

단층래티스돔의 자유진동해석

Free-vibration Analysis of Single-Layer Latticed Domes

박 정 우* 정 환 목** 권 영 환***
Park, Jeong-Woo Jung, Hwan-Mok Kwon, Young-Hwan

ABSTRACT

Latticed domes take form a curved surface by arranged members with certain patterns. For this reason, it is possible for the characteristics of vibration to complicate by change of various parameters of dome; grid-pattern, boundary condition and ratio of radius-height etc. Therefore, it is important to clarify the effect by these parameters before generalized dynamic response analysis. So this study deals with free vibration analysis of latticed domes and makes clear an effect of shape coefficient, that is, geometrical characteristics of latticed domes, on the vibration characteristics.

1. 서 론

단층래티스돔은 구면상에 어떠한 패턴의 부재를 단층으로 배치하여 곡면을 형성하는 스페이스 프레임의 일종으로서, 사용재료의 경량화 및 단면의 최소화 경향에 따라 여러 유형의 좌굴현상이 발생한다. 이들 좌굴현상에 대한 정적재하상태하에서의 연구는 많은 연구자들에 의해 활발히 진행되어 그 연구성과가 보고 되고 있다.^[1~4] 일반적으로 래티스돔의 경우 구조물 전체의 경량화에 의해 동적하중에 따른 피해는 경미할 것으로 예상되어, 지금까지는 연구자의 관심을 크게 불러 일으키지 못했다. 그러나 동적하중의 종류, 크기 및 진행방향에 따라서 구조물의 안정에 영향을 미칠수 있는 위험요인은 항상 존재하고 있으므로, 이들 동적요인에 따른 진동현상을 파악하는 것은 이들 구조물의 수요증가와 더불어 절실히 요망되고 있다.

단층래티스돔의 진동성상을 검토하는 궁극적인 목적은 동적하중에 대응하는 구조물의 거동을 파악하는 것이지만, 이것에 선행하여 고유진동특성에 관련된 진동성분을 파악하는 것이 우선적으로 요구되고 있으며 자유진동해석은 이러한 진동특성의 파악에 유효한 방법이라고 사료된다. 또한 규모와 형상면에서 다양한 래티스돔과 같은 구조물에서는 격자패턴이나, 경계지방법등의 변화에 따른

* 경북대학교 건축공학과 석사과정
** (주) 대동기술연구소 연구원
*** 경북대학교 건축공학과 교수

이들 고유진동성분의 변화도 분석되어야 할 것이다. 본연구의 목적은 삼각형 단층래티스들의 기하학적특징을 나타내는 동형상계수^[1]의 변화에 대한 고유진동특성을 검토하는 것이다.

2. 해석방법 및 제조진

2-1. 유한요소법에 의한 정식화

유한요소법에 의한 고유치해석은 아래식으로 주어지는 비감쇠 자유진동방정식을 이용한다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (1)$$

여기서 $[M]$ 은 질량매트릭스, $[K]$ 는 강성매트릭스, $\{x\}$ 는 변위벡터, $\dot{\cdot}$ 는 시각에 대한 미분을 나타낸다.

본 연구에서는 일반적인 입체골조에 대한 매트릭스해석법으로 자유진동해석을 행하며 보요소에 의한 유한요소법으로 정식화는 경우를 기본적 사항으로 해서 강성매트릭스, 질량매트릭스 등을 정리하였다.

가) 강성매트릭스

3차원 공간에서 일반적인 보요소의 직교좌표계에 대한 요소강성매트릭스의 유도는 참고문헌^[2]을 이용하였다.

나) 질량매트릭스

지붕구조의 경우 적재하중이 지붕의 주구조재의 자중에 비해 상당히 큰 경우에는 구조재의 자중을 무시하고 보요소의 양단절점에 걸리는 적재하중을 그 절점에 해당하는 질량만으로 해 집중질량 매트릭스로 구하였다. 그 대각항을 절점변위벡터와 나란히 대응시켜 다음과 같이 구하였다.

$$(m_{kk}) = \{m_i \ m_i \ m_i \ 0 \ 0 \ 0 \ m_j \ m_j \ m_j \ 0 \ 0 \ 0\}, \quad k = 1, \dots, 12 \quad (2)$$

여기서 $m_i = p_i/g$, $m_j = p_j/g$ p_i , p_j 는 하중지배면적, g 는 중력가속도이다.

