

## 지하구조물 건설시 역해석에 의한 지반특성치 산정

### A Study on Feed Back System for the Geotechnical Parameter Estimation in Underground Construction

이인모 In-Mo Lee<sup>\*1</sup> 김동현 Dong-Hyun Kim<sup>\*2</sup> 박영진 Young-Jin Park<sup>\*3</sup> 백동호 Dong-Ho Baik<sup>\*4</sup> 최수일 Soo-Il Choi<sup>\*5</sup>

\*1 고려대학교 토목환경공학과 부교수 Associate Professor, Dept. of Civil Eng., Korea Univ.  
\*2 고려대학교 토목환경공학과 박사과정 Graduate Student, Dept. of Civil Eng., Korea Univ.  
\*3 코오롱건설 기술연구소 선임연구원 Senior Researcher, Institute of Construction Technology, Kolon Construction Co., Ltd.  
\*4 코오롱건설 기술연구소 연구원 Researcher, Institute of Construction Technology, Kolon Construction Co., Ltd.  
\*5 코오롱건설 기술연구소 소장 Director, Institute of Construction Technology, Kolon Construction Co., Ltd.

SYNOPSIS : This paper deals with a feedback system for the estimation of geotechnical parameters in underground construction works. The Ordinary Least Square (OLS) Optimization Method is utilized and combined with Finite Element Program so that optimum values of ground properties can be estimated. The properties that can be estimated are Young's modulus, and coefficient of earth pressure. Moreover, a methodology to locate plastic zones around tunnels utilizing Hoek and Brown's failure criteria is proposed.

#### 1. 서론

지하공간의 설계시에는 불확실한 설계요소가 과다하게 내포되어 있으므로 경제적이고 안정성이 확보된 설계 및 시공을 위하여는 정확한 계측 및 역해석 작업을 통한 정보화시공이 요구된다. 일반적으로 수학적모델을 통한 예측과 실제 지반반응 사이에는 오차가 발생하게 되며, 이것은 모델자체가 포함하는 오차와 입력값의 산정시 발생하는 오차로 구성된다. 이러한 오차를 최소화하기 위해서는 각종 입력치의 최적값을 예측하는 기법의 적용이 필요하다.

역해석 작업의 효과적인 수행을 위해서는 주어진 지반조건과 주변환경 및 시공상의 제반사항들을 충분히 고려하여 공사중의 지반거동을 종합적으로 파악하여야 하며, 실제 지반반응에 대한 신뢰성 있는 계측결과를 구하는 작업이 선행되어야 한다. 본 연구에서는 역해석기법의 이론을 정립하고 이를 실제 현장에 적용하여 실무적용 가능성을 검토하고자 하였다.

#### 2. 역해석 방법

##### 2.1 OLS(Ordinary Least Square) 방법

지반정수들의 최적값을 예측하기 위해 본 논문에서는 시스템과 모델변수와의 차이를 확정본적인 신호로 간주하여 적절하게 정의된 목적함수를 최소화시키는 OLS(Ordinary Least Square) 방법을 이용하였다.

지하구조물의 건설로 인한 지반의 거동은 자유모델변수들을 가지며, 이에 대한 매개변수 분석을 위하여 Bard 알고리즘을 이용하였다. 모델변수와 독립변수를 갖는 개념적인 지반의 거동모델은 식 1과 같은 비선형의 함수식으로 나타낼 수 있다.

$$\eta = F(\beta, x) \quad (1)$$

여기서,  $\eta$ 는 종속변수,  $x$ 는 독립변수이며  $\beta$ 는 모델변수이다. Bard 알고리즘은 식 2와 같이 관측값과 계산값의 차의 제곱에 대한 합으로 목적함수를 정한다.

$$S = \sum_{i=1}^N (Y_i - \eta_i)^2 \quad (2)$$

여기서,  $N$ 은 관측횟수  $Y_i$ 와  $\eta_i$ 는 각각 지반거동의 관측치와 예측치를 나타낸다. 식 1과 2에서 알 수 있듯이 모델변수  $\beta$ 값의

