

배수재가 설치된 압축성 지반의 효율적인 압밀해석 및 역해석

Practical Consolidation Analysis and Back Analysis
for Drainage-Installed Compressible Deposits

김 윤태, YUN-TAE KIM*, 이 승래, SEUNG-RAE LEE**, 도 남영, NAM-YUNG DO***, 이 영 남, YOUNG-NAM LEE****

- * 정회원, 한국과학기술원 토목공학과 박사과정, Graduate Student, Korea Advanced Institute of Science & Technology, Taejon
- ** 정회원, 한국과학기술원 토목공학과 부교수, Associate Professor, Korea Advanced Institute of Science & Technology, Taejon
- *** 정회원, 한국과학기술원 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Korea Advanced Institute of Science & Technology, Taejon
- ****정회원, 현대건설기술연구소 부장, Head Manager, Hyundai Institute of Construction Technology, Seoul

개요(SYNOPSIS) : In order to accelerate the rate of consolidation settlement and to gain a required shear strength for a given soft clay deposit, the preloading technique combined with a vertical drainage system has been widely applied. In this study, the theory of axisymmetric consolidation, which considers the variation of compressibility and permeability during the consolidation process, has been developed. Smear and well resistance effects are also considered. Furthermore, several back-analysis schemes such as simplex method, BFGS method, and ADS have been adopted in the axisymmetric consolidation program (AXICON). The measured data in the first stage of consolidation are utilized to predict the subsequent consolidation behavior.

1. 서론

점토지반과 같이 낮은 투수성을 갖는 지반이 매우 두터운 경우 빠른 지반개량을 위하여 수직배수재가 설치되며 이 경우에 대한 해석적인 압밀침하 추정 방법은 Kjellman(1937), Barron(1948), Hansbo(1981) 등에 의해 제안되었다. 그러나, 이들 방법에서는 압밀이 진행되는 동안에 감소되는 간극비로 인하여 투수계수나 압축계수가 감소하는 것을 고려하지 않았으므로 비교적 침하가 많이 유발되는 연약점토 지반의 경우에는 현장에서 관측되는 시간-침하 양상을 예측하기 어렵다. 또한 2차원 또는 3차원 유효요소 해석방법을 이용하여 배수재가 설치된 연약한 지반의 압밀거동을 해석하기 위해서는 많은 입력자료 및 해석과정이 요구되므로 비교적 간단한 문제를 해결하기 위해서는 그 효율성이 떨어진다.

본 논문에서는 압밀과정에서 변화되는 지반의 투수계수를 적절하게 고려할 수 있을 뿐 아니라 유효응력과 간극비간의 비선형적인 관계를 고려할 수 있는 축대칭 비선형 압밀이론을 바탕으로, 유한차분법을 적용하여 해를 구함으로써 배수재가 설치된 연약지반의 압밀거동을 예측할 수 있는 보다 효율적이고 실용적인 간편한 방법을 제안하고자 하였다. 뿐만 아니라 실제 현장지반의 조건을 모델할 수 있도록 smear 효과, well resistance 효과, 불균등한 초기간극수압, 불균질 지반등을 고려할 수 있도록 하였다.

한편, 아무리 정확하고 복잡한 해석방법이 적용되어 연약지반의 거동을 예측한다 하더라도 실제 현장 연약지반의 이방성 및 불균질성등으로 인한 불확실성 때문에 현장에서 시공중에 관측되는 변위 및 간극수압등은 예측된 거동과 매우 상이한 거동특성을 나타내는 경우가 많다. 따라서 시공초기에 관측된 자료들을 바탕으로 해석 및 설계당시 이용된 지반의 물성치들을 역해석하여 보정함으로써 추후 예상되는 현장거동을 보다 정확히 예측할 수 있는 역해석 기법을 적용하였다.

2. 축대칭 비선형 압밀해석 모델의 개발

압밀 진행동안에서 지반의 간극비 변화로 인한 투수계수의 변화를 적절하게 고려할 수 있을 뿐 아니라, 유효응력과 간극비의 비선형적인 관계를 적절한 압축지수를 도입하여 고려할 수 있도록 하였다. 즉 균질하고 완전포화 되어 있는 지반에서 수평 및 수직방향의 투수계수와 간극비의 관계는 그림 1과 같이 가정하였으며 과압밀 상태와 정규압밀 상태에 따른 압축성의 변화를 고려하였다. 또한 지반의 자중은 무시하고 Darcy의 법칙은 유효하다고 가정한다.

