

다중분할구조기법을 이용한 병렬전단벽의 효율적인 비선형 해석
Effective Nonlinear Analysis of Coupled Wall Structures
using Multi-Level Substructuring

김 호 수* 홍 성 목** 윤 성 준***
Kim, Ho-Soo Hong, Sung-Mok Yoon, Sung-Jun

ABSTRACT

This study presents the application of multi-level substructuring for the effective nonlinear analysis of coupled wall structures. Also, the transition elements with 8 or 12 d.o.f., 5-node plane stress elements and concrete nonlinear model are considered as the basic finite elements of substructuring. In particular, the concept of localized nonlinearity is considered for the probable nonlinear zones of the structure, and the effective bottom-up and top-down process are presented through connectivity trees. The nonlinear analysis based on localized nonlinearity and multi-level substructuring, compared with the complete nonlinear analysis of the structure, gives the greater saving effects in computational efforts and cost.

1. 서 론

분할구조법은 복잡한 구조물을 다루기 쉬운 단위로 분할시켜 주는 편리한 수단을 제공하며, 특히 동일한 블럭이 반복되는 구조시스템에 대해선 저장장소나 계산노력면에서의 절감 효과뿐만 아니라 구조물의 묘사에 있어서 융통성을 제공하고 데이터관리면에서의 효율성 및 역산과정에서의 선택적인 해석결과를 바탕으로 효과적인 접합부설계를 가능하게 해준다. 특히, 다중구조물의 경우, 전체구조물을 여러개의 분할구조들로 구분되어 일련의 계층 구조를 이름으로써 효율적인 Bottom-up and Top-down Process에 의한 다중분할구조기법이 활용된다.

따라서 이 기법은 다중구조시스템의 선형해

석에 대해선 매우 효율적인 방법이지만 비선형해석에 대해선 매 단계마다 강성매트릭스가 변화되므로 적용상 어려움이 많았다. 이를 위해 Bathe and Gracewski^[3]와 Row and Powell^[5]은 기존의 분할구조기법에 비선형개념을 고려하였고, Han and Abel^[8]은 초기의 선형단계에서 비선형영역을 Self-Adaptive 기법에 의해 추적할 수 있는 방안을 모색하였는데 이러한 방법들은 모두 구조물의 비선형해석을 위해 국부적 비선형성을 어떻게 효율적으로 활용하는가에 그 바탕을 두고 있다. 즉, 구조물에 대한 전체적인 비선형해석엔 상당한 계산노력과 비용이 소요되고, 또한 분할구조법의 적용에도 문제점이 많지만 접합부의 국부적 비선형성을 고려한 다중분할구조기법은 실용상 커다란 효과를 제공해 줄 수 있다.

본 연구에서는 병렬전단벽 구조물의 효율적인 비선형해석을 위해 국부적비선형의 개념을 합리적으로 파악하고 이를 다중분할구조기법에 활용하는 방안을 제시하고자 한다. 특히

* 정희원, 청주대학교 건축공학과 조교수
** 정희원, 서울대학교 건축학과 교수
*** 청주대학교 건축공학과 석사과정

접합부와 변환부분에는 8 자유도 및 12 자유도의 변환요소, 5 자유도의 평면응력요소와 아울러 콘크리트 비선형모델을 함께 고려함으로써 접합부 비선형해석을 위한 다중분할구조 기법의 기본적인 유한요소들로 활용하고자 한다.

2. 국부적 비선형성을 고려한 다중분할구조기법의 활용

2.1 기본개념

구조물의 해석에 있어서 비선형 발생부분은 일반적으로 접합부나 경계부분등에 국한되어 있는 경우가 많다. 따라서, 이러한 구조물에 대해 전체적인 비선형해석을 수행하는 것은 실용적인 면에서 상당히 비효율적이라 할 수 있다. 여기서 발생가능한 비선형영역의 위치를 미리 예측할 수 있다면, 그리고 비선형이 그 구조물에서 상대적으로 작은 부분내에 존재한다면 구조물을 해석상 선형영역과 국부적 비선형영역으로 구분하고 이에 분할구조기법을 활용함으로써 구조물의 비선형해석에 대한 보다 효율적인 결과를 유도해 낼 수 있다.

