

Thick Slab의 편칭전단강도

Punching Shear Strength in Thick Slabs

김 우* 김 대 중** 이 지 언***
Kim, Woo Kim, Dae Joong Lee, Jee An

ABSTRACT

In designing of slabs, a prediction of the punching shear capacity is one of important concerns. In this study, an equation was proposed to predict the punching shear strength of reinforced concrete slabs. The proposed equation depends on concrete compression strength, steel ratio, effective depth and slab radial length. The good correlation exists between the predicted punching shear strength and the measured.

1. 서론

철근콘크리트 슬래브에서의 편칭파괴(punching failure)는 최초로 1913년 Talbot²⁾에 의해서 실험적으로 연구되었다. 1956년 Elstner와 Hognestard³⁾는 38개의 실험체를 제작, 실험하여 편칭강도식을 제안하였다. 1960년에 Kinnunen과 Nylander⁴⁾는 실험관찰에 기초를 둔 가정을 사용하여 대칭 슬래브-기둥계를 이론적으로 해석했다. 1966년에 Yitzhaki⁵⁾는 편칭강도는 주로 철근에 의존한다는 이론식을 제안하고, 실험을 통해 검증하였다. 1976년에 Long과 Bond⁶⁾는 압축역에서의 응력은 탄성판이론에 기초를 두고, 파괴규준은 8면체전단응력(octahedral shear stress)을 이용하여 편칭전단강도를 구하는 방법을 소개하였다.

이와 같이 현재까지 철근콘크리트 슬래브의 편칭강도를 예측하는 많은 공식들이 발표되었다. 이러한 식들의 대부분은 휨강도 또는 인장철근을 주변수로 하는 휨지배 공식과 콘크리트강도를 주변수로 하는 전단지배공식으로, 크게 두 그룹으로 대별된다. 그러나 편칭콘(punching cone)이 발생

되는 재하판 주변의 위험단면에는 큰 모멘트와 전단력이 상호작용하므로, 편칭파괴에 대한 휨의 영향과 전단의 영향을 분리해서 파악하는 것은 불합리하다.

본 연구에서는 전단의 영향을 크게 받는 Thick Slab의 파괴메카니즘을 지배하는 전단 및 휨의 영향을 동시에 고려하여 편칭전단강도에 영향을 미치는 변수들을 규명하였다. 또한 보의 전단거동에 관한 이론식¹⁾을 기초로 하여, 슬래브의 편칭전단강도를 예측할 수 있는 식을 제안하였다.

2. 편칭파괴의 기본 메카니즘

기둥형태의 집중하중을 받는 슬래브는 그림 1과 같이 원뿔대 형태로 편칭전단파괴가 발생된다. 슬래브에 하중이 재하되면, 하중재하점에서 부터 지지점쪽으로 방사형균열(radial flexural crack)이 발생된다. 하중이 더욱 증가되면 하중재하점 근처에서부터 환상의 접선형균열(circular tangential flexural crack)이 형성되며, 어떤 하중단계에서는 임의의 접선형균열면(본 논문에서는 임계단면으로 칭한다.)을 따라 슬래브 내부에 경사전단균열(inclined shear crack)이 형성된다. 두꺼운 철근콘크리트 슬래브는 결국 경사전단균열에 의해 편칭파괴된다.

* 정희원, 전남대학교 토목공학과 부교수

** 정희원, 전남대학교 토목공학과 박사과정

*** (주) 제철엔지니어링

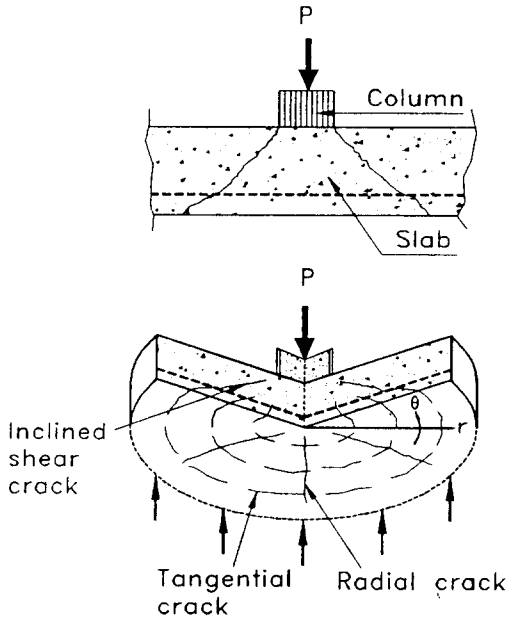
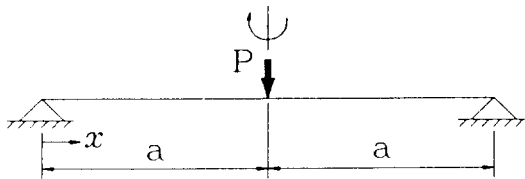


