

R.E.M.에 의한 벽식 PRE-CAST 구조물의 탄성해석

Elastic Analysis of Pre-Cast Panel Structures By Rigid Element Method

권택진* 김승덕** 김기철***
Taek-Jin Kwun Seung-Deog Kim Gi-Cheol Kim

ABSTRACT

In the analysis pre-cast large panel structures, we can use the new discrete analyzing method to be consisted of rigid bodies. Because the pre-cast panels are still more rigid than the connection, the rigid element method is more efficient numerical method than F.E.M. The characteristics of R.E.M. is that strains in element are not occurred by external loadings and the deformation of the structures by external loadings is transmitted through springs around elements.

In this study, we focus on the comparison of the results from the R.E.M. and the F.E.M., in order to establish the validity of the R.E.M. to analysis of pre-cast panel structures.

1. 서론

F.E.M.은 1960년에 처음 개발된후, 건축구조, 교량, 항공기, 인체 구조 등, 다양한 분야에서 개발 적용되어 왔다. 그러나 탄소성 해석을 수행하기 위해서는 매우 많은 계산량과 기억용량을 필요로 한다. 이러한 단점을 보완하기 위하여, 1977년 Kawai는 콘크리트, 토양, 바위 등의 입자 구조해석에서 재료적 비선형, 기하학적 비선형, 균열의 발생과 진전 등으로 인한 균열사이의 미끄러짐 효과를 보다 합리적으로 평가하기 위하여 강체-스프링 모델(R.B.S.M.)을 제안하였다.¹⁾

R.E.M.(Rigid Element Method)은 R.B.S.M.을 기초로 하여 연속체 모델에 확대 적용시킨 새로운 수치해석법으로, 분할된 요소들을 강체로 간주하고, 요소내에는 변형이 생기지 않으며, 외력에 의한 구조체의 변형은 요소 주변의 스프링에 의해서 전달되는 것으로 한다.

이 이론을 바탕으로 1982년 Tsuboi는 벽식 PRE-CAST 구조물의 탄소성 해석에 적용할 수 있는 사각형 평면 요소를 개발하였다.²⁾ 그후 연속체 셀에도 적용할 수 있는 사각형 원통요소, 능형 원통요소, 사각형 입체요소 등이 개발되었으며, 원자로, 물탱크 등의 탄소성 해석에 적용되어 왔다.^{3),4)}

본 연구에서는 R.E.M.을 벽식 PRE-CAST 구조물 해석에 적용하고 F.E.M.해석 결과와 비교하여 본다. 또 강체요소의 연속체 적용에 있어서, 요소내의 스프링의 최적위치를 다양하게 검토한다.

* 정회원, 성균관대학교 교수, 공학박사
*** 정회원, 성균관대학교 대학원

** 정회원, 성균관대학교 강사, 공학박사

2. F.E.M. 과 R.E.M. 의 비교

1) 요소의 형상

유한요소법에서는 요소의형상에 따라 절점수가 결정되고, 또 강성 매트릭스가 다르게 평가 되어진다. 그러나, R.E.M.에서는 강체요소의 강체운동을 이용하여 각요소의 강성방정식을 결정하므로, 구조체 분할을 자유롭게 할 수 있다.

2) 자유도의 위치

유한요소법에서는 자유도를 요소의 절점에 설정하지만, R.E.M.에서는 요소내의 변형을 무시하는 강체요소의 강체운동을 기본 가정으로 세웠기 때문에 요소내 임의의 점에서 자유도를 설정할 수 있다. 편의상 요소 중심에 자유도를 설정한다.

3) 자유도 수

면내문제의 유한요소법에서는 각 요소의 자유도는 사각형 요소인 경우, 4개의 절점에서 수평변위(u), 수직변위(v)를 고려하면 총 8개가 된다.

그러나 R.E.M.에서 각요소의 자유도는 수평변위(u), 수직변위(v), 강체 회전변위(θ) 3개가 된다.