즉, 국부적 비선형이 일어나는 부분을 하나의 분할구조로 취급함으로써 전체 구조물에 대한 충분 및 반복적 비선형해석을 수행하는 동안 비선형 분할구조에 대해서만 강성매트릭스가 재구성될 필요가 있고, 선형 분할구조에 선 하나의 일정한 상위요소(Super-Element)의 강성매트릭스가 반복하여 사용된다. 이에 따라 계산노력을 훨씬 감소시키면서 비선형해석을 할 수 있는 잇점이 있으나 이 경우 설계자가 실험이나 경험등에 의해 국부적 비선형부분의 위치를 정확하게 파악해 내는 것이 중요하다.

2.2 충분방정식의 유도과정

주어진 구조물의 비선형 유한요소해석을 위한 충분형태의 평형방정식은 Modified Newton Iteration 을 사용할 경우엔 (1)식과 같다.

$${}^tK \Delta U^{(i)} = {}^{t+\Delta t}R - {}^{t+\Delta t}F^{(i-1)} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

$${}^{t+\Delta t}U^{(i)} = {}^{t+\Delta t}U^{(i-1)} + \Delta U^{(i)} \quad (2)$$

여기서,

tK : 시간 t 에서의 접선강성매트릭스

${}^{t+\Delta t}R$: 외부결점하중벡터

${}^{t+\Delta t}F^{(i-1)}$: 변위 ${}^{t+\Delta t}U^{(i-1)}$ 에 의해 생기는 요소응력에 대응되는 절점하중벡터

${}^{t+\Delta t}U^{(i)}$: 절점변위벡터

$\Delta U^{(i)}$: iteration i 에서의 충분변위벡터

여기서 i 는 반복회수에 해당하며 시간 t 는 정역학에서는 하중증분 또는 변위 및 강성매트릭스에 있어서의 시간에 종속됨을 의미한다. 특히 (1)식의 해를 구하는데 있어서 가장 주요한 계산노력은 tK 의 계산과 이의 Factorization 및 Equilibrium Iteration에 놓여있다.

(1)식의 해를 위한 분할구조기법의 도입은 국부적 비선형성을 지니는 다중구조시스템의 해석에 효과적으로 사용될 수 있다. 즉, 국부적 비선형이 존재하는 경우 tK 를 (3)식과 같이 쓸 수 있다.

$${}^tK = K + {}^tK^{(n)} \quad (3)$$

여기서 K 는 tK 내의 모든 선형요소에 해당되며, ${}^tK^{(n)}$ 는 tK 내의 모든 비선형요소에 해당된다. (1)식을 고려하면, 분할구조법에 의한 Static Condensation 은 (3)식의 tK 내에서 선형자유도인 K 의 모든 요소들에 대해 도입될 수 있다. 따라서 선형자유도에 대한 tK 의 LDL^T Factorization 은 충분해를 구하기 전에 시간 0에서 단지 한번만 수행되며, 비선형 자유도인 ${}^tK^{(n)}$ 에 대해서만 매 단계의 초기에서 재구성될 필요가 있다. 그러나 유효하중벡터는 매 반복마다 전체가 재구성되어야 한다.

(1)식에 대해 Static Condensation 을 행할 부분과 행하지 않을 부분으로 구분하면 (4)식과 같으며, 여기서 $\Delta U_i^{(1)}$ 를 Condensed Out 시키면 (5)식이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ir} \\ K_{ri} & K_{rr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & t_K^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_i^{(i)} \\ \Delta U_r^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t+\Delta t R_i \\ t+\Delta t R_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t+\Delta t F_i^{(i-1)} \\ t+\Delta t F_r^{(i-1)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & [(K_{rr} - K_{ri} K_{ii}^{-1} K_{ir}) + t_K^{(n)}] \Delta U_r^{(i)} \\ &= t+\Delta t R_r - (K_{ri} K_{ii}^{-1}) t+\Delta t R_i \\ &\quad - (t+\Delta t F_r^{(i-1)} - K_{ri} K_{ii}^{-1} t+\Delta t F_i^{(i-1)}) \\ &= \text{TERM 1} - \text{TERM 2} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 Subscript i 는 분할구조의 내부자유도를 의미하고, Subscript r 은 분할구조의 외부자유도를 의미하며, Superscript i 는 반복회수를 나타낸다.