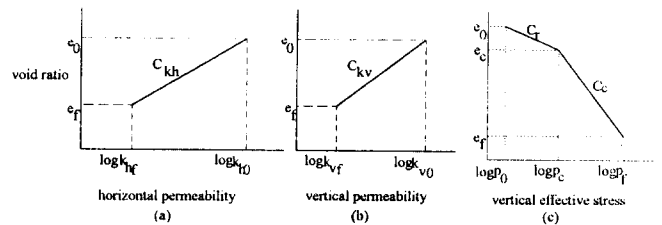


그림 1 간극비와 투수계수 및 유효응력의 관계

2.1 연속방정식

그림 2와 같이 하나의 배수재가 영향을 미칠수 있는 영역을 하나의 실린더로 생각하여 해석을 수행하였으며 실린더안의 임의의 부피요소를 통과하는 물은 수평방향의 흐름과 수직방향의 흐름을 동시에 갖는다.

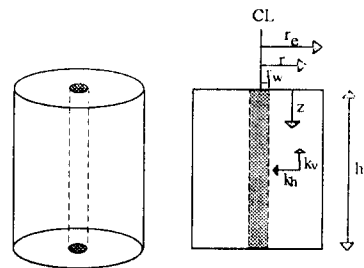


그림 2 배수재가 설치된 하나의 실린더 지반

임의의 부피요소의 수평방향과 수직방향을 통하여 빠져나가는 유량의 차이가 그 요소의 부피변화와 같다는 가정으로부터 다음과 같은 연속방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k_h}{g_w} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \left(\frac{k_h}{g_w} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_v}{g_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (1)$$

여기서, 간극비의 변화에 의한 평균압밀도는 $\mu = (e_0 - e) / (e_0 - e_f)$ 와 같이 정의되며 압밀진행중에 변하는 수평방향의 투수계수와 수직방향의 투수계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다(그림 1 a, b).

$$k_h = k_{h0} \left(\frac{k_{h1}}{k_{h0}} \right)^\mu = k_{h0} b^\mu \quad (2a)$$

$$k_v = k_{v0} \left(\frac{k_{v1}}{k_{v0}} \right)^\mu = k_{v0} \bar{b}^\mu \quad (2b)$$

현재상태의 유효응력이 선행압밀하중보다 작을 경우, 즉: $p < p_c$ 일 경우 간극비와 유효응력의 관계는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$e_0 - e = c_r \log \frac{p}{p_0} \quad (3)$$

식 (3)을 유효응력 p 로 다시 표현하면 다음 식 (4)와 같이 나타낼 수 있고 임의의 시간에서의 유효응력과 그때의 과잉간극 수압의 합이 최종 유효응력 p_f 와 같다는 관계로부터 과잉간극수압과 수평 및 수직방향의 변화량을 구할 수가 있다.

$$p = p_0 10^{\frac{e_0 - e}{c_r}} = p_0 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_r}} \quad (4)$$

$$u = p_f - p_0 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_r}} \quad (5a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -p_0 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_r}} \ln 10 \frac{e_0 - e_f}{c_r} \frac{\partial \mu}{\partial r} \quad (5b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -p_0 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_r}} \ln 10 \frac{e_0 - e_f}{c_r} \frac{\partial \mu}{\partial z} \quad (5c)$$

앞에서 유도된 관계식들을 식 (1)에 대입하면 과압밀상태의 시간에 따른 압밀도 방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r_1} \left[b^\mu 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_r}} \frac{\partial \mu}{\partial r_1} \right] + \frac{b^\mu}{r_1} 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_r}} \frac{\partial \mu}{\partial r_1} \\ + \frac{r_1^2}{H^2} \frac{k_{v0}}{k_{h0}} \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\bar{b}^\mu 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_r}} \frac{\partial \mu}{\partial z_1} \right) = \frac{\partial \mu}{\partial T}, \quad p < p_c \end{aligned} \quad (6)$$