4) 응력

유한요소법에서는 요소내의 응력($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)으로 대표되지만 R.E.M.에서는 각 스프링이 외력에 저항하는 힘(F_x, F_y, M_z)으로 치환 된다.

5) F.E.M. 과 R.E.M. 의 비교(면내문제 일때)

	F. E. M.	R. E. M.
요소의 모양	삼각형, 사각형	임의의 다각형
자유도	각 절점에서 X, Y 방향의 변위(u, v)	강체운동으로 인한 수평변위, 수직변위, 강체회전(u, v, θ)
자유도 설정 위치	요소의 절점	요소내 임의의 점 (편의상 요소 중심)
응력	요소내 Tensor양($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)	요소 주변 Vector양(σ_m, τ)

3. 요소의 정식화⁵⁾

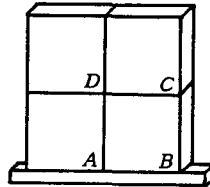
연속체를 유한개의 요소로 분할하였을 때 분할된 요소를 강체, 즉 변형이 없다고 가정하면 구조물에 필요한 세가지 조건인 힘의 평형조건(Equilibrium of Force), 변위의 적합 조건(Compatibility of Deformation), 재료의 특성(구성 방정식) 중에서 두번째 조건이 만족되지 않는다.

그러므로 각각의 요소가 가상의 스프링으로 연결되었다고 가정함으로써 변위의 적합조건을 만족시킬 수 있다. 이러한 가상 스프링의 성질은 요소의 재료및 기하학적 성질을 대표하고, 축력 및 면내 전단력을 전달한다.

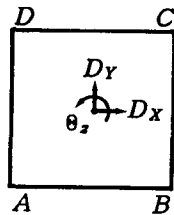
요소의 강성은 결합 스프링으로 치환되며, 구조물 전체의 해석은 요소주변의 결합 스프링의 상대변위를 이용하여 응력을 평가함으로써 수행되어 진다.

3-1 적합 매트릭스 (Adaptation Matrix)

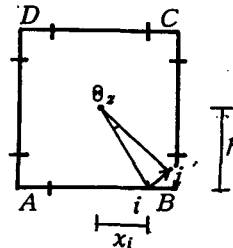
그림 3-1과 같이 구조체를 분할한다.



< 그림 3-1 > 콘크리트 PRE-CAST 내력벽



< 그림 3-2 > 평면요소



< 그림 3-3 > 강체회전에 의한 변위

그림 3-2의 평면요소에서 요소 중심에 수평 강체변위, 수직 강체변위, 회전 강체변위 등 3개의 강체변위를 취한다.

대응하는 하중은 F_x , F_y , M_z 로, 매트릭스로 표현하면 다음과 같다.

$$(D)_M = (D_x, D_y, \theta_z)_M \quad (3.1)$$

$$(F)_M = (F_x, F_y, M_z)_M \quad (3.2)$$

여기서 첨자 M 은 요소 번호이다.

그림 3-3에서 강체 회전변위가 미소하다고 가정하면, Taylor 전개식에서 고차항을 생략할 수 있으므로 $\sin\theta_z = \theta_z$, $\cos\theta_z = 1$ 이 된다.

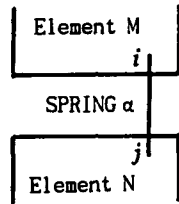
요소의 임의의 점 i 가 강체회전으로 인해서 점 i' 로 이동하였을 경우를 생각하면, 그림 3-3과 같다. 각 강체변위가 요소 주변에 있는 임의의 한점의 변위에 미치는 영향을 고려하여 적합 매트릭스를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & h \\ 0 & 1 & x_i \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ \theta_z \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

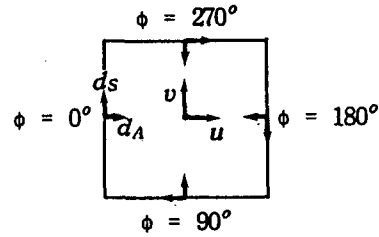
$$\text{또는 } \{u\} = [A_i]_M \{D\}_M \quad (3.4)$$

$[A_i]_M$ 은 일반화 적합 매트릭스이다.