다) 매트릭스의 축소

(1)식의 변위벡터 $\{x\}$ 를 축방향변위(x_u)와 회전에 의한 변위(x_θ)로 구분해 다음과 같이 둔다.

$$\{x\}^T = [x_u \ x_\theta] \quad (3)$$

일반적 건축 구조물에서 회전관성모멘트는 무시될 수 있을 정도로 작으므로^[6] 질량매트릭스의 회전관성항을 영으로 두고 (1)식을 다시쓰면

$$\begin{bmatrix} m_{uu} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_u \\ \ddot{x}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\theta} \\ K_{\theta u} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_u \\ x_\theta \end{bmatrix} = \{0\} \quad (4)$$

과 같다. 또한 (4)식을 풀어쓰면 아래와 같다.

$$[m_{uu}]\{\ddot{x}_u\} + [K_{uu}]\{x_u\} + [K_{u\theta}]\{x_\theta\} = \{0\} \quad (5)$$

$$[K_{\theta u}]\{x_u\} + [K_{\theta\theta}]\{x_\theta\} = \{0\} \quad (6)$$

(6)식을 $\{x_\theta\}$ 에 대해 정리하면

$$\{x_\theta\} = -[K_{\theta u}]\{x_u\}[K_{\theta\theta}]^{-1} \quad (7)$$

이다. (7)식을 (5)식에 대입하고 정리하면 아래 (8)식과 같으며

$$[m_{uw}]\{\ddot{x}_u\} + [K_d]\{x_u\} = \{0\} \quad (8)$$

$$\text{단 } [K_d] = [[K_{uw}] - [K_{uw}][K_{00}]^{-1}[K_{0u}]] \quad (9)$$

위의 (8)식에 대해 특성방정식을 구하고 고유치 해석을 행하였다.

2-2. 해석조건

가) 접합부 강성조건

선행연구^[2]에 의하면 좌굴내력에 미치는 접합부 회전강성의 영향은 매우 큰것을 보여준다. 즉 편접합과 강접합의 좌굴내력을 비교하면 편접합의 경우 현저하게 내력이 저하하고 있다. 그러므로 규모가 큰 단층래티스들의 현실을 고려하면 좌굴내력을 높이는 의미로 본 해석에서는 강접합의 경우에 대해서 해석을 행하였다. 경계지지조건 또한 강접합으로 하였다.

나) 하중지배면적

질량은 접합부 절점에 집중하는 것으로 하고 한 부재에 있어서 양단절점의 하중지배면적을 산정해 단위면적당의 질량을 곱한 집중질량으로 하였다. 본 연구에서는 단위면적당의 질량의 값을 100kgf 으로 하였다. 그림 1(a)의 빗금친 부분은 한 부재에 있어 한절점(i절점)의 하중지배면적을 나타내며, 한절점(j절점)에 모이는 전부재에 대한 하중지배면적은 그림 1(b)의 빗금친 부분이다.

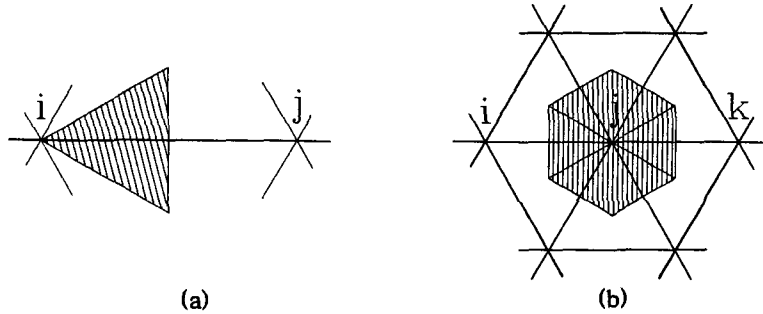


그림 1 하중지배면적

다) 해석정도

대칭조건을 고려해 해석영역을 전체 덩의 1/2에 대해서 해석을 행하였다. 또한 1부재 1요소로 고려해 해석을 행하였으며 절점의 회전변위를 무시하였다.