Fig. 1 Typical crack configuration of slab at punching failure

위와 같은 균열이 발생된 후, 전단하중은 골재의 맞물림, Dowel 작용과 Arch 작용에 의해서 주로 지지된다. 대부분의 펀칭 파괴는 하중재하판 근처의 골재맞물림효과가 상실된 후에 발생된다. 그러나 인장철근의 항복은 펀칭파괴의 선행조건이 아니며, 또한 인장철근의 항복이 곧 펀칭파괴를 의미하는 것도 아니다. 펀칭파괴의 극한상태는 곧, 펀칭콘(punching cone)으로 분리되어지는 현상을 말한다.

3. 판이론에 의한 탄성모멘트

단순지지된 등근 원판의 탄성판이론(elastic plate theory)에 의한 모멘트는 식 (1)과 같다.



$$m_r = -\frac{P}{4\pi}(1+\nu)\ln\left(1-\frac{x}{a}\right) \quad (1)$$

$$m_\theta = \frac{P}{4\pi}[(1-\nu)-(1+\nu)\ln\left(1-\frac{x}{a}\right)]$$

여기서 m_r : 반경방향 모멘트
 m_θ : 접선방향 모멘트
 ν : 포아송비

반경방향의 모멘트(m_r)와 접선방향의 모멘트(m_θ)를 식 (1)에 의해 구하여 그림 2에 나타냈다. 그림 2에 나타낸 바와 같이, m_θ 값은 어느 위치에서나 m_r 값보다 크다. 실제 실험에서 관찰된 균열의 생성과정에서도 항상 m_θ 의 영향에 의해서 방사형균열(radial flexural crack)이 먼저 생성된다. 그러나 방사형균열의 형성으로는

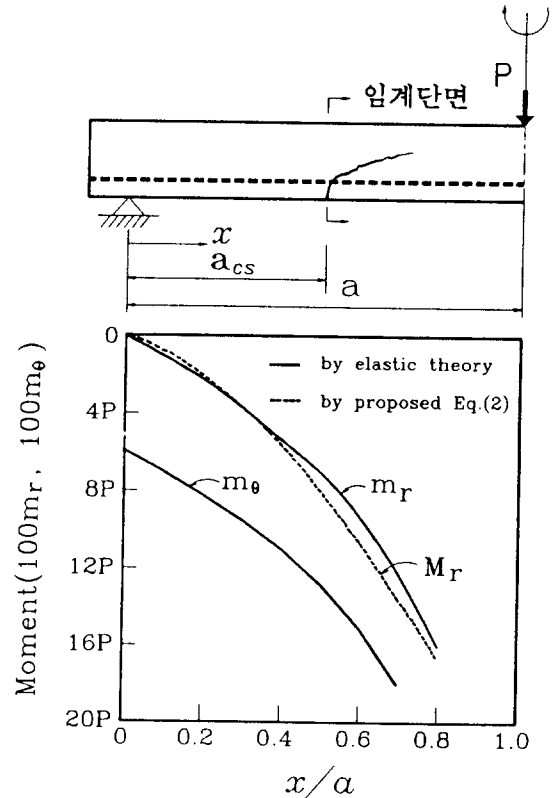


Fig. 2 Radial & tangential moment with $\nu=0.25$

슬래브의 갑작스런 취성파괴가 발생되지 않으며 처짐만 증가할 뿐이다. 펀칭파괴는 더욱 하중이 증가하여 접선휨균열(circular tangential flexural crack)이 생성된 후, 접선휨균열면을 따라 경사전단균열(inclined shear crack)이 형성되어야 발생한다. 따라서 본 연구에서는 펀칭파괴에 관계되는 모멘트는 m_r 로 간주하고, 수치해석적 방법으로 식 (2)와 같이 간략화하였다.