또한, T 는 무차원 시간계수이며, r_1 과 z_1 은 무차원 값으로서 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$T = \frac{k_{h0}(1+e_0)t}{\gamma_w r_0^2 a_w}, \quad a_w = \frac{c_r}{2.3p_0}, \quad r_1 = \frac{r}{r_0}, \quad z_1 = \frac{z}{h} \quad (6a)$$

한편 현재상태의 유효응력이 선행압밀하중 보다 클 경우, 즉 $p_c < p$ 일 경우에는 간극비와 유효응력의 관계를 다음 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$e_0 - e = c_r \log \frac{p_c}{p_0} + c_c \log \frac{p}{p_c} \quad (7)$$

위의 식 (7)에서 임의의 시간의 유효응력 p 는 아래 식 (8)과 같이 정리할 수 있고 과압밀상태에서 유도한 것과 같은 방법으로 임의의 시간에서의 과잉간극수압을 나타낼 수 있다.

$$p = p_c \left(\frac{p_0}{p_c} \right)^{\frac{c_r}{c_c}} 10^{\frac{e_0 - e}{c_c}} = p_c \left(\frac{p_0}{p_c} \right)^{\frac{c_r}{c_c}} 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_c}} \quad (8)$$

$$u = p_f - p_c \left(\frac{p_0}{p_c} \right)^{\frac{c_r}{c_c}} 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_c}} \quad (9a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -p_c \left(\frac{p_0}{p_c} \right)^{\frac{c_r}{c_c}} 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_c}} \ln 10 \frac{e_0 - e_f}{c_c} \frac{\partial \mu}{\partial r} \quad (9b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -p_c \left(\frac{p_0}{p_c} \right)^{\frac{c_r}{c_c}} 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_c}} \ln 10 \frac{e_0 - e_f}{c_c} \frac{\partial \mu}{\partial z} \quad (9c)$$

앞에서 유도된 식을 연속방정식 (1)에 대입하면 식 (10)과 같은 정규압밀상태의 압밀도 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r_1} \left(b^\mu 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_c}} \frac{\partial \mu}{\partial r_1} \right) + \frac{b^\mu}{r_1} 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_c}} \frac{\partial \mu}{\partial r_1} \\ + \frac{r_1^2}{H^2} \frac{k_{v0}}{k_{h0}} \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\bar{b}^\mu 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_c}} \frac{\partial \mu}{\partial z_1} \right) = \frac{\partial \mu}{\partial T}, \quad p > p_c \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, 무차원 시간계수 T 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$T = \frac{k_{h0}(1+e_0)t}{r_0^2 \gamma_w a_w} \left(\frac{p_0}{p_c} \right)^{\frac{c_r}{c_c}}, \quad a_w = \frac{c_c}{2.3p_c} \quad (10a)$$

2.2 압축성(compressibility)방정식

지반재료의 시간에 따른 간극비의 변화는 유효응력과 시간에 따른 함수로서 일차압밀과 이차압밀로 구분될 수 있으므로 압축성 방정식은 다음과 같이 표현된다(Mesri 등, 1974).

$$\left(\frac{\partial e}{\partial t} \right) = \left(\frac{\partial e}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_p \quad (11)$$

위의 식 (11)에 과압밀상태와 정규압밀상태에 대응하는 다음과 같은 관계를 대입할 경우 각 응력상태에 대응되는 과잉간극수압을 얻을 수 있다. 유효응력의 변화에 따른 간극비의 변화는 식 (3)과 (7)로부터 구할 수가 있고,

$$\left(\frac{\partial e}{\partial p} \right)_p = -0.434 c_r \frac{1}{p}, \quad p < p_c \quad (12a)$$

$$\left(\frac{\partial e}{\partial p} \right)_p = -0.434 c_c \frac{1}{p}, \quad p > p_c \quad (12b)$$

시간의 변화에 따른 간극비의 변화는 압밀도로부터 다음과 같이 구할 수가 있다.

$$\Delta e = -\beta c_a \Delta \log t \quad (13a)$$

$$\left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_p = -0.434 \beta c_a \frac{1}{t} \quad (13b)$$