3-2. 평면 요소를 이루는 구성 방정식.



< 그림 3-4 > 요소의 결합



< 그림 3-5 > 변위 u, v 의 변환

그림 3-4에서와 같이 스프링- α 가 요소 M, N 의 임의의 점 i, j 에 각각 연결되어 있다면, 식 (3.4)는 다음의 식과 같이 쓸 수 있다.

$$\{u_i\}_M = [A_i]_M \{D\}_M \quad (3.5)$$

$$\{u_j\}_N = [A_j]_N \{D\}_N \quad (3.6)$$

이때 그림 3-5에서와 같이 각 변의 변위 u, v 가 스프링의 위치에 따라서 일관성이 없으므로 변환 매트릭스를 사용하여 요소의 각 구면에 직각 및 평행인 변위를 나타내도록 다음과 같이 변환시킨다.

$$\begin{pmatrix} d_A \\ d_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$\text{또는 } \{d\} = [T^t] \{u\} \quad (3.8)$$

이때 ϕ 는 스프링의 위치에 따라서 그림 3-5와 같이 변한다.
식 (3.5), 식 (3.6)을 식(3.7), 식(3.8)에 대입하면 다음 식이 얻어진다.

$$\{d_i\}_M = [T^t]_M [A_i]_M \{D\}_M \quad (3.9)$$

$$\{d_j\}_N = [T^t]_N [A_j]_N \{D\}_N$$

요소내의 강체변위를 전체 강체변위로 확대하기 위하여, 단위 열벡터 (I)와 Zero 열벡터 (0)를 조합한 $[I]$ 매트릭스를 이용하면, 위 식 (3.9)는 다음과 같이된다.

$$\{d_i\}_M = [T^t]_M [A_i]_M [I]_M \{D\} \quad (3.10)$$

$$\{d_j\}_N = [T^t]_N [A_j]_M [I]_N \{D\}$$

여기서 벡터 (D)는 구조물 전체의 강체변위를 나타내는 벡터이다.

식 (3.10)에서 스프링- α 의 상대 변위를 구하면, 다음 식 (3.11)과 같다.

$$\begin{aligned} (d)_\alpha &= (d_i)_M + (d_j)_N \\ &= [T]_M^T [A_i]_M [I]_M (D) + [T]_N^T [A_j]_N [I]_N (D) \end{aligned} \quad (3.11)$$

다음으로 스프링- α 의 내력을 구하기 위해 스프링의 면내 축 강성을 K_A , 전단 강성을 K_S 라 하면, 스프링의 탄성 성질을 나타내는 면내방향 축력, 전단력이 아래와 같이 구해진다.

$$\begin{pmatrix} f_A \\ f_S \end{pmatrix}_\alpha = \begin{bmatrix} K_A & 0 \\ 0 & K_S \end{bmatrix}_\alpha \begin{pmatrix} d_A \\ d_S \end{pmatrix}_\alpha \quad (3.12)$$

$$\text{또는 } (f)_\alpha = [K]_\alpha (d)_\alpha$$

여기서 첨자 α 는 각 스프링의 번호이다.