이때 (5)식에서 TERM 1 은 반복회수와는 무관하므로 반복의 초기단계에서 단지 한번만 계산된다. 특히 TERM 2 를 효과적으로 계산하기 위해 (6)식을 이용한다.

$$\begin{bmatrix} t+\Delta t F_i^{(i-1)} \\ t+\Delta t F_r^{(i-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ir} \\ K_{ri} & K_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t+\Delta t U_i^{(i-1)} \\ t+\Delta t U_r^{(i-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ t+\Delta t F^{(n)(i-1)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 $t+\Delta t F^{(n)(i-1)}$ 은 비선형요소에서 요소응력에 대응하는 절점하중을 표현한다. (6)식에서 $t+\Delta t U_i^{(i-1)}$ 에 대해 Static Condensation 을 적용하면 (7)식과 같이 TERM 2 에 해당하는 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \text{TERM 2} &= t+\Delta t F_r^{(i-1)} - K_{ri} K_{ii}^{-1} t+\Delta t F_i^{(i-1)} \\ &= (K_{rr} - K_{ri} K_{ii}^{-1} K_{ir}) t+\Delta t U_r^{(i-1)} \\ &\quad + t+\Delta t F^{(n)(i-1)} \end{aligned} \quad (7)$$

그러므로 (5)식은 다음 (8)식과 같이 표현 될 수 있다.

$$\begin{aligned} & (K_c + t_K^{(n)}) \Delta U_r^{(i)} \\ &= t+\Delta t R_c - K_c t+\Delta t U_r^{(i-1)} - t+\Delta t F^{(n)(i-1)} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,

$$\begin{aligned} K_c &= K_{rr} - K_{ri} K_{ii}^{-1} K_{ir}, \\ t+\Delta t R_c &= t+\Delta t R_r - (K_{ri} K_{ii}^{-1}) t+\Delta t R_i \end{aligned}$$

(8)식의 해에서 $t+\Delta t R_c$ 은 반복초기에서 단지 한번만 계산되며, 반복은 U_r 자유도에 대해서만 수행된다. 여기서 일단 반복이 변위 $t+\Delta t U_r$ 에 수렴한다면 (4)식과 (6)식에 의해 유도된 (9)식에서 변위 $t+\Delta t U_i$ 가 계산된다.

$$K_{ii} t+\Delta t U_i = t+\Delta t R_i - K_{ir} t+\Delta t U_r \quad (9)$$

(9)식을 보면 K_c 를 얻기 위한 Static Condensation 에서 K_{ii} 의 Factorization 이 이미 수행되었으므로 여기선 Forward Reduction and Backsubstitution 을 필요로 한다.

지금까지는 Modified Newton Iteration 을 사용했을 경우를 고려하였다. 이와 같은 방법으로 Full Newton Iteration 을 사용할 경우 엔 (1)식에 대응하는 (10)식과 같은 증분형태의 평형방정식이 주어지며 이에 대한 분할구조기법의 적용과정은 앞에서와 같다.

$$t+\Delta t K^{(i-1)} \Delta U^{(i)} = t+\Delta t R - t+\Delta t F^{(i-1)} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (10)$$

$$t+\Delta t U^{(i)} = t+\Delta t U^{(i-1)} + \Delta U^{(i)} \quad (11)$$

여기서,

$t+\Delta t K^{(i-1)}$: 시간 $t+\Delta t$ 의 iteration (i-1)에서의 접선강성매트릭스

여기서 Full Newton Iteration 방법은 매 단계의 해석에서 Stiffness Reformation 과 Equilibrium Iteration 이 수행되므로 Modified Newton Iteration 방법보다 비용은 많이 들지만 수렴성은 훨씬 더 좋다. 따라서