또한, 유효응력과 간극수압의 관계로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수가 있다.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial t} \quad (14)$$

위의 관계식 (12), (13) 및 (14)를 식 (11)에 대입하면 아래와 같은 과잉간극수압에 대한 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial u_1}{\partial T} = \frac{p_0}{0.434 c_r \Delta p} 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_c}} \left\{ 0.434 c_c \frac{\mu}{T} - (e_0 - e_f) \frac{\partial \mu}{\partial T} \right\}, \quad p < p_c \quad (15)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial T} = \frac{p_c}{0.434 c_c \Delta p} \left(\frac{p_0}{p_c} \right)^{\frac{c_r}{c_c}} 10^{\frac{\mu(e_0 - e_f)}{c_c}} \left\{ 0.434 c_c \frac{\mu}{T} - (e_0 - e_f) \frac{\partial \mu}{\partial T} \right\}, \quad p > p_c \quad (16)$$

위 식에서 $\Delta p = p_f - p_0$ 이고 $u_1 = u / \Delta p$ 로서 무차원화된 과잉간극수압을 나타낸다.

2.3 유한차분법에 의한 축대칭 비선형 압밀해석 프로그램

앞절에서 제안된 축대칭 비선형 압밀지배방정식을 바탕으로 명백한(explicit) 유한차분법을 이용하여 해를 구하는 해석 프로그램을 개발하였다. 명백한 유한차분법은 요소의 크기와 시간단계의 크기에 따라 민감한 결과를 주므로 프로그램의 수렴과 안정성을 확보할 수 있는 요소의 크기와 시간단계의 크기를 제한하여 사용해야 한다. 본 프로그램에서는 4차의 Runge-Kutta 방법을 적용하여 해석하였으며 Runge-Kutta 방법을 사용하지 않은 방법과 비교할 때에 같은 정확성을

주면서 거의 3-4배의 계산시간을 단축시킬 수가 있다.

경계조건은 배수재가 설치된 지점에서 과잉간극수압은 완전배수로 가정하여 0이 되며 이때의 압밀도는 1이다. 또한 물의 흐름이 없다고 가정하는 실린더 벽과 불투수층에서의 경계조건은 $\partial u / \partial r = 0$ 와 $\partial u / \partial z = 0$ 이다. 초기조건은 배수경계를 제외한 지반상의 모든 점에서 초기의 과잉간극 수압은 작용하는 하중증가분과 같으며 초기 압밀도는 0이다.

개발된 축대칭 비선형 압밀해석 모델을 유한차분법으로 해석하기 위한 흐름도는 그림 3과 같다.

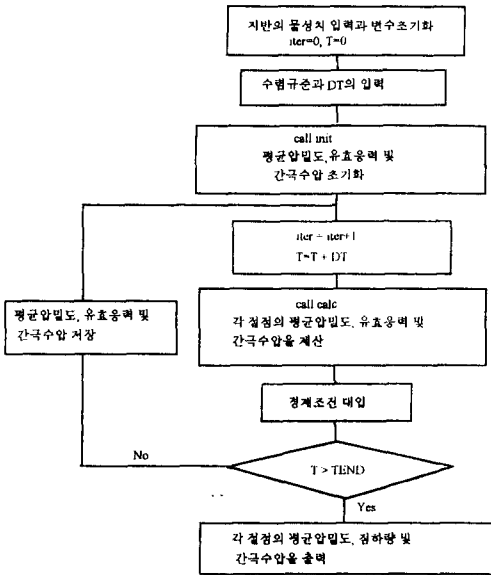


그림 3 개발된 축대칭 비선형 프로그램의 흐름도

3. 축대칭 비선형 압밀해석모델의 검증과 비교

개발된 축대칭 압밀해석 프로그램의 검증을 위하여 다음 표 1과 같은 입력값을 대입하여 프로그램을 검증하였다.