3. 해석모델

덩의 구면상에 부재를 배치하는 방법은 다양하지만 본 연구에서는 개개 부재의 길이와 그 각이 일정하며 선행 연구^[3]에 의하면 다른 격자패턴보다 역학적으로 매우 유리한 삼각형네트워크를 갖는 단층래티스들에 대해 진동해석을 행하였다.

가) 모델형상

해석모델의 형상은 그림 2와 같다. R은 곡률반경, a는 저면반경, h는 덩의 높이, 그리고 ϕ 는 반개각을 나타내며 정점에서 경계까지를 저면반경방향으로 5분할하였다.

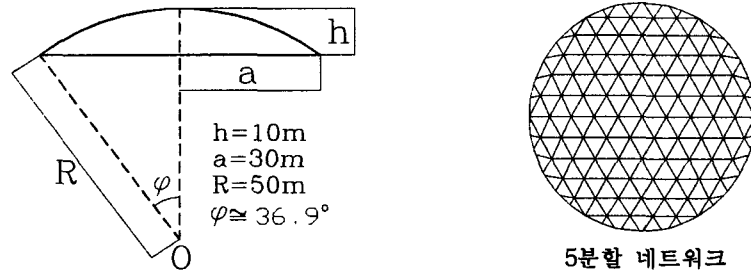


그림 2 모델 형상

나) 부재제원

분할된 네트웍의 부재길이는 반드시 일정하지는 않으며 그 대표적인 부재길이(L)는 약 6.43m이다. 또한 본 연구에서 도입되는 부재는 강관이며 단면적(A)는 46cm²로 전모델이 동일하다. 또한 탄성계수(E)는 2100 t/cm², 프와송비(ν)는 0.3이다.

또한 등의 기하학적현상을 나타내는 파라미터로서 동형상계수(S)^[1]를 도입한다. S는 다음식으로 정의된다.

$$S = \frac{L}{\sqrt{R}} \sqrt[4]{\frac{K}{D}} \quad (10)$$

여기서 D는 등가휨강성, K는 등가축강성^[1]을 나타낸다. 표 1에 해석모델의 동형상계수(S)에 대응하는 부재제원을 나타내고 있다. I는 단면2차모멘트, i_e는 등가단면2차반경^[1]을 나타낸다.

표 1 해석모델

모델	S	직경 (mm)	두께 (mm)	I (cm ⁴)	i _e (cm)
D1	1.9	600	2.45	20527.2	23.7
D2	2.3	400	3.69	9029.7	15.7
D3	2.9	250	6.00	3424.7	9.7
D4	3.3	200	7.61	2131.2	7.6
D5	3.9	150	10.49	1125.2	5.5
D6	4.3	125	13.08	729.9	4.5

표 2 고유진동수 (단위 Hz)

모델(S)	1st F.	2nd F.	3rd F.	4th F.	5th F.
D1 (1.9)	4.490	4.587	4.862	5.218	5.417
D2 (2.3)	4.286	4.417	4.595	4.765	4.916
D3 (2.9)	4.182	4.273	4.386	4.469	4.492
D4 (3.3)	4.155	4.227	4.312	4.357	4.362
D5 (3.9)	4.131	4.179	4.235	4.239	4.248
D6 (4.3)	4.120	4.148	4.176	4.188	4.192

4. 해석결과

4-1. 고유진동수

단층래티스들의 자유진동해석을 행한 결과 각각의 모델에 대해 총자유도수까지의 고유진동수를 구하였으나 본 연구에서는 각 모델의 5차까지의 고유진동수를 표 2에 보이고 있다. 그림 3은 표 2의 결과를 진동수(F)와 S와의 관계를 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 형상계수가 작은 모델에선 고차진동수로 갈 수록 진동수의 증가비율이 커지고 있으며 형상계수가 큰 모델에서는 고차진동

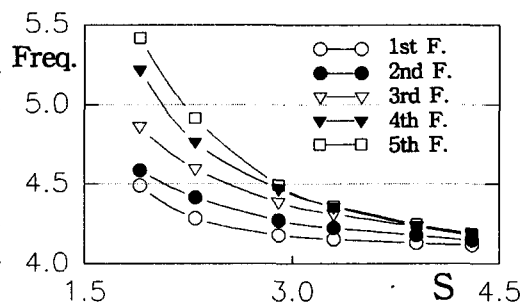


그림 3 형상계수와 진동수 관계곡선

수로 갈 수록 그 증가의 폭이 작은것을 알 수 있다. 또한 형상계수가 증가할 수록 진동수는 작아지는 것을 알 수 있으며 이는 일반적인 구조물에서도 강성이 저하되면 그로 인해 진동수는 작아지는 현상을 그대로 따르고 있는 결과로서, 돔의 기하학적 특징을 나타내는 S의 도입에 대한 타당성을 증명해주고 있는 결과이다. 한편 S가 증가할 수록 진동수의 저하정도는 작아지고 있음을 알 수 있다.