$$M_r = 0.2311 \left(\frac{x}{a} \right)^{1.5} P \quad (2)$$

4. 펀칭전단강도에 대한 이론적 제안식

4.1 임계단면에서 접선휨균열 요구강도

기둥형태의 집중하중을 받는 슬래브에서 임계단면에 접선휨균열이 형성되는데 필요한 휨모멘트는 식 (3)과 같다.

$$M_{cr} = S \cdot f_r' \quad (3)$$

여기서 S : 단면계수
 f_r' : 콘크리트 휨인장강도

콘크리트 휨인장강도 f_r' 은 관계적인 방법으로 $C_1 \sqrt{f_c}$ 의 형태로 표시할 수 있으며, 단면계수 S 는 단면의 형상 및 철근비에 의존하는 값이므로 $C_2 \sqrt{\rho} b d^2$ 으로 표시할 수 있다.¹⁾ b 는 원형 슬래브에서 위험부의 주변장이므로 b 를 $2\pi(a - a_{cs})$ 로 대체하여 식 (3)을 정리하면 식 (4)와 같다 (여기서 a_{cs} 는 지점으로부터 임계단면까지의 거리).

$$M_{cr} = C_1 C_2 2\pi \sqrt{f_c} \sqrt{\rho} (a - a_{cs}) d^2 \quad (4)$$

식 (2)에서 x 를 a_{cs} 로 치환한 후 식 (4)와 등치하여 정리하면, 휨균열요구강도(P_{cr}^f)는 다음과 같이 산출된다.

$$P_{cr}^f = K_1 \sqrt{f_c} \sqrt{\rho} d^2 \frac{(a - a_{cs})}{0.2311 \left(\frac{a_{cs}}{a} \right)^{1.5}} \quad (5)$$

여기서 $K_1 = C_1 C_2 2\pi$

4.2 임계단면에서 경사전단균열 요구강도

철근의 인장력은 부착을 통하여 콘크리트에 전달되므로 평균수평전단응력($v_{h,avg}$)은 식 (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$v_{h,avg} = \frac{T_{cs}}{A} \quad (6)$$

여기서 T_{cs} : 임계단면에서의 철근인장력
 A : 임계단면적[$=\pi a_{cs}(2a - a_{cs})$]

많은 연구자들에 의하면 균열단면에서의 실제 철근인장력은 계산되어진 철근인장력의 1.5배 또는 그 이상의 값을 갖는다고 한다. 따라서 본 연구에서는 임계단면에서 증가된 철근인장력을 고려하기 위해 식 (7)과 같은 확대계수 m_a 를 도입하였다.

$$m_a = \frac{T_{cs,m}}{T_{cs,o}} \quad (7)$$

여기서 $T_{cs,m}$: 임계단면에서 측정된 철근인장력
 $T_{cs,o}$: 임계단면에서 계산된 철근인장력

식 (6)에서 T_{cs} 는 임계단면에서 철근인장력으로서 식 (7)의 $T_{cs,m}$ 이므로 평균전단응력은 식 (8)과 같다.

$$v_{h,avg} = \frac{m_a T_{cs,o}}{\pi a_{cs}(2a - a_{cs})} \quad (8)$$

수평전단면이 철근에 충분히 가까워지면 그 부분의 전단응력은 부착응력에 의해 발생하므로 전단응력분포는 부착응력과 거의 같게 된다. 많은 연구자들의 부착응력 실험결과에 의하면, 측정된 최대부착응력은 계산에 의한 평균부착응력의 두배 또는 그 이상의 값을 갖으며, 최대부착응력점은 하

중이 재하된 끝부분에 위치한다. 부착응력에 관한 이와 같은 현상을 고려하기 위해 식 (9)와 같은 확대계수 m_b 를 도입하였다.

$$m_b = \frac{v_{h, \max}}{v_{h, \text{avg}}} \quad (9)$$

여기서 $v_{h, \max}$: 최대부착응력
 $v_{h, \text{avg}}$: 평균부착응력

임계단면에서 전단응력은 최대값을 갖으므로 전단응력은 식 (10)과 같다.

$$v_h = m_b v_{h, \text{avg}} = m_a m_b \frac{T_{cs,0}}{\pi a_{cs}(2a - a_{cs})} \quad (10)$$

임계단면에서의 주철근 근처의 콘크리트에는 주로 전단응력만 작용하게 되므로, 이 지역에서의 주응력은 v_h 와 같다고 할 수 있다. 또한 계산된 철근인장력 $T_{cs,0}$ 는 M_r/z 로 표시할 수 있으므로 임계단면에서의 주철근 근처의 콘크리트에 발생하는 주응력 f_t 은 다음과 같이 된다.