식 (3.11)을 식 (3.12)에 대입하면,

$$(f)_\alpha = \{ [K]_\alpha [T]_M^T [A_i]_M [I]_M + [K]_\alpha [T]_N^T [A_j]_N [I]_N \} (D) \quad (3.13)$$

구조물의 스프링 총갯수를 n 개라 하고 가상일의 원리를 적용하면,

$$\begin{aligned} \delta(D)^T (F) &= \sum_{\alpha=1}^n \delta(d)_\alpha^T (f)_\alpha \\ (F) &= [K] (D) \end{aligned} \quad (3.14)$$

여기서 강성 매트릭스 $[K]$ 는 아래식과 같다.

$$\begin{aligned} [K] &= \sum_{\alpha=1}^n \{ [I]_M^T [A_i]_M^T [T]_M^T [K]_\alpha [T]_M [A_i]_M [I]_M \\ &\quad + [I]_N^T [A_j]_N^T [T]_N^T [K]_\alpha [T]_N [A_j]_N [I]_N \\ &\quad + [I]_M^T [A_j]_N^T [T]_N^T [K]_\alpha [T]_M [A_i]_M [I]_M \\ &\quad + [I]_N^T [A_j]_N^T [T]_N^T [K]_\alpha [T]_N [A_j]_N [I]_N \} \end{aligned}$$

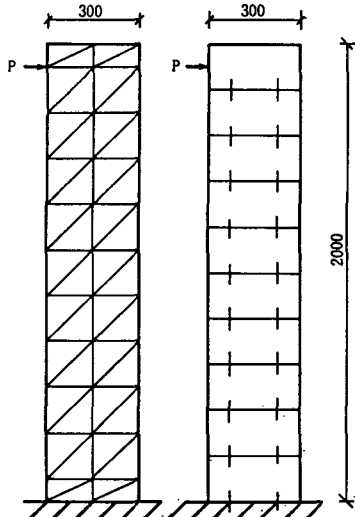
식 (3.14)에 경계 조건을 대입하여 미지 강체변위 (D_1), 지지 강체변위 (D_2), 미지의 힘 (F_1), 미지의 힘 (F_2)로 나누면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

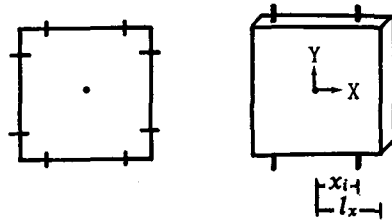
식 (3.15)를 이용하면 미지의 D , F 를 구할 수 있고, 이를 이용하여 각스프링의 응력 (f_α)를 구할 수 있다.

4. 해석에

4-1 해석모델



<그림 4-1> 해석모델



<그림 4-2> 스프링 위치

철근 콘크리트 대형판으로 구성된 PRE-CAST 구조물은 일체식의 벽식 구조물과는 역학적 거동이 다르다. 즉, 외력이 작용할 때 접합부를 통하여 하중이 전달되기 때문에 구조물의 안전성은 접합부의 내력 전달에 있다. 해석 모델은 높이가 2000CM, 너비가 300CM, 두께가 20CM인 벽식 PRE-CAST 구조물이다. 수평하중을 최상부요소에 가하고, 지지점에는 가상요소를 두어 그 가상요소의 변위를 지지조건에 따라 Zero로 간주함으로써 하중조건 및 경계조건을 만족시킨다.

4-2 스프링의 위치 변화에 따른 결과의 비교

모델들을 캔틸레버로 생각하고, 보 이론에 의한 자유단의 처짐과 고정단의 응력을 구하여 비교한다. 여기서 모델 A는 높이가 1000CM이고, 모델 B는 높이가 2000CM이며, 모델 A와 모델 B의 그 이론해와 R.E.M.에 의한 해석값을 비교하면 다음 표 4-1과 같다.

표 4-1

모델명	스프링 위치 (L)	보 이론해			R. E. M. 해				
		응력	합응력	수평변위	합응력	비고(%)	수평변위	비고(%)	
A	1	0.50	7.499	750.0	0.238	900.0	120.0	0.1586	66.56
	2	0.65	9.749			692.3	92.3	0.0944	39.65
	3	0.35	5.25			1285.8	171.4	0.322	135.34
B	1	0.50	14.99	1500.0	1.905	1900.0	126.6	1.269	66.62
	2	0.65	19.499			1461.5	97.4	0.752	39.47
	3	0.40	1.9045			2375.1	158.3	1.981	104.45

여기서 $L = \frac{x_i}{l_x}$ 이다.