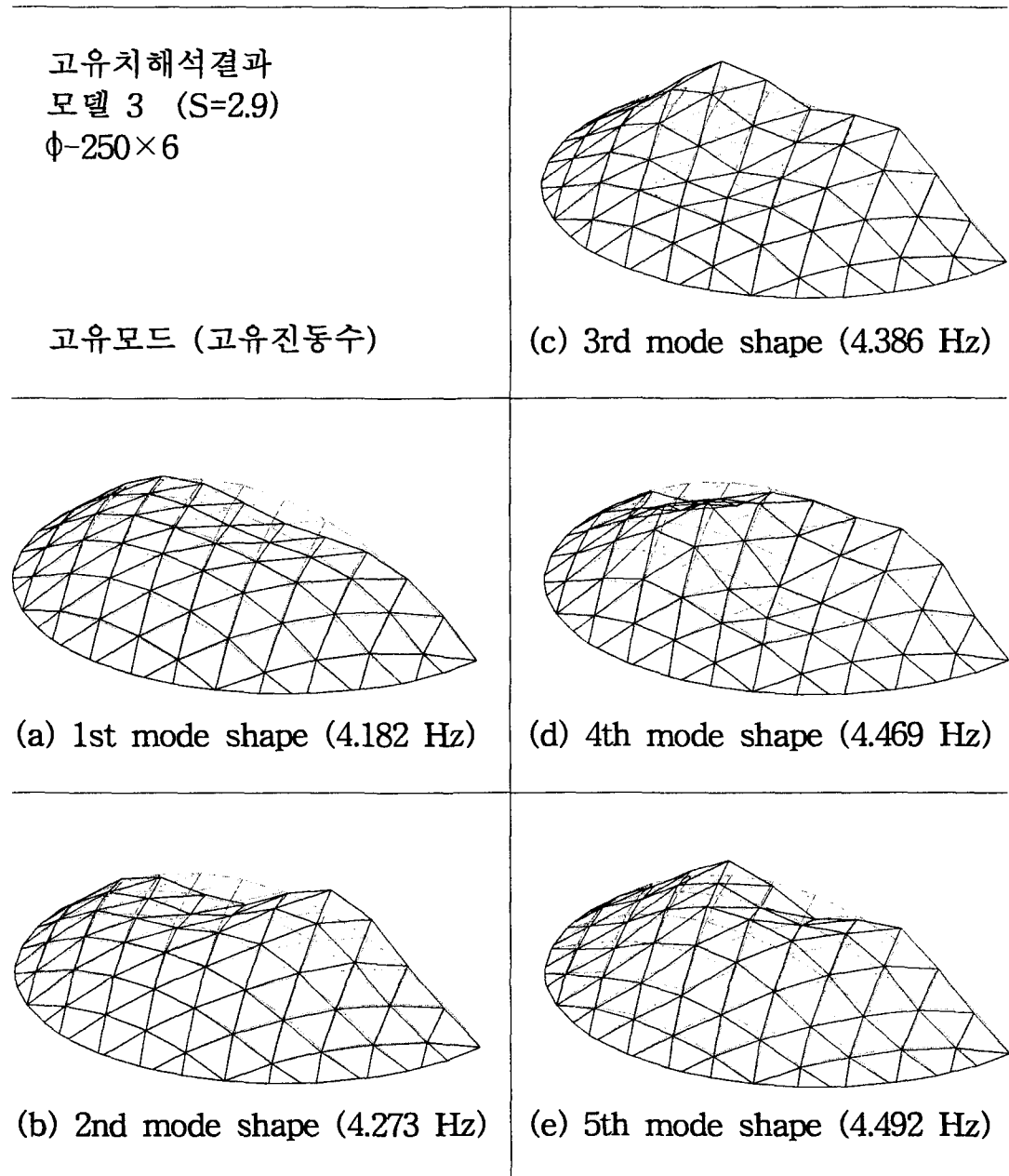


그림 4 고유진동모드와 고유진동수 (모델 3)