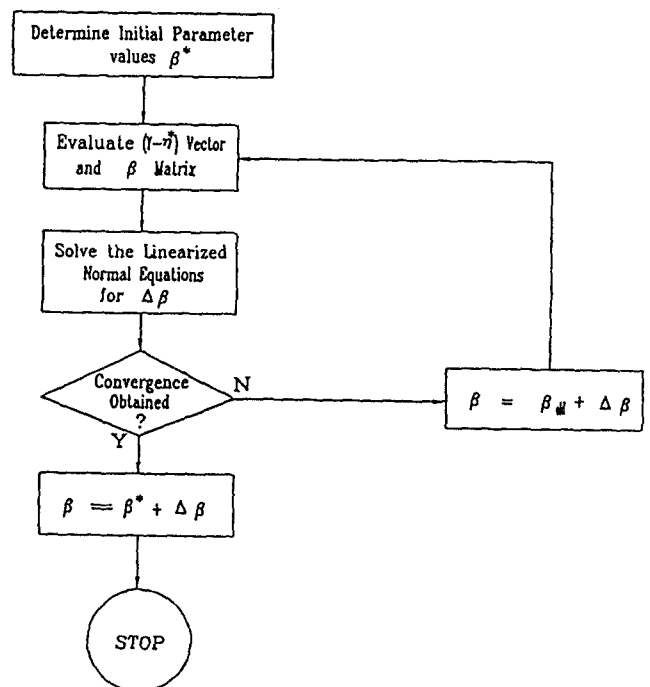


그림 1. Bard 알고리즘

변화에 따라 목적함수 S값이 결정되어지며, 목적함수 S가 최소가 될때 모델변수(β)의 최적화가 이루어 진다. 그림 1에 최적변수를 구하는 Bard 알고리즘의 과정을 나타내었다.

## 2.2 역해석용 유한요소 프로그램

### 2.2.1 역해석용 유한요소 프로그램의 구성

지하공동의 발생으로 인해 야기되는 응력과 변형량의 예측을 위해서 본 연구에서는 탄성 및 탄·소성 유한요소해석법을 수학적 모델로 선정하여 복잡한 거동양상을 보이는 실제지반 거동을 해석하였다. 유한요소해석은 공학적인 문제에서 성립된 미분방정식을 풀기 위하여 고안된 방법으로, 연속체의 영역내를 유한개의 절점으로 결합된 요소로 나누어 주어진 경계조건 및 초기조건으로부터 인접하는 요소사이의 변형적합조건과 응력-변형률 관계를 이용하여 응력과 변위등 미지의 값을 구하는 방법이다.

유한요소해석은 식 3의 기본조건으로 표시할 수 있으며,

$$\{K\} \{u\} = \{F\} \quad (3)$$

식 3에서 {K}는 요소의 특성을 나타내는 강성행렬로 형상함수, 지반정수, 경계조건등의 함수로 구성되어 식 4로 표현되며, {u}는 각 절점의 변위, {F}는 각 절점에 작용하는 외력을 나타낸다.

$$[K] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det J \, d\xi \, d\eta \quad (4)$$

여기서, [B]는 변형매트릭스로 형상함수  $N_i$ 에 의해 결정되어지며, |J|는 Jacobian 으로 지역적인 요소에서의 거동을 전체적으로 변환시켜주는 역할을 한다.

2차원 터널 해석문제에 있어서는 평면 변형을 조건의 사용이 일반적이며, 이 경우 Z 방향의 변형은 무시되므로 변형성분은 식 5와 같이 표시된다.

$$\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T \quad (5)$$

여기서,  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ 는 평면변형을 조건하에서의 변형성분이며, 이로부터 식 6의 응력-변형률 조건을 이용하여 응력성분을 구할 수 있다.

$$\sigma = [D] \cdot \varepsilon \quad (6)$$

윗 식의 [D]는 구성매트릭스로 식 7로 정의된다.

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & 0 \\ \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

식 7에서 지반의 응력변화와 변형발생은 탄성계수(E)와 포아송비(ν)에 영향을 받음을 알 수 있으며, 특히 탄성계수(E)에 의한 영향이 큰 것으로 알려져 있다.

한편 평형상태의 지중에 변화가 발생하기 위해서는 식 3에서 보았듯이 외력 {F}가 필요하다. 외력은 크게 절점력, 경계면 응력(Boundary Force), 물체력(Body Force)으로 구분할 수 있으며, 이 중 식 8에 표시한 물체력은 항상 작용하고 있는 외력으로 이에 대한 사항을 정확히 고려하여야만 정확한 해석이 될 수 있다.