이 방법은 수렴성을 얻기 어려운 비선형해석의 경우에 주로 적용된다. 이와 같은 모든 절차의 효과적인 수행을 위해 분할구조기법이 적용되며 비선형해석을 위해 항상 외부자유도에 대한 반복의 수렴후엔 (9)식을 사용하여 소거된 내부절점변위를 즉시 계산해 주어야 한다. 그리고 모든 하중단계에 해당하는 내부 절점변위는 외부자유도의 해에 의해 계산된다.

3. 적용 및 해석결과의 검토

3.1 구조물의 모델링 및 입력자료

국부적 비선형성을 고려한 다중분할구조기법을 활용하기 위해 ADINA^[2] 의 Substructure 서브루틴을 발전시켰으며 콘크리트 비선형모델부분과 접합부의 변환요소 및 변환부분의 요소등도 함께 고려하였다. 또한, Mirza^[1]에 의해 실험된 병렬전단벽의 축소모델을 근거로 하여, Fig.1 과 같은 실제적인 4-Storey R/C Coupled Wall Structure 를 해석모델로 고려하였다. 벽체의 철근은 2-D10 이 30 cm 간격으로 배근되었으며, 보에서는 상단과 하단에 각각 2-D19 로 배근하였다. 또한 구조물의 비선형해석에 대한 비교해석을 위해 Fig.2 의 (a), (b), (c) 와 같은 3 가지 경우의 해석모델을 고려하였다. 여기서 CASE 1 모델은 구조물 전체에 대한 비선형해석을 수행하기 위해 모든 요소를 평면응력요소로 보았으며 콘크리트 비선형모델을 고려하였다.

그리고 CASE 2, 3 모델은 모두 다중분할구조기법에 국부적 비선형의 개념을 도입하였는데, CASE 2 모델엔 8 자유도의 변환요소가 사용되었고, CASE 3 모델에선 연결부분에 대한 보다 효율적인 비선형해석을 위해 12 자유도의 변환요소와 5 절점의 평면응력요소가 도입되었다.^[10]

이와 더불어 기존의 실험결과에서나 경험에 의해 알 수 있듯이 국부적 비선형의 예측부분은 1 층의 기저부와 벽체와 보의 연결부분이므로 이에 해당하는 부분을 하나의 분할구조로 취급하여 하중증분에 따른 강성매트릭스의 재구성을 직접 수행하였고, 그밖의 부분에 대

해서는 2 개의 분할구조로 구분하여 각각 적용하였다.

또한 각 해석모델에 대한 Mesh Data 는 Table 1 과 같이 정리되며, 여기서 사용되는 재료의 특성은 기존의 실험이나 규준에서 도입되었는데 그 값들은 다음과 같다.

- 철근의 탄성계수 $E_s = 2.1 \times 10^6$ (Kg/cm²)
- 콘크리트의 탄성계수 $E_c = 2.1 \times 10^5 \times (\gamma / 2.3)^{1.5} \times \sqrt{F_c} / 200$ (Kg/cm²)
- Poisson's Ratio $\nu = 0.167$
- 콘크리트의 최대압축강도 $\sigma_c = 210$ (Kg/cm²)
- 콘크리트의 인장강도 $\sigma_t = 25.7$ (Kg/cm²)
- 콘크리트의 종국압축강도 $\sigma_u = 181.3$ (Kg/cm²)
- σ_c 에서의 압축변형도 $\epsilon_c = 0.002$
- σ_u 에서의 압축변형도 $\epsilon_u = 0.003$

구조물의 모델링 중 CASE 2, 3 모델의 경우는 모두 다중분할구조기법에 국부적 비선형의 개념이 직접 적용되었다. 먼저 국부적 비선형의 예측부분에 근거하여 1 층 부분과 보와 벽체의 연결부분이 국부적 비선형의 외부영역으로 결정되고 나머지 선형영역은 2 가지 형태의 분할구조로 각각 대치되었다. 이 중에서 대표적으로 CASE 3 모델에 대한 Building Procedure 와 Structural Connectivity Tree 를 살펴보면 각각 Fig.3, 4 와 같다. 특히 Fig.4 에서 각 Level 에서의 분할구조들의 계층구조를 통한 Bottom-up and Top-down Process 에 의해 다중분할구조기법의 기본적인 해석과정을 알 수 있다.