4-2. 고유진동모드

모델 전체에 대해 각각의 고유진동수에 해당하는 고유진동모드를 구하였으나 해석을 행한 각 모델의 동일한 차수에서는 그 진동모드가 거의 유사함을 알 수 있었으며 본 논문에서는 그중 대표적으로 모델 3 (S=2.9)의 5차까지 고유진동모드를 그림 4에 보이고 있다. 점선은 돔 원래의 형상을 그린 것이며 실선은 돔의 고유진동모드를 그린 것이다.

- 1st mode : 돔의 중앙부에서는 하방향, 경계부에서는 약간의 상방향 형태의 최대치 모드이다. 정점이 최대 진폭을 나타내는 절점이며 직경방향 진동의 파수는 1.5파이다.
- 2nd mode : 돔의 전반에 걸쳐 좌측부는 하방향, 우측은 상방향의 비대칭모드이다. 최대 진폭을 보이는 절점은 정점의 좌우측 두절점이다. 직경방향 진동의 파수는 2파이다.
- 3rd mode : 1,2차 모드에서는 정점부근에서 최대진폭을 나타냈으나 3차에서는 최대진폭이 경계방향으로 약간 이동한 비대칭모드이다. 직경방향 진동의 파수는 2.5파이다.
- 4th mode : 최대 진폭을 보이는 절점은 돔의 정점으로 부터 약 1/3 정도 내려온 지점의 대칭된 좌우 두절점으로 비대칭모드이다. 직경방향 진동의 파수는 3파이다.
- 5th mode : 정점은 내려오고 그 주위의 절점은 올라가는 형태로 1차 모드와 유사하며 1차모드보다 그 모드의 파장의 길이가 짧아진 최대치모드형이다. 직경방향 진동의 파수는 2.5파이다.

1차에서 5차까지 진동모드는 직경방향에서 모드의 진폭이 크게 나타남을 알 수 있었으며 차수가 증가함에 따라 그 파수도 증가함을 보이고 있다. 5차이상의 고차모드는 그 보다 저차의 모드와 유사하였으며 저차의 모드에 비해 파장은 짧아지고 파수가 증가한 형태로 진행되고 있다.

5. 결 론

본연구에서는 일반적인 보요소의 선형강성매트릭스와 절점의 지배면적에 의한 집중질량매트릭스를 이용해 단층래티스돔의 고유진동수와 고유진동모드를 구하였다.

돔형상계수(S)의 변화에 따른 고유진동수의 변화는 돔형상계수(S)의 증가에 따라 감소함을 알 수 있었다. 이는 형상계수의 증가에 따라 돔의 강성이 저하되고 그로 인해 진동수는 작아진 것으로 동적문제에서도 본 연구에서 도입한 돔형상계수(S)는 유효하게 도입되어 있음을 알 수 있었다.

고유진동모드는 돔형상계수(S)에 관계없이 동일한 차수에서는 거의 유사한 형태를 보이고 있다.

차후, 부재간 접합부 강성조건, 경계조건, 형상초기부정에 따른 돔의 고유진동특성을 검토하고자 하고 나아가 풍하중, 지진력등의 외부입력파에 대한 동적응답을 검토하고자 한다.

6. 참고문헌

1. 권영환, 삼각형네트워크를 갖는 단층래티스돔의 좌굴특성에 관한 연구, 부산대학교 박사학위논문 1993. 8.
2. 권영환, 최영식, 삼각형네트워크 단층래티스돔의 좌굴특성에 있어서 접합부 강성의 영향에 관한 연구, 대한건축학회 논문집, 1993. 5.
3. 이승재, 정환목, 권영환, 단층래티스돔의 좌굴특성에 관한 연구 -라이즈비의 영향-, 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집 1992. 가을
4. 정환목, 권영환, 최영식, 삼각형네트워크 단층강접래티스돔의 좌굴특성에 관한 연구, 대한건축학회 논문집, 1993. 2.
5. 鷲津 久一郎 外, 有限要素法 핸드ブック I 基礎編, 培風館
6. 鄭光良 譯, 建築構造力學2, 探究文化社