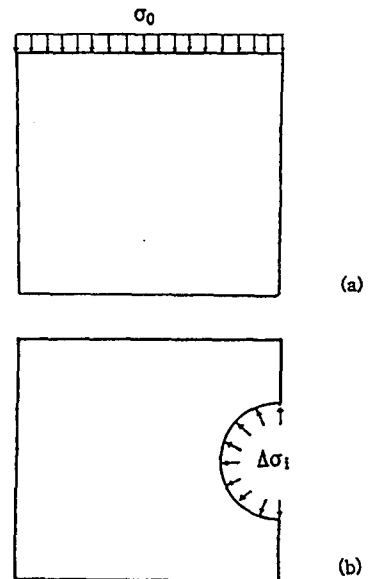
$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = \int_V N_i \rho \cdot g \cdot h \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix} dV + \begin{bmatrix} K_0 P_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 ρ, g, h,  $K_0$ 는 각각 지반의 밀도, 중력가속도, 지표면으로부터의 깊이, 토압계수를 나타내며, θ는 수평면과 중력이 작용하는 방향과의 각도를 나타낸다. 이 중 여타의 값들은 고정된 상수로 보아도 무방하나, 토압계수( $K_0$ )는 지반의 종류 및 주변환경에 따라 변화하는 변수이다.

본 논문에서는 지하구조물 건설시 지반의 거동에 지대한 영향을 끼칠 것으로 판단되는 지반의 탄성계수(E)와 토압계수( $K_0$ )를 모델변수로 선정하였으며, 발생변위량의 계측치와 예측치를 비교하여 최적값을 산정하였다.

### 2.2.2 굴착하중 Simulation

터널굴착과정의 재현은 그림 2에서 보는 바와 같이 중력이 작용하는 초기응력상태를 계산한 후, 굴착면에서 등가의 하중을 반대방향으로 가함으로써 굴착상황에 관한 모델링을 하였다. 터널면의 응력  $\sigma_1$ 는 초기응력  $\sigma_0$ 에서 굴착하중을 감해주는 항( $\sigma_1 = \sigma_0 - \Delta\sigma_1$ )으로 표현할 수 있다.



(a) 굴착전 단계

(b) 굴착후 단계

그림 2. 굴착상황 모델링

역해석 프로그램의 전체적인 흐름은 그림 3에 나타내었다.

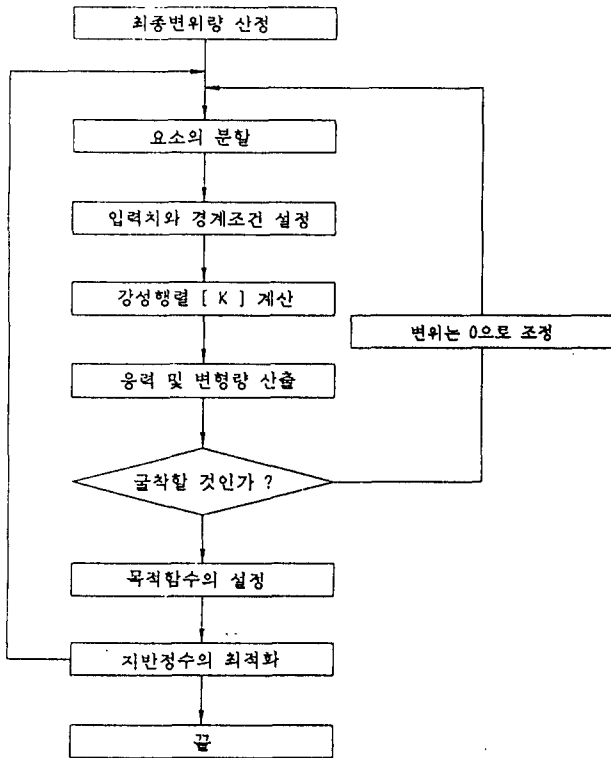


그림 3. 역해석 프로그램의 흐름도

### 3. 적용사례

#### 3.1 지반조건 및 공사개요

##### 3.1.1 지반조건

본 지역은 중생대 쥐라기의 대보조산운동이 끝나고 백악기의 퇴적분지가 형성되었다. 이 후기에 산성 및 염기성 암맥의 관입 그리고 후속하여 불국사 화장암류의 관입이 진행되었으며, 이 지역의 화장암은 이에 속한다. 분포되어 있는 지층은 매립토층, 잔류토층, 풍화암과 연암순으로 되어있으며, 터널통과구간의 종단면도와 단면도는 그림 4와 5에 나타내었다.

터널통과구간의 지층은 풍화암층으로 해당구간에 대한 RMR측정 값은 표 1과 같다.