3.2 하중증분에 따른 해석결과의 검토

먼저 콘크리트 벽체가 받는 사하중 및 활하중을 각층의 상단 외부절점하중으로 대치시켰으며 수평하중은 왼쪽벽체 상단에서 중분형태로 가해졌다. 즉, 각층의 상단 외부절점하중은 1.19 ton 이고, 수평하중의 증분은 2.0 ton 이다.

또한 비선형 평형방정식의 해석방법으로는 Modified Newton-Iteration 보다 수렴성이 더 좋은 Full Newton-Iteration 방법을 고려했으

며, 매 단계당 최대 반복횟수는 15에서 25 사이의 값을 임의로 선택했고, 수렴성 검증방법으로는 Energy Convergence Criterion을 선정하였다. 특히 최대 반복횟수 내에서 수렴성이 만족되지 않을 때는 그때의 하중단계에서 하중증분을 1.0 ton으로 다시 나누어서 가하였다. 그 결과 본 연구에서 제시된 3 가지 해석모델에 대한 비선형해석이 STEP 10 (20.0 ton) 정도까지 진행되었다.

먼저 비선형해석에 소요되는 전체시간을 검토해 본 결과, Equilibrium Iteration에 걸리는 시간이 대부분을 차지하였으며, 각 해석모델에 있어서 하중단계별로 소요된 Iteration Time이 Fig. 5에서 비교되어졌다. 이는 CASE 1 모델과 같이 구조물 전체에 대한 비선형해석의 경우보다는 국부적 비선형성이 고려된 다중분할구조법에 의한 CASE 2, 3 모델이 Iteration Time에서 각각 44%, 26% 정도 절약됨을 보여주는데 이 수치는 국부적 비선형부분의 위치나 분할구조의 계층구조방법에 따라 차이가 날 수 있으므로 시간절약을 위한 최적의 방안이 요구됨을 알 수 있다.

또한, 각 하중 STEP에 따른 해석결과 중 대표적으로 보와 벽체의 연결부분에서 균열이 발생하기 시작하는 단계인 STEP 4 (8.0 ton) 와 균열이 구조물의 대부분의 범위로 확산된 STEP 8 (16.0 ton)에 대한 인장응력 및 압축응력의 분포를 추적하였고 Fig. 7은 하중증분에 따른 인장균열의 발전과정을 보여주고 있다. 이러한 해석결과를 비교검토해 보면, CASE 1 모델과 CASE 2 모델의 경우에는 8.0 ton에서 처음으로 2, 3층 연결보의 단부에서 균열이 발생하였으며, 하중이 증가함에 따라 1, 4층 연결보의 단부와 벽체의 변환부분 및 전단벽의 기저부로 균열이 확산되었다. CASE 3 모델의 경우엔 6.0 ton에서 처음으로 2, 3층 연결보의 단부에서 균열이 발생하였고 하중이 증가함에 따라 CASE 1, 2 모델과 마찬가지로 균열이 확산되어 나갔다. 그리고 20.0 ton의 하중에서 벽체와 보의 연결부분 및 전단벽의 기저부에서 대부분이 파괴되는 양상을 보여주었다. 그렇지만 해석모델의 증고가 낮음으로 인해 1층 기저부에서의 압축파괴현상

은 발생되지 않았다. 이러한 현상들은 Mirza의 축소모델에 의해 실험된 결과와 거의 비슷한 파괴양상을 보여준다.