표 1 AXICON에 사용된 대표적인 입력값

입력변수	지반 물성치
p_f / p_o	4.0
p_c / p_o	1.0 (NC지반)
p_{ch} / p_o	2.0 (OC지반)
C_{th} / C_{kv}	1.0
C_r / C_c	0.1
k_{ho}	0.1 (m/day)
k_{vo}	0.01 (m/day)
e_o	0.816

개발된 축대칭 비선형 압밀해석이론을 유한차분 해석 프로그램으로 완성한 후 수직배수재가 설치된 하나의 실린더 지반을 그림 4와 같은 요소망을 작성하여 해석하였다. 실린더의 반경방향과 길이방향을 각각 등간격의 요소망으로 구성하고, 시간증분은 1.0E-5를 사용하였다.

유효응력비(p_f / p_o)의 값과 k_{ho} / k_{vo} 의 값의 변화에 따른 평균 압밀도의 변화를 각각 그림 5와 6에 도시하였다. C_r / C_c 가 1보다 작을 경우에는 유효응력비가 증가할수록 임의의 시간에서의 평균 압밀도의 값도 함께 증가한다. 그러나 C_r / C_c 가 1보다 클 경우에는 유효응력비가 증가할수록 임의의 시간에서의 평균 압밀도는 감소한다. 이것은 C_r / C_c 가 1보다 작을 경우는 간극비에 따른 유효응력의 변화에 비해 투수계수의 변화가 더 작은 경우로 압밀이 진행됨에 따른 투수계수의 변화가 작으므로 유효응력비가 증가할수록 평균 압밀도의 값도 함께 증가한다. 또한 k_{ho} / k_{vo} 비값이 증가할수록 과잉간극수압이 빨리 소산되어 평균 압밀도의 값도 증가하는 경향을 보인다.

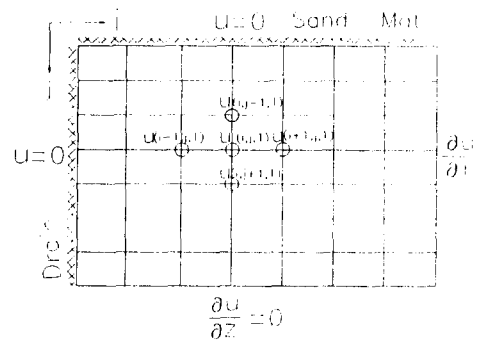
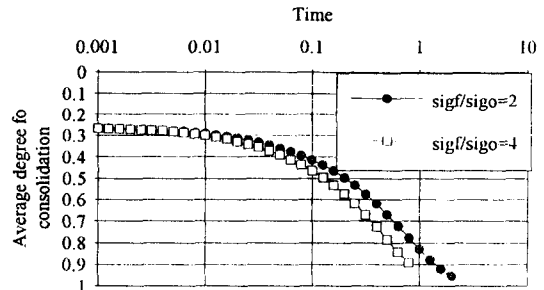
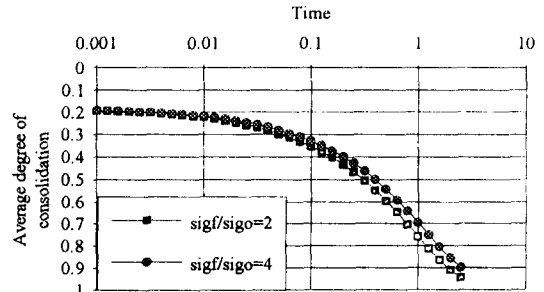


그림 4 유한차분 요소망



(a) C_r / C_c 가 1보다 작을 경우



(b) C_r / C_c 가 1보다 클 경우

그림 5 유효응력비 값의 변화에 따른 평균압밀도

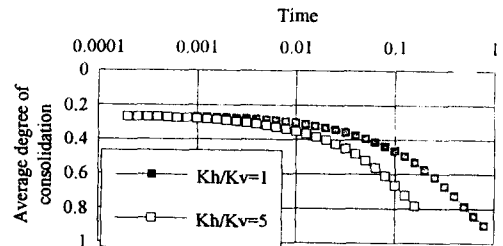


그림 6 k_{ho} / k_{vo} 비값의 변화에 따른 평균압밀도

그림 7은 AXICON을 사용하여 해석하였을 때 얻어진 임의의 두 지점에서의 시간계수에 대한 침하량을 나타낸다. 배수재와의 거리가 가까울수록 과잉간극수압이 빨리 소산되므로 표준화된 반경(normalized radius)이 0.3일 때가 0.7일 때보다 임의의 시간계수 값에서 빨리 침하가 일어난다. 그러나 외부에서 가해진 하중에 의하여 축대칭 모델지반의 전체에 균등한 과잉간극수압의 초기 분포를 가진다고 가정하였기 때문에 과잉간극수압이 완전히 소산되는 시점의 최종 침하량은 동일하게 된다.