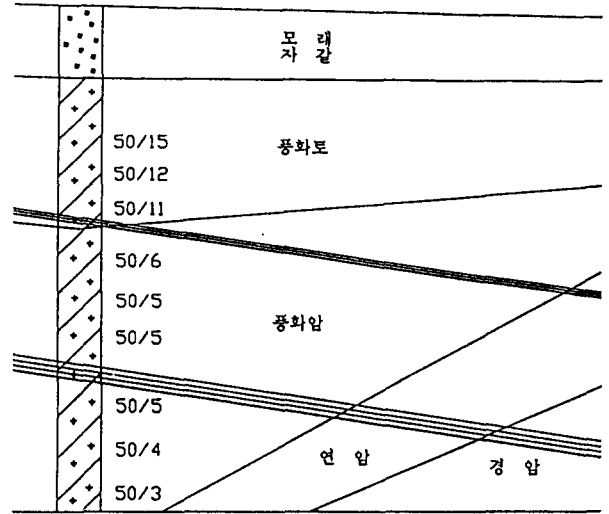


그림 4. 종단면도

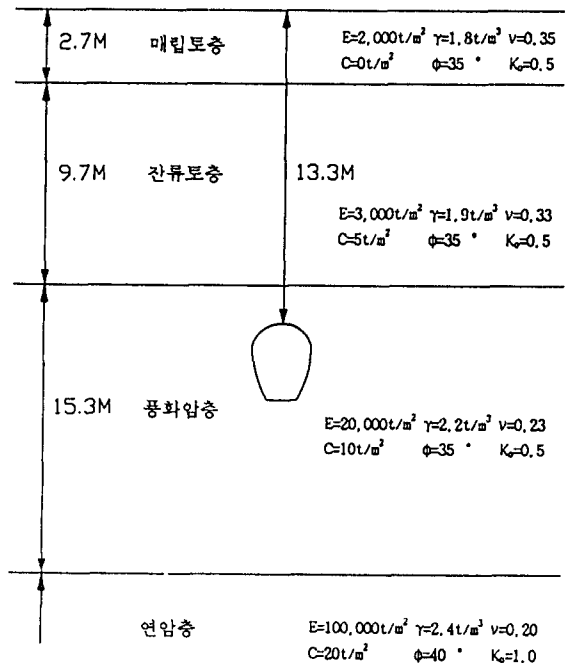


그림 5. 대상구간 단면도

표 1. RMR 분류

Parameter	Description	Value
Strength	500 ~ 1000 kg/cm <sup>2</sup>	7
R.Q.D.	0 ~ 10 %	3
Joint Spacing	50 ~ 300 mm	10
Joint Condition	Slightly rough surface separation < 1mm	12
Groundwater	Inflow per 10m tunnel length < 10 liters/min	10
Joint Orientation	FAIR	-5
Total Rating	-	37
Rock Mass Class	-	POOR ROCK

3.1.2 터널단면 형상

본 구간은 그림 6과 같은 PD-3 형식으로 설계되었으며, 굴착공법은 Long Bench Cut 공법으로 굴진량은 0.7m/일이다.

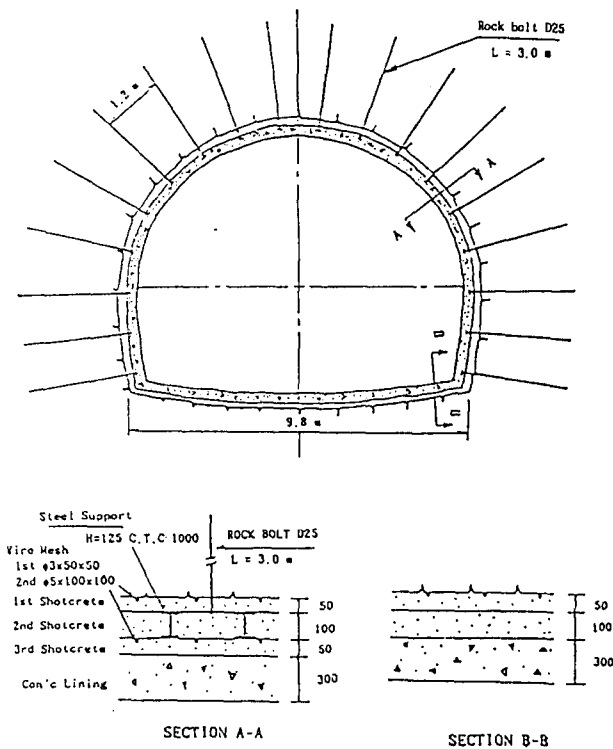


그림 6. 터널단면 형상

3.2 계측결과

계측결과는 그림 7에서와 같이 4개소에 대한 변위를 선택하였다.