Fig. 6은 하중증분에 따른 최상단 수평변위값을 보여주는데 STEP 6 (12.0 ton) 까지는 거의 모든 경우가 선형거동을 보여주며, 특히 12.0 ton의 하중을 초과했을 때의 비선형거동을 살펴보면 CASE 1 모델과 CASE 2 모델은 서로 비슷한 거동을 보여주므로 CASE 1 모델과 같이 구조물전체에 대해 비선형해석을 행하는 것보다는 CASE 2 모델과 같이 분할구조기법에 국부적 비선형을 고려한 비선형해석이 계산시간이나 비용면에서 훨씬 더 효율적임을 알 수 있다. 또한 CASE 2 모델보다는 요소를 세분화한 CASE 3 모델로써 접합부의 파괴현상을 더욱 명확하게 추적할 수 있다.

4. 결 론

본 연구는 복합전단벽 구조물의 효율적인 비선형해석을 위해 국부적 비선형의 개념을 고려한 다중분할구조기법의 활용방안을 제시하였다. 이를 위해 국부적 비선형의 합리적인 선정방안을 고려하였고, 효과적인 계층구조시스템을 통한 Bottom-up and Top-down Process 기법을 해석에 적용하였다. 특히 접합부와 변환부분에는 8 자유도 및 12 자유도의 변환요소, 5 자유도의 평면응력요소와 아울러 콘크리트 비선형모델등이 접합부 비선형해석을 위한 다중분할구조기법의 기본적인 유한요소들로 활용되었다. 해석결과에 의하면 구조물전체에 대해 비선형해석을 행하는 것보다는 다중분할구조기법에 국부적 비선형을 고려한 비선형해석이 계산노력이나 저장면에서 커다란 절감효과를 가져다주며, 구조물 묘사에 있어서의 용통성 및 데이터관리면에서의 큰 효과를 제공해줄을 알 수 있다. 이와 같이 구조물의 효율적인 비선형해석을 위한 다중분할구조기법의 적용상의 효과를 얻기 위해서는 무엇보다도 국부적 비선형부분을 합리적으로 모델링하는 방안과 효율적인 Node Reordering 기법 및 계층구조의 최적화 방안에 대한 검토가 선행되어야 한다.

참 고 문 헌

1. ACI Publication SP-63, 'Reinforced Concrete Structures Subjected to Wind and Earthquake Forces', American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 1980
2. ADINA - A Finite Element Program for Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis, Report AE 81-1(1981), 84-1(1984)
3. K. J. Bathe and S. Gracewski, 'On Nonlinear Dynamic Analysis Using Substructuring and Mode Superposition', Computers and Structures, Vol. 13, No. 5, October, 1981
4. T. Furuike, 'Computerized Multiple Level Substructuring Analysis', Computers and Structures, Vol. 2, 1972
5. D. G. Row and G. H. Powell, 'A Substructure Technique for Nonlinear Static and Dynamic Analysis', Report No. UCB/EERC-
- 78/15, August, 1978
6. H. Petersson and E. P. Popov, 'Substructuring and Equation System Solutions in Finite Element Analysis', Computers and Structures, Vol. 7, 1977
7. G. D. Roeck, M. V. Laethem and S. C. Horng, 'Multi-Level Substructuring in the Elastic-Plastic Domain', Computers and Structures, Vol. 31, No. 5, 1989
8. T. Y. Han and J. F. Abel, 'Adaptive Substructuring Techniques for Finite Element Analysis with Localized Nonlinearities', Proceedings of the Europe-US Symposium, Cornell University, August, 1985
9. K. J. Bathe, 'Finite Element Procedures in Engineering Analysis', Prentice-Hall, Inc., 1982
10. 김호수, 홍성목, '변환요소 및 분할구조법에 의한 병렬전단면의 해석에 관한 연구', 대 한건축학회논문집, 8권 4호, 1992. 4

Table 1. Mesh data for analytical models of Fig. 2

TYPES OF MODEL	CASE 1	CASE 2	CASE 3
Finite Element Size (cm)	30x30	30x30	30x30 15x15
Transition Element Type	NO	8 d.o.f	12 d.o.f
Transition Zone Element	NO	NO	5 Node
No. of Nodes (External Zone) (Substructure x 6)	502	296 51(18)	400 51(18)
No. of Plane Stress Elements (External Zone) (Substructure x 6)	408	184 36	256 36
No. of Truss Elements (External Zone) (Substructure x 6)	880	452 70	452 70