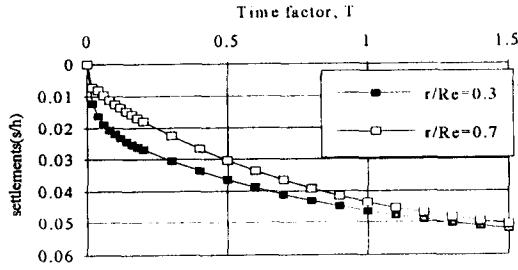


그림 7 임의의 시간계수 T에 대한 침하량

4. Smear 효과 및 층으로 이루어진 비균질 지반의 해석

4.1 비균질 지반사이에서의 연속흐름조건

연약지반위에 설치되는 배수재는 설치시에 주변지반을 교란시켜 smear 영역이 발생하므로 압밀속도를 감소시킨다. 뿐만아니라 지반은 일반적으로 물성치가 다른 여러개의 층으로 이루어져 있다. 이때 각 층간의 비균질성을 고려하기 위하여 각 층간에서의 연속흐름 조건을 적용함으로써 개발된 프로그램을 보정하였다.

그림 8에서와 같이 i 절점의 왼쪽은 smear 영역이고 오른쪽은 교란되지 않은 영역이며, j 절점의 위쪽과 아래쪽은 층으로 이루어진 비균질한 지반이라고 가정하였고 각각의 영역에 대한 투수계수를 그림에 나타내었다. 또한 이와 같은 투수계수값을 식 (19)와 같이 간단히 표현하였다.

$$kv11 = kv(i-1, j-1), kh11 = kh(i-1, j-1) \quad (19a)$$

$$kv12 = kv(i+1, j-1), kh12 = kh(i+1, j-1) \quad (19b)$$

$$kv21 = kv(i-1, j+1), kh21 = kh(i-1, j+1) \quad (19c)$$

$$kv22 = kv(i+1, j+1), kh22 = kh(i+1, j+1) \quad (19d)$$

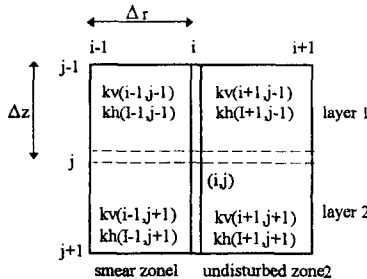


그림 8 Smear 효과가 있는 층으로 이루어진 지반

위의 그림 8에서 지반 물성치 변화의 경계점인 (i, j) 절점에서 평균 압밀도의 반경방향(r) 변화량은 아래의 식과 같이 (i, j) 절점의 위부분의 흐름과 아래부분의 흐름으로 구성되어 있다고 가정하여 식 (18)과 같은 방법으로 구할 수가 있다. 같은 방법으로 수직방향(z)의 압밀도 변화량도 유사한 방법으로 구할 수가 있다.

$$\left(kh \frac{\partial \mu}{\partial r} \right)_{upper} = \frac{kh12\mu(i+1, j) - kh11\mu(i-1, j)}{r(i+1) - r(i-1)} \quad (18a)$$

$$\left(kh \frac{\partial \mu}{\partial r} \right)_{lower} = \frac{kh22\mu(i+1, j) - kh21\mu(i-1, j)}{r(i+1) - r(i-1)} \quad (18b)$$

$$kh \frac{\partial \mu}{\partial r} = \frac{1}{2} \left(\left(kh \frac{\partial \mu}{\partial r} \right)_{upper} + \left(kh \frac{\partial \mu}{\partial r} \right)_{lower} \right) \quad (18c)$$

$$\left(kv \frac{\partial \mu}{\partial z} \right)_{up} = \frac{kv21\mu(i, j+1) + kv11\mu(i, j-1)}{z(j+1) - z(j-1)} \quad (19a)$$