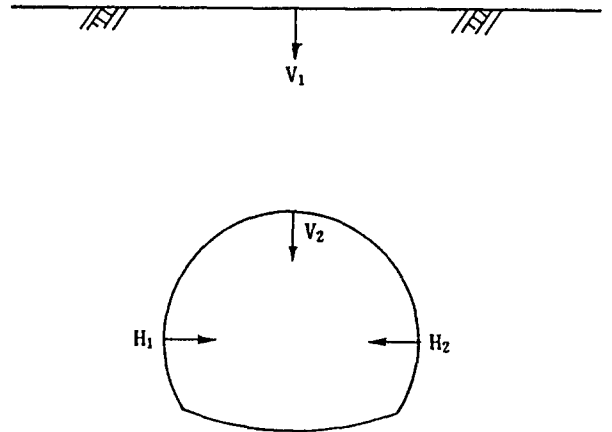
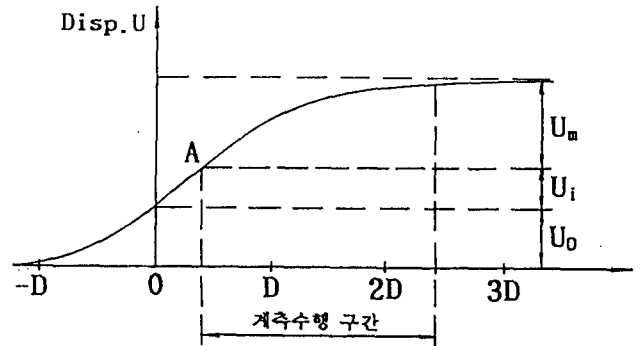


그림 7. 계측지점

지하공동의 굴착으로 인해 발생하는 지반의 거동은 그림 8과 같이 막장도달전에 이미 영향범위가 형성된다. 따라서 절대변위 측정은 그림 9에 나타난 바와 같이 막장도달전 지표에서 선진보링으로 Extensometer를 설치하여 계측하여야만 가능하다. 그러나 현재 지하구조물의 변위측정은 대부분 내부에서 수행하고 있으며, 이 경우 막장도달전에 발생한 변형량과 막장도달시 발생한 변형량은 계측시행이 곤란하다. 따라서 재해석의 수행을 신속하고 정확하게 하기 위해서는 Extensometer에 의한 절대변위량을 측정하는 작업이 선행되어야 하나, 본 연구에서는 근사해법을 이용하여 계측되지 않은 변위를 추정하였다.



- D : 터널의 직경
- u<sub>o</sub> : 막장도달전 발생한 변형량
- u<sub>i</sub> : 막장도달시 발생한 변형량
- u<sub>s</sub> : 계측가능한 변형량

그림 8. 변형특성곡선

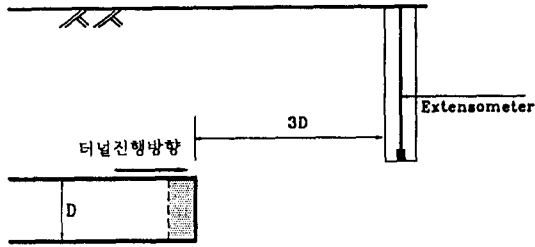


그림 9. Extensometer에 의한 변위 계측

터널내부변위의 변형특성은 주변지반의 거동특성에 의해 좌우되므로 여러 모델함수로 정의할 수 있다. 그림 8과 같은 변형특성곡선을 탄성지반으로 해석하는 경우에는 식 9와 같은 지수함수식으로 표현된다.

$$\frac{u(x)}{u} = 1 - \exp\left(\frac{-x}{X}\right) \quad (9)$$

여기서,  $u$ 는 터널내 변위의 최종값을 의미하며  $X$ 는 막장굴진에 따른 계수이다.

지반의 거동이 탄성거동이 아니라 탄-소성 거동을 나타내는 경우에 있어서는 변위발생양상이 식 9에 적합하지 않게되며, Panet 등은 3차원상에서의 수치해석결과를 이용하여 다음과 같은 경험식을 제안하였다.

$$\frac{u(x)}{u} = 1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{x}{r} \frac{1}{A}}\right)^2 \quad (10)$$

여기서,  $r$ 은 터널의 반경을 나타내며  $A$ 는 지반의 강도에 의존하는 상수이다.

계측된 터널내 변위량으로부터 전체변위량은 식 9, 10 등과 같은 변형특성곡선식의 산정 및 이를 통한 비선형 회귀분석과 보간법의 사용으로 구할 수 있다. 막장도달전 변위는 지반종류, Rheological Model 및 단면형상에 따라 차이를 보이나, 평균적으로 막장도달 후 변위의 30%정도의 값을 갖는 것으로 알려져 있다.