1) 처짐 (δ)의 비교

표 4-1에서 이론해의 수평변위는 자유단에서의 수평변위를 나타내며, R.E.M. 해의 수평변위는 최상부요소의 변위를 나타낸다. 표 4-1을 보면 스프링의 위치에 따라 그 결과가 매우다양하게 나타나는 것을 알 수 있고, 모델 B-3에서 가장 좋은 결과를 나타내고 있다.

2) 합응력 (F)의 비교

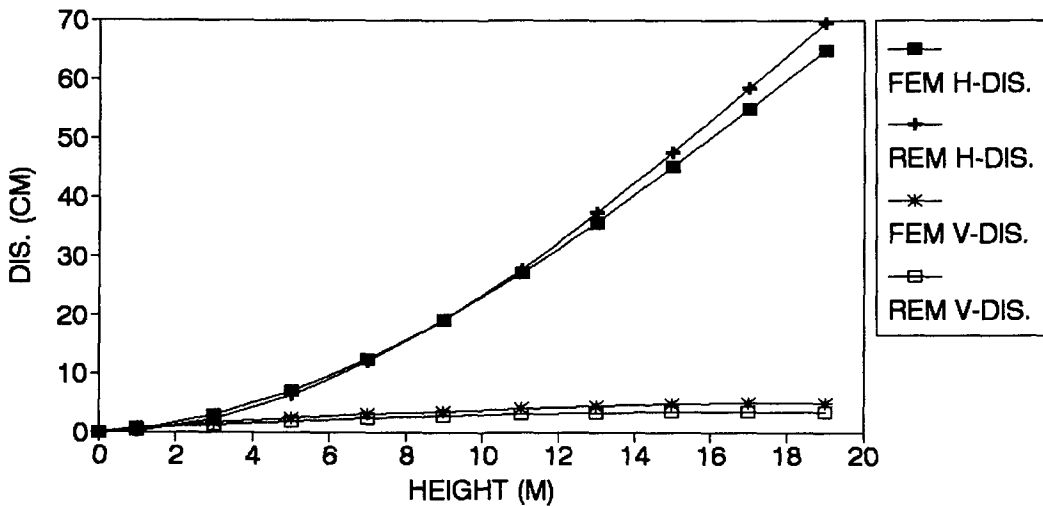
합응력의 비교에 있어서 위의 표 4-1을 보면 스프링의 위치에 따라서 변위에서와 마찬가지로 다양한 값을 보이고 있다. 여기서 이론해는 모델의 고정단에서의 인장력이며 R.E.M. 값은 대응하는 스프링 값이다.

이상과 같은 고찰에서 스프링의 위치는 인장부분의 2/3지점인 $0.65 l_x$ 부근이 가장 적절한 곳으로 사려되며 압축부분도 이와 마찬가지로이다. 스프링의 위치를 모델 A2, B2로 택했을때 그 변위가 작아지는 것은, R.E.M.에서 모델의 요소들을 강체로 생각했기 때문에 내부 포텐셜 에너지의 과대 평가로 인하여 변위가 작아지는 것이다.