$$f_t = m_a m_b \frac{0.2311 \left(\frac{a_{cs}}{a} \right)^{1.5} P}{\pi a_{cs}(2a - a_{cs})z} \quad (11)$$

윗 식에서 내부모멘트팔길이 z 는 그림 3에 나타낸 바와 같이 아래와 같이 간략화시킬 수 있다.

$$z = (1 - \sqrt{\rho})d \quad (12)$$

식 (11)의 주인장응력 f_t 이 콘크리트의 한계인장강도 f'_t 에 도달하면 경사전단균열이 발생하게 된다. 일반적으로 f'_t 는 $C_4 \sqrt{f'_c}$ 로 나타낼 수 있으며, 식 (12)를 식 (11)에 대입하면 경사전단균열 요구강도 (P_{cr}^s)는 식 (13)으로 된다.

$$P_{cr}^s = K_1 (1 - \sqrt{\rho}) d \sqrt{f'_c} \frac{a_{cs}(2a - a_{cs})}{0.2311 \left(\frac{a_{cs}}{a} \right)^{1.5}} \quad (13)$$

$$\text{여기서 } K_1 = \frac{C_4 \pi}{m_a m_b}$$

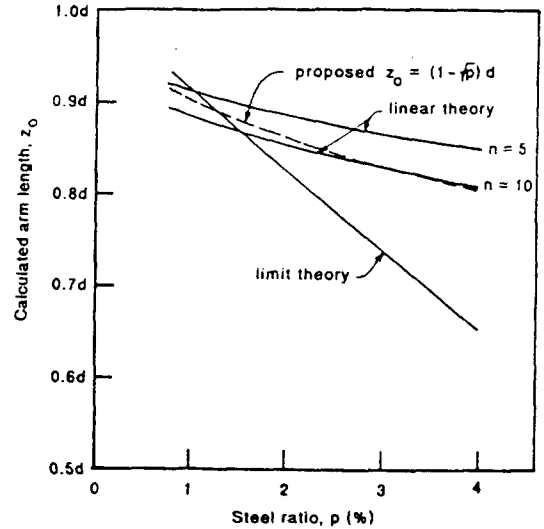


Fig. 3 Variation of internal moment arm length

4.3 편칭전단강도

평균열요구강도 (P_{cr}^f)와 경사전단균열요구강도 (P_{cr}^s)를 도식화하면 그림 4와 같은 경향을 나타낸다.

그림 4의 A점의 P_{cr} 과 a_{cs} 는 식 (5)와 (13)에 의해 쉽게 구할 수 있으며, 편칭전단강도 P_{cr} 은 다음과 같이 산출된다.

$$P_{cr} = K \sqrt{f'_c} \sqrt{\rho} \sqrt{(1 - \sqrt{\rho})} (ad)^{1.5} \quad (14)$$

본 연구에서는 식 (14)의 상수 K값을 결정하기 위해 Elstner와 Hognestad³⁾ 및 Moe⁷⁾의 실험결과를 사용하였다.