측점  $H_1, H_2, V_2$ 에서 측정된 터널내부변위에 대한 회귀분석 결과를 그림 10, 11에 나타내었다.

그림 10, 11에 나타난 회귀분석 결과는 그림 8의  $U_0$ 에 해당하는 변형량이며, 막장도달전의 미계측 변형량( $U_i$ )은 회귀분석으로 구한 함수식에서 보간법을 사용하여 구하였다. 막장도달전의 변위( $U_0$ )는 전체변위( $U_0+U_i+U_0$ )의 30%로 하였으며, 이 과정에서 상당한 불확실성이 내포되어 있다. 이는 3차원 수치해석을 통한 비교, 검토로 불확실성을 감소시키는 작업의 수행이 이루어져야 한다. 회귀분석결과와 산정한 전체 변위량은 표 2에 수록하였다.

CONVERGENCE (CROWN)

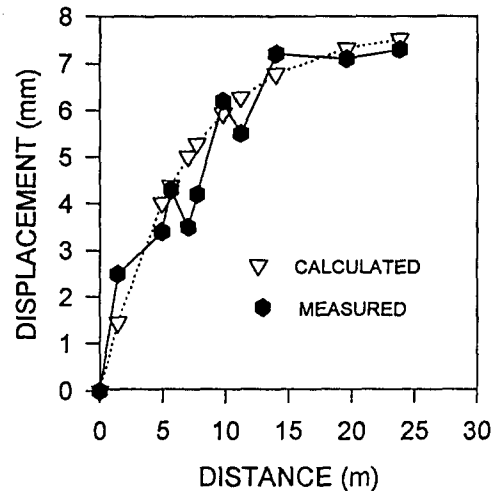


그림 10. 최종변위량 예측(터널 천정부)

CONVERGENCE(SIDE WALL)

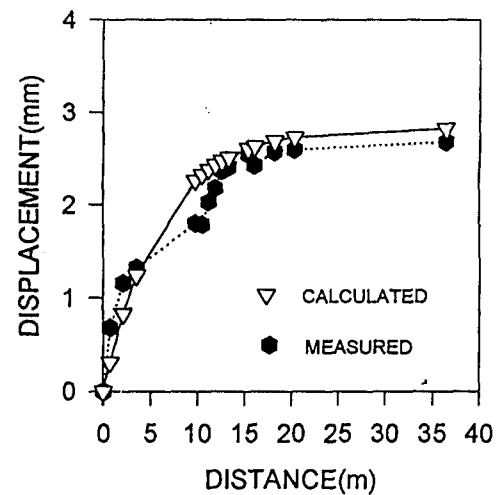


그림 11. 최종변위량 예측(터널 측벽부)

표 2. 회귀분석 결과

(단위: mm)

측 점	함 수 식	전체 변위량	수치해석 결과
$H_1$	$u(x)=2.833(1-e^{-0.165x})$	3.9	5
$H_2$	$u(x)=2.833(1-e^{-0.165x})$	3.9	6
$V_1$	-	6.2	9
$V_2$	$u(x)=7.756(1-e^{-0.122x})$	13.2	17

수평변위의 전체변위량은 터널 내공변위 측정값으로 부터 추정 한 값의 1/2 이다. 표 2에서 알 수 있듯이 지반조사 결과를 근거로 수치해석을 수행한 결과가 계측치보다 큰 경향을 보이고 있으며, 기존의 입력값이 다소 안전측으로 과소평가되어 있을 을 나타낸다.

### 3.3 역해석

#### 3.3.1 해석조건

역해석의 수행을 위하여 사용한 요소망은 4절점 평면변형요소 로 구성하였으며, 구성방정식은 Mohr-Coulomb Model을 적용하였 다. 하단부는 수직방향의 변위를, 측면부에서는 수평방향의 변 위를 구속하였으며, 경계조건의 설정이 미치는 영향을 감소시키 기 위하여 터널직경의 4배에 해당하는 범위를 해석영역으로 설 정하였다. 막장진행이 충분히 이루어진 단면에서는 각 지보재들 이 일체화되어 지지력을 발휘하므로 모든 지보재를 하나의 지보 재로 가정하여 해석하였다.