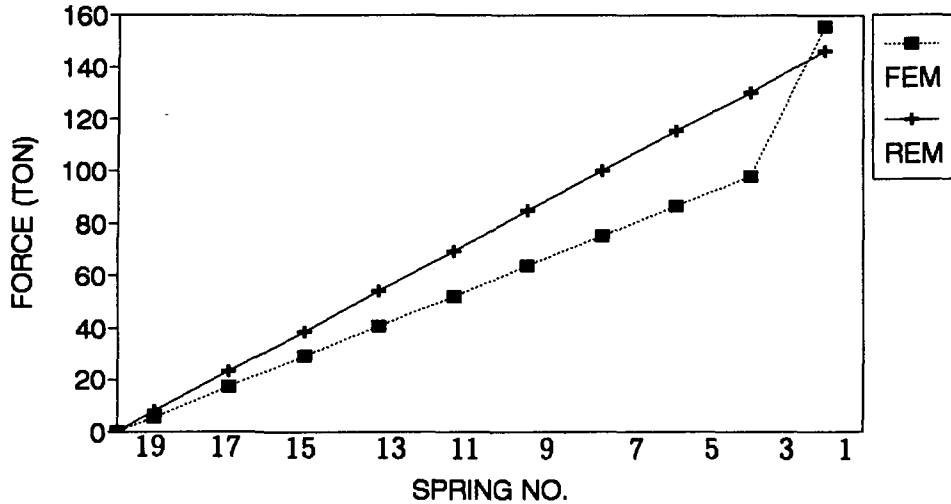
4-3 F.E.M. 해석결과와의 비교 및 고찰

F.E.M.에서는 해석 모델들의 요소응력을 단면적과 곱하여 요소내의 합응력을 구하였고, R.E.M.에서는 스프링에 생기는 축력을 계산하였다. 해석 모델들의 축력은 인장과 압축으로 나뉘어지는데 그 크기는 인장과 압축부분이 같다.

그림 4-3는 모델의 높이에 따른 수직변위, 수평변위를 나타낸것으로 F.E.M의 수치해석 값과 R.E.M.에 의한 수치해석 값이 잘 일치한다. 그림 4-4는 모델의 인장력을 비교한 것으로 분할된 요소의 특성 때문에 두 해석값에 있어서 약간의 차이가 난다.



< 그림 4-3 > 수직변위와 수평변위



< 그림 4-4 > 높이에 따른 축하중

5. 결 론

본 연구는, 벽식 PRE-CAST 구조물을 F.E.M. 및 R.E.M. 을 이용하여 해석한 결과를 비교함으로써, R.E.M. 의 PRE-CAST 구조물해석에 적용 가능성을 조사하였다. R.E.M. 은 요소를 강체로 분할하였으므로 F.E.M. 해석 결과와는 약간의 오차가 나타난다. 그러나 R.E.M. 은 요소중심에 자유도를 취함으로써, 구조물의 전체 자유도가 매우 적게되어, 반복 계산이 필요한 탄소성 해석에서는 Computer Running 시간을 매우 절약할 수 있다. 따라서 벽식 PRE-CAST 구조물의 벽체를 강체로 보는 것이 PRE-CAST PANEL 해석에서는 보다 효과적이다. R.E.M. 은 스프링의 위치를 적절하게 취함으로써, PRE-CAST PANEL 해석 뿐만 아니라 연속체 해석에서도 응용이 가능하다. 또한 실용적인 수치해석법으로 발전하기 위해서는 스프링의 위치 및 스프링의 강성 등에 관하여 더 많은 연구가 요구된다.

6. 참고문헌

1. Kawai, T., "Some Consideration on the Finite Element Method," International Journal for Numerical Method in Eng., vol.16, 1980, pp.81-120
2. 坪井善勝, "離散化極限解析プログラミング," 컴퓨터による極限解析法 시리즈 2, 1990.6
3. Kwun, T. J., and Kim, S. D., "Elasto-Plastic Analysis of Spherical Shell by Rigid Element Method," Proceedings of IASS Symposium on Shell, Membranes and Space Frames, vol.1, Sep. 1986, pp.137-144
4. Kwun, T. J., Han, S. E., and Park, K. G., "A New Approach on the Elasto-Plastic Analysis of Pressure Vessel (1) : Theoretical Consideration of New Approach for the Structural Analysis," Proceedings of the International Symposium on Pressure Vessel Technology and Nuclear Codes and Standard, April, 1989, pp.3.22-3.39
5. 김승덕, "수평하중을 받는 부분원통셸의 탄소성해석," 성균관대학교 석사학위 논문, 1985.11