$$\left(kv \frac{\partial \mu}{\partial z} \right)_{down} = \frac{kv22\mu(i, j+1) - kv12\mu(i, j-1)}{z(j+1) - z(j-1)} \quad (19b)$$

$$kv \frac{\partial \mu}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\left(kv \frac{\partial \mu}{\partial z} \right)_{up} + \left(kv \frac{\partial \mu}{\partial z} \right)_{down} \right) \quad (19c)$$

$$\left(kh \frac{\partial^2 \mu}{\partial r^2} \right)_{upper} = \frac{1}{2} \left(\frac{kh11}{(r(i) - r(i-1))^2} + \frac{kh12}{(r(i+1) - r(i))^2} \right) \times \quad (20a)$$

$$\left(\frac{2kh11}{(kh11 + kh12)} \mu(i-1, j) + \frac{2kh12}{(kh11 + kh12)} \mu(i+1, j) - 2\mu(i, j) \right)$$

$$\left(kh \frac{\partial^2 \mu}{\partial r^2} \right)_{lower} = \frac{1}{2} \left(\frac{kh21}{(r(i) - r(i-1))^2} + \frac{kh22}{(r(i+1) - r(i))^2} \right) \times \quad (20b)$$

$$\left(\frac{2kh21}{(kh21 + kh22)} \mu(i-1, j) + \frac{2kh22}{(kh21 + kh22)} \mu(i+1, j) - 2\mu(i, j) \right)$$

$$kh \frac{\partial^2 \mu}{\partial r^2} = \frac{1}{2} \left(\left(kh \frac{\partial^2 \mu}{\partial r^2} \right)_{upper} + \left(kh \frac{\partial^2 \mu}{\partial r^2} \right)_{lower} \right) \quad (20c)$$

$$\left(kv \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \right)_{up} = \frac{1}{2} \left(\frac{kv11}{(z(j) - z(j-1))^2} + \frac{kv21}{(z(j+1) - z(j))^2} \right) \times \quad (21a)$$

$$\left(\frac{2kv11}{(kv11 + kv21)} \mu(i, j-1) + \frac{2kv21}{(kv11 + kv21)} \mu(i, j+1) - 2\mu(i, j) \right)$$

$$\left(kv \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \right)_{down} = \frac{1}{2} \left(\frac{kv12}{(z(j) - z(j-1))^2} + \frac{kv22}{(z(j+1) - z(j))^2} \right) \times \quad (21b)$$

$$\left(\frac{2kv12}{(kv12 + kv22)} \mu(i, j-1) + \frac{2kv22}{(kv12 + kv22)} \mu(i, j+1) - 2\mu(i, j) \right)$$

$$kv \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} = \frac{1}{2} \left(\left(kv \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \right)_{up} + \left(kv \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \right)_{down} \right) \quad (21c)$$

위에서 구한 식 (18), (19), (20) 및 (21)을 2.1절에서 구한 압밀도 방정식에 대입하면 경계부분 (i, j)에서의 압밀도를 구할 수가 있다. 또한 여기서 구한 압밀도로부터 과잉간극수압에 대한 지배방정식을 풀면 그 지점의 간극수압을 구할 수가 있다.

그림 9는 균질한 지반과 smear 효과만 있는 지반, smear 및 층으로 이루어진 지반을 AXICON을 사용하여 해석한 결과로부터 평균압밀도를 나타낸 그림이다. 지반의 교란이나 투수계수가 작은 지반이 존재하면 압밀속도가 줄어들므로 압밀도 또한 작은 효과를 나타낸다.

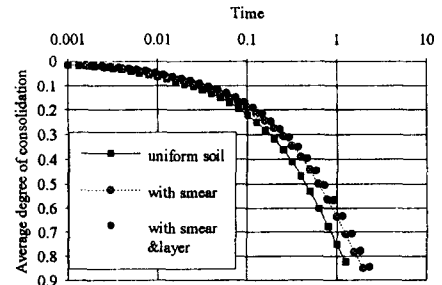
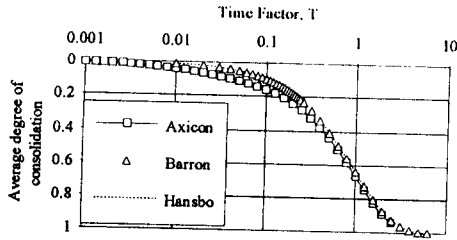