#### 3.3.2 지반정수 결정

본 연구에서 역해석을 통하여 구하고자 하는 지반정수는 지반 의 탄성계수와 토압계수이며, 역해석은 OLS 방법으로 목적함수 S는 Bard 알고리즘에 의해 식 11과 같이 설정하였다.

$$S = \sum (u_{mr} - u_{pr})^2 \quad (11)$$

여기서  $u_{mr}$  은 계측을 통해 구한 실측치이며,  $u_{pr}$  은 유한요소 해 석에 의한 예측치이다. 지반의 탄성계수와 토압계수의 변화에 따라  $u_{mr}$ 는 변수가 되며, 목적함수 S가 최소가 될 때의 입력지반 정수값들을 최적화한 값으로 산정하였다.

역해석 수행은 터널통과의 영향권으로 생각할 수 있는 풍화암 층과 잔류토층에 대해 수행하였다. 해석은 우선적으로 풍화암 지반에 대해 수행하였으며, 이 경우 기타지반의 지반정수는 고 정된 상태로 두었다. 풍화암 지반의 역해석이 완료되면 풍화암 층에서 산정한 최적값을 사용하여 잔류토층에 대한 역해석을 수 행하였다. 이상과 같은 반복법으로 잔류토층과 풍화암층에 대한 최적의 지반정수를 구할 수 있다.

역해석 수행 결과 잔류토지반에서 탄성계수 E는 4,400ton/m<sup>2</sup>, 토압계수 K는 0.51일 때, 목적함수 S의 값이 3.54로 최소가 됨 을 알 수 있었다. 또한 풍화암 지반에서 탄성계수 E는 24,020ton/m<sup>2</sup>, 토압계수 K는 0.49일 때, 목적함수 S의 값이 1.72로 최소가 되었다. 즉, 그림 5에 나타난 지반정수들의 값이 과소평가되어 있음을 알 수 있으며, 이를 토대로 유한요소해석 을 수행한 결과는 표 2에서 보듯이 다소 안전측인 것을 알 수 있다.

#### 3.3.3 소성영역의 설정

지하구조물의 건설로 지중에 공동이 형성되면 응력집중현상이 발생하며, 이는 지하구조물 주위에 소성영역 발생가능성을 증가 시킨다. 소성영역의 발생은 구조물의 안전에 심각한 결과를 초 래할 가능성이 크므로 설계단계에서 사전점검을 통한 보강대책 의 수립이 요구된다.

현재 국내에서 소성영역의 발생여부 판단을 위해 보편적으로 사용하고 있는 구성방정식은 Mohr-Coulomb 모델로 토사에 대한 적용은 적합한 것으로 알려져 있다. 그러나 암반의 경우에 있어서는 강도특성이 불연속면에 의해 결정되므로, Mohr-Coulomb 파 괴규준을 적용하는 경우에는 파괴규준 설정에 필요한 전단강도 ( c,  $\phi$  )값의 불확실성으로 신뢰도가 떨어진다. Hoek-Brown 모 델의 경우 불연속면에 대한 고려가 되어있으며, 파괴규준 설정 에 필요한 계수값들에 대한 자료가 풍부하여 소성영역의 설정에 신뢰성을 높일 수 있을 것으로 사료된다.

Hoek-Brown 파괴규준은 식 12와 같이 표현되어지며,

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{\sigma_3 \sigma_c m + s \sigma_c} \quad (12)$$

여기서,  $\sigma_1, \sigma_3$  는 주응력으로 역해석용 유한요소 프로그램으로 부터 구할 수 있으며,  $\sigma_c$  는 일축압축강도이다. m과 s는 암반특 성에 따른 계수로 표 1에서 측정한 RMR값으로 부터 식 13, 14와 같이 구할 수 있다.

$$m = m_1 \exp \left( -\frac{RMR-100}{28} \right) \quad (13)$$

$$s = \exp \left( -\frac{RMR-100}{9} \right) \quad (14)$$

여기서,  $m_1$ 는 표 3과 같이 암반종류에 따라 규정되어질 수 있 으며, 본 지역에서는 화강암지역의 대표치인 25를 사용하였다.

표 3. 암반종류에 따른  $m_1$

종 류	$m_1$
백운석, 석회석, 대리석	7
이암, 혈암	10
사암, 규암	15
안산암, 섬록암, 유문암	17
각섬석, 반려암, 편마암, 화강암	25

Hoek-Brown 모델의 적용으로 발생하는 소성영역분포를 파악하 기 위하여 그림5에 나타난 단면으로 탄성 FEM해석을 수행하였 으며, 그 결과 그림 12와 같은 소성영역이 발생함을 알 수 있었 다.

