕, 나경웅, "물체력이 작용되는 반무한영역 문제의 비선형유한요소-경계 요소 조합해석", *대한토목학회논문집*, 제 2 권, 제 1 호, 1991, pp.55-64
4. Clough, R. W. and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, 1975
5. Brebbia, C. A., *Topics in Boundary Element Research*, Springer-Verlag, 1985.
6. Brebbia, C. A., Telles, J. C. F., and Wrobel, L. C., *Boundary Element Techniques*, Springer-Verlag, 1984.
7. Shahid Ahmad, and Prasanta K. Banerjee, "Free Vibration Analysis by BEM Using Particular Integrals," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 112, No. 7, pp. 682-695

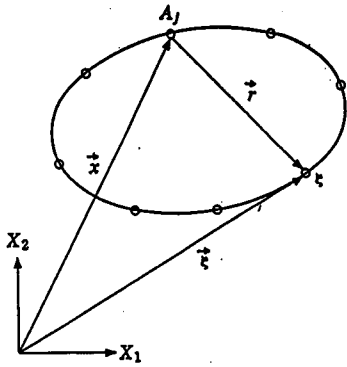


그림 1 판성력 형상함수를 위한 좌표계

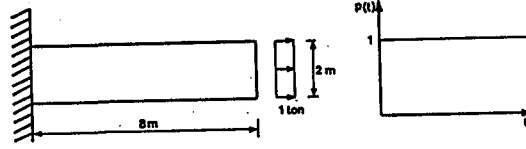


그림 2 단순 인장재의 해석 모형

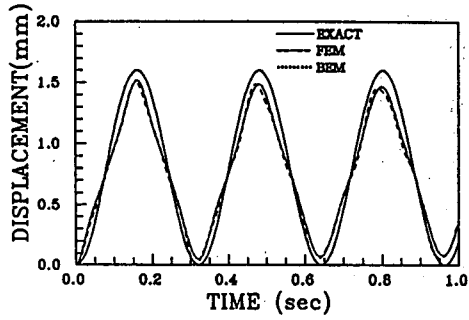


그림 3 단순 인장재 시간의존 단부 수평변위

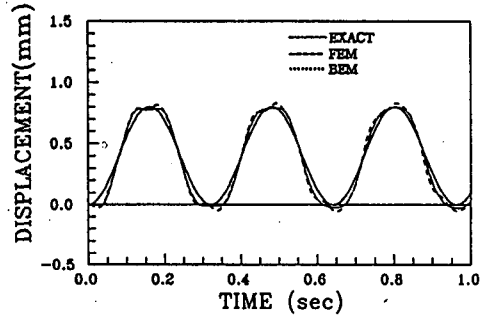


그림 4 단순 인장재 시간의존 중앙 수평변위

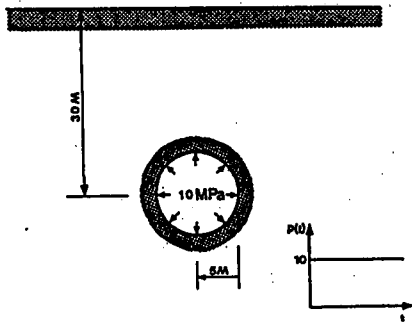


그림 5 해석 대상 터널 모형

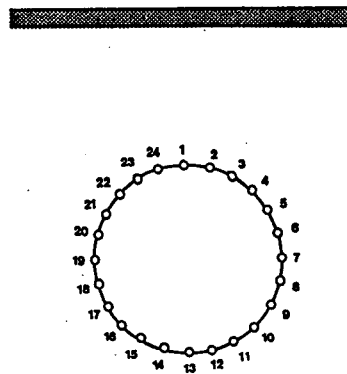


그림 6 경계요소 해석 모형

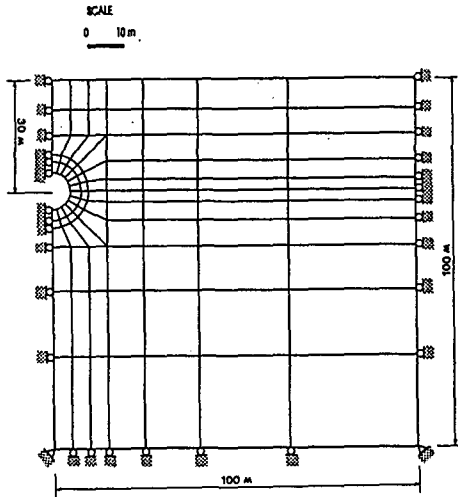


그림 7 유한요소 해석 모형

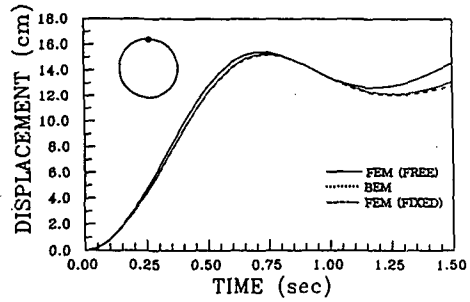


그림 8 터널 천단부의 시간의존 수직변위

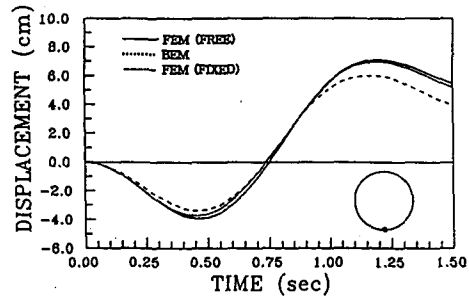


그림 9 터널 저면부의 시간의존 수직변위

표 1 단순인장재의 mode 형상 및 진동수

	F E M	B E M
MODE 1		
	진동수 (RAD/SEC) : 3.246	진동수 (RAD/SEC) : 3.210
MODE 2		
	진동수 (RAD/SEC) : 16.486	진동수 (RAD/SEC) : 17.462
MODE 3		
	진동수 (RAD/SEC) : 19.663	진동수 (RAD/SEC) : 19.600
MODE 4		
	진동수 (RAD/SEC) : 47.488	진동수 (RAD/SEC) : 37.893

표 2 터널 모형의 mode 형상 및 진동수

	F E M	B E M
MODE 1		
	진동수 (RAD/SEC) : 1.645	진동수 (RAD/SEC) : 1.547
MODE 2		
	진동수 (RAD/SEC) : 1.973	진동수 (RAD/SEC) : 1.832
MODE 3		
	진동수 (RAD/SEC) : 3.108	진동수 (RAD/SEC) : 2.533
MODE 4		
	진동수 (RAD/SEC) : 3.329	진동수 (RAD/SEC) : 3.172