() : No. of external nodes of substructure

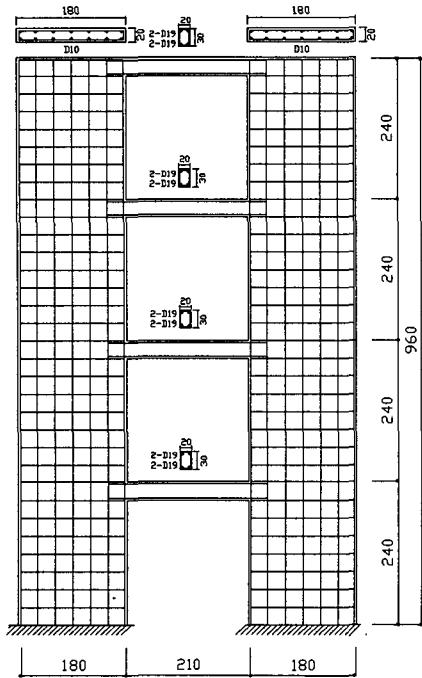


Fig. 1 4-Story R/C coupled wall structure.
(unit : cm)

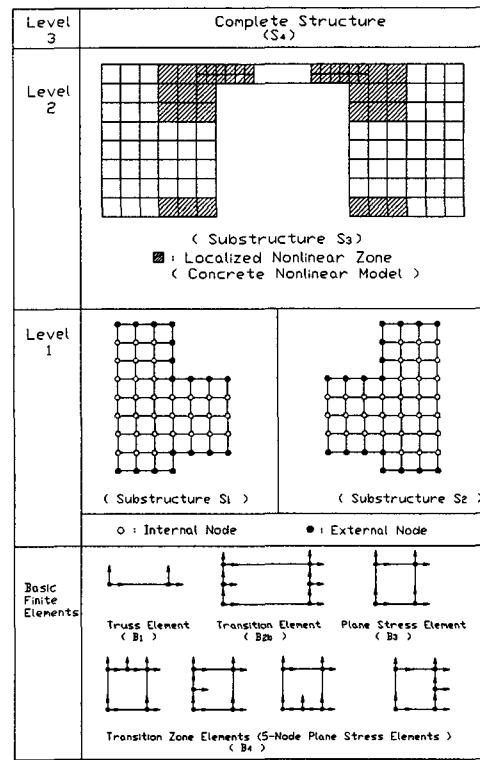
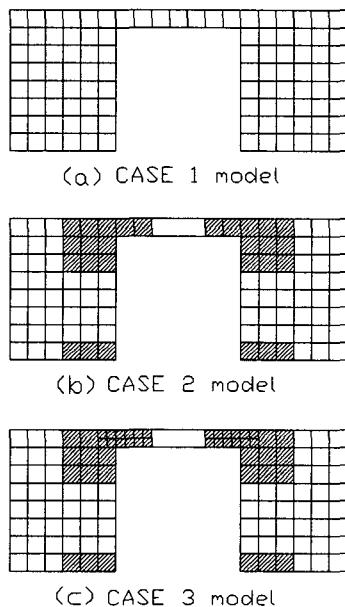


Fig. 3 Building procedure for CASE 3 model.



■ : Localized Nonlinear Zone

Fig. 2 Analytical models for a typical story of Fig. 1.

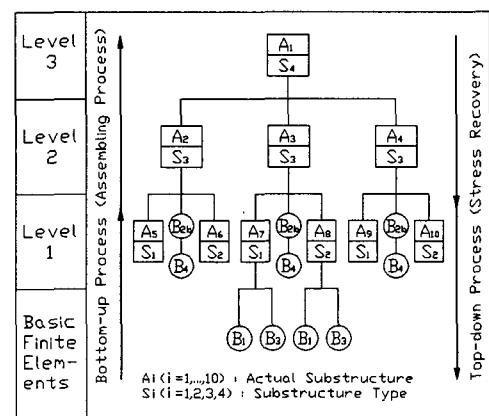


Fig. 4 Connectivity tree for CASE 3 model.