위와 같은 실험결과를 회귀분석하여 얻은 상수 K값은 3.175였다. 따라서 슬래브의 편칭전단강도 P_{cr} 은 식 (15)로 나타낼

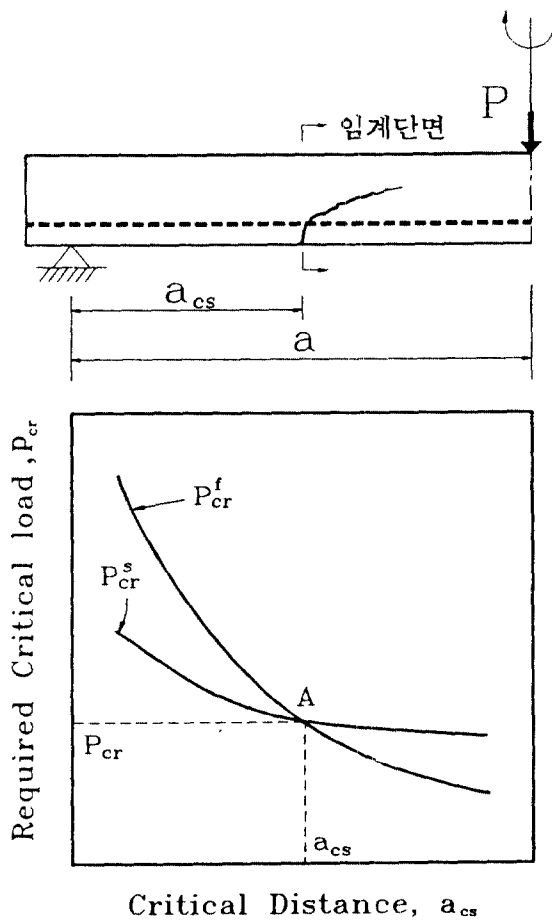


Fig. 4 Schematical variation of cracking load along the shear span

수 있다.

$$P_{cr} = 3.175 \sqrt{f_c} \sqrt{\rho} \sqrt{(1-\sqrt{\rho})(ad)^{1.5}} \quad (15)$$

26개의 슬래브 실험결과^{3,7)}를 사용하여, 본 연구에서 제안한 식 (15)와 ACI, Yitzhaki식 및 Herzog식을 비교하여 표 1에 나타냈다. 표 1에서 알 수 있듯이, 본 연구에서 제안한 식 (15)로 산정한 편칭전단강도는 실험측정값과 좋은 상관관계를 갖고 있다.

Table 1 Statistical comparison of the adquacy of Eq.(15) with ACI, Yitzhaki's and Herzog's formula

	Eq. (15) $\frac{\text{measured } P_u}{\text{calculated } P_u}$	ACI $\frac{\text{measured } P_u}{\text{calculated } P_u}$	Yitzhaki ⁵⁾ $\frac{\text{measured } P_u}{\text{calculated } P_u}$	Herzog ¹²⁾ $\frac{\text{measured } P_u}{\text{calculated } P_u}$
Mean	1.00	1.46	0.83	0.97
Standard deviation	0.16	0.23	0.16	0.11

5. 결론

본 연구에서는 Thick Slab의 파괴메카니즘을 지배하는 전단 및 휨의 영향을 동시에 고려하여 편칭전단강도식을 제안하였다. 콘크리트 압축강도와 슬래브 위험부의 주변장에만 의존하는 현 시방서 규정에 비교하여, 본 연구에서 제안된 식은 콘크리트 압축강도, 철근비, 유효깊이 및 슬래브반경을 변수로 고려한 식으로서 보다 정확한 편칭전단강도를 예측할 수 있을 것으로 판단된다.

참고 문헌

1. Kim W., and Richard N.W., "Initiation of Shear Cracking in Reinforced Concrete Beams with No Web Reinforcement," ACI Journal, V.88, No.3, 1991.
2. Talbot A.N. "Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings," University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin No.67, 1913, Mar., 1-114pp.
3. Elstner, R.C. and Hognestad, E., "Shearing Strength of reinforced Concrete Slabs," ACI Journal, Proceeding, Vol.53, No.1, July, 1956, pp.29-58.

4. Kinnunen, S. and Nylander, H., "Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement," Transaction No. 158, 1960, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.
5. Yitzhaki, D., "Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs," Proceedings, American Concrete Institute, Vol.63, May, 1966, pp.527-542.
6. Long, A.E. and Bond, D., "Punching Failure of Reinforced Concrete Slabs," Proceedings, Institution of Civil Engineers, May, 1967, pp.109-136.
7. Moe, J., "Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads," Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, April, 1961, 130pp.
8. N.M. Hawkins, M.E. Criswell and F. Roll, "Shear Strength of Slab Without Shear Reinforcement," Paper, SP-42, Shear in Reinforced Concrete, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 1974, pp.721-746.
9. M.E. Criswell and N.M. Hawkins, "Shear Strength of Slabs: Basic Principle And Their Relation To Current Methods of Analysis," Paper SP 42-29, Shear in Reinforced Concrete, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 1974, pp.641-676.
10. M.P. Nielsen, "Punching Shear Resistance According to The CEB Model Code," Paper SP 59-11, Shear in Reinforced Concrete, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 1974, pp.193-210.
11. Neil M. Hawkins and Denis Michell, "Progressive Collapse of Flat Plate Structures," ACI Journal, 1979, July, pp.775-805.
12. Herzog. M., "A New Evaluation of Earlier Punching Shear Tests," Concrete, Vol.4, No.12, London, England, Dec., 1970, pp.448-450.