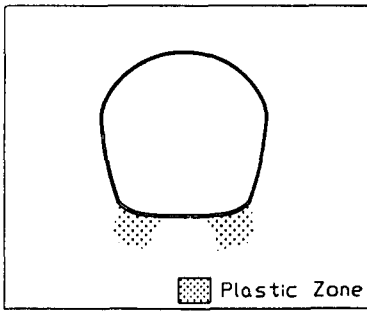
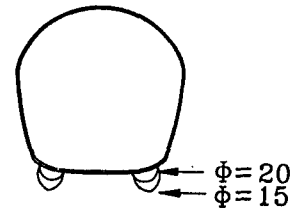


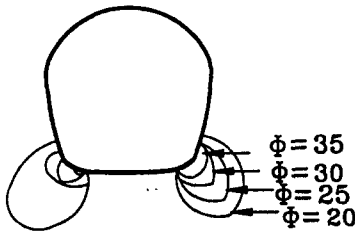
그림 12. 소성영역 분포도 (Hoek-Brown 모델)

또한 Mohr-Coulomb 모델의 전단강도 값의 변화에 따른 소성영역을 추정하였으며, 그 결과를 그림 13에 도식화하였다.

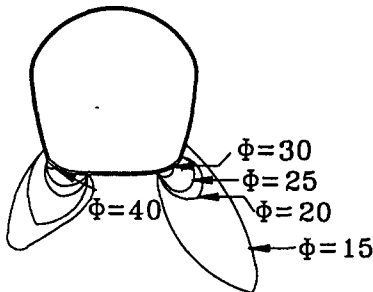


(d) C (15 ton/m<sup>2</sup>)

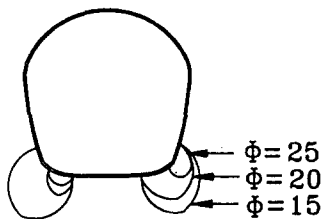
그림 13. 소성영역 분포도 ( Mohr-Coulomb 모델)



(a) C (3 ton/m<sup>2</sup>)



(b) C (5 ton/m<sup>2</sup>)



(c) C (10 ton/m<sup>2</sup>)

Mohr-Coulomb 모델에서 소성영역의 분포는 그림 13에서 알 수 있듯이 입력치로 산정하는 점착력(C)과 내부마찰각( $\phi$ )의 변화에 따라 유동적인 것을 알 수 있다.

#### 4. 결론

본 논문은 터널설계시 내포되어 있는 여러 불확정요소들의 최적값 산정을 위한 역해석 방법의 적용성을 연구하였다. 먼저 터널내 변위의 계측자료로부터 전체침하량을 비선형 회귀분석으로 추정하였으며, 이를 이용하여 예측치와 실측치를 비교, 분석함으로써 최적의 지반정수를 산정할 수 있었다. 이와같이 산정된 최적의 지반정수로 재해석을 수행하여 보다 안전하고 정확한 해석을 이룰 수 있을 것으로 생각된다.

역해석 기법은 신속, 정확한 계측의 선행이 있어야 적용의 효율성이 보장된다고 할 수 있다. 본 연구에서는 3차원 좌표계에서 터널내 변위를 신속하게 측정할 수 있는 광파측정기 및 초기 지중응력과 응력변화량의 측정을 위해 CSIRO YOKE GAUGE 와 CSIRO HI CELL의 도입으로 계측의 신뢰도를 향상시키고자 한다.

#### 5. 참고문헌

Beck, J. V. and Arnold, K. J.(1977), *Parameter estimation in engineering and science*, John Wiley & Sons, Inc.

Desai, C. S. and Christian, J. T.(1977), *Numerical Method in Geotechnical Engineering*, McGraw Hill.

Gerald, F. Curtis and Wheatley, O. Patrick(1994), *Applied Numerical Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company.

Hoek, E. and Brown, E.T.(1980), *Underground Excavations in Rock*, Institution of Mining and Metallurgy.

Hoek, E. (1990), " Estimating Mohr-Coulomb Friction and Cohesion Values from the Hoek-Brown Failure Criterion. ", Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. Vol.27, No.3, PP 227~229.

Owen, D.R.J. and Hinton, E.(1980), *Finite Elements in Plasticity*, Pineridge Press Lim.

Panet, M.(1979), "Time-depent deformations in underground works.", 4th Int. Congr. on Rock Mechanics, ISRM, pp279~290.

Panet, M.and Guenot, A.(1982), " Analysis of convergence behind the face of a tunnel ", Tunnelling 82, IMM, Brighton, pp197~204

*Field Manual for CSIRO Hollow Inclusion Stress Gauge(1987)*, Supplied by Mindata Pty. Ltd., Victoria, Australia.