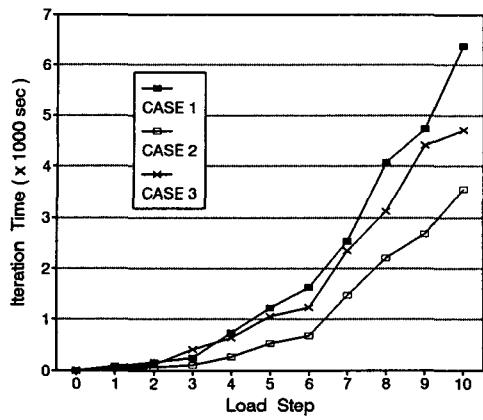


Fig. 5 Iteration times due to load steps.

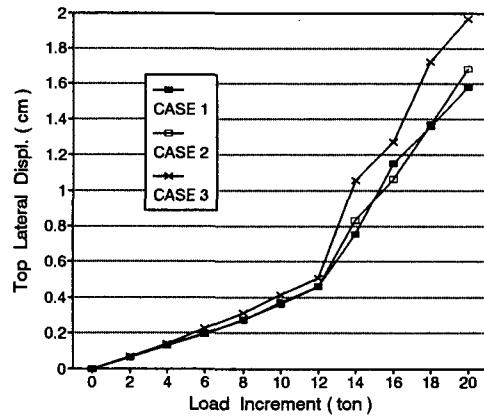


Fig. 6 Lateral displacements due to load increments.

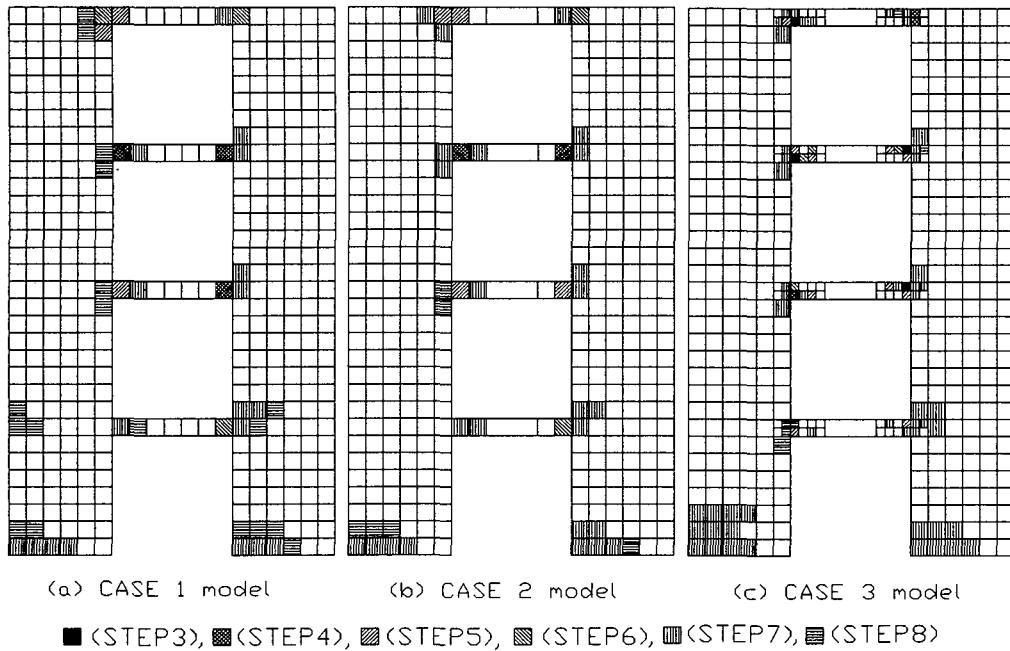


Fig. 7 Comparison of tensile cracks due to load increments.