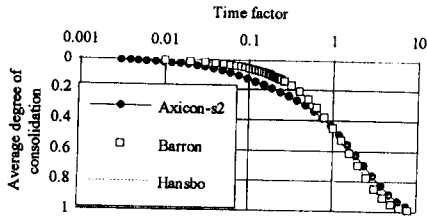
그림 9 Smear 지반 및 층으로 이루어진 지반에서의 압밀도 변화

4.2 Hansbo 및 Barron의 해석적인 해와의 비교

개발된 축대칭 압밀해석 프로그램(AXICON)의 해석결과와 Hansbo 및 Barron의 해석적인 해와 비교하였다. $k_v/k_h = 203,000$, $k_s/k_a = 1/3$, $k_s \approx 0$ 이고, AXICON에서 수직방향의 배수는 무시하였다. 여기서 k_v 는 배수재의 투수계수 값, k_s 는 smear 영역의 투수계수 값이다. 그림 10은 smear효과가 없을때(s=1)와 smear효과가 있을때(s=2)의 결과로서 Hansbo와 Barron의 해석적인 해는 거의 일치하는 결과를 주고 수직방향의 배수가 무시된 AXICON은 초기에는 비교적 빨리 압밀이 일어나지만 시간이 지남에 따라 비슷한 결과를 나타내고 있다.



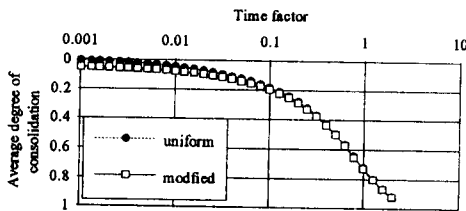
(a) smear 효과가 없을 때(s=1) 기존 해와의 비교



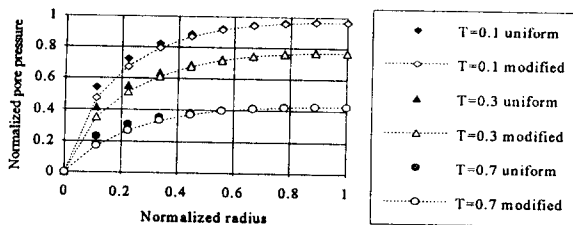
(b) smear 효과가 있을 때(s=2) 기존 해와의 비교

그림 10 Hansbo 및 Barron의 해석적인 해와의 비교

그림 11은 간극수압의 초기 분포를 Barron(1948)이 제안한 방법에서 처럼 배수재에서는 0이고 배수재의 거리에 따라 포물선 형태로 발생한다고 가정하여 압밀도의 초기분포를 수정한 후 AXICON을 수행한 결과이다. 수정된(modified) 간극수압을 초기 입력치로 준 경우에는 균등한(uniform) 간극수압을 초기 입력치로 준 경우와 비교하여 초기 압밀단계에서는 증가된 압밀도를 주나 시간이 지남에 따라 거의 비슷한 결과를 준다(그림 12 a). 간극수압은 배수재 근처에서 초기에 주어진 입력치에 따라 차이는 결과를 준다.



(a) 간극수압의 초기 분포에 따른 압밀도



(b) 간극수압의 초기 분포에 따른 임의의 시간의 간극수압

그림 11 수정된 간극수압의 초기 입력치에 대한 압밀도와 간극수압

5. 역해석 기법의 적용

계측된 자료를 이용하여 현장 지반의 물성치를 역해석하는 기법들이 주로 유한요소법에 적용되었다. 기존의 유한요소법에 의한 압밀해석에 적용된 역해석기법은 주로 해석지반이 탄성체라고 가정하여 탄성계수, Poisson 비 및 투수계수를 계측자료로부터 역해석했기 때문에 현장지반의 물성치를 정확히 역해석 기법으로 산정한 것이 아니라 계측이 이루어진 시간까지의 침하량을 나타내는 개략적인 물성치 값을 추정하는 것에 불과하다. 일반적으로 현장 지반은 탄성체가 아니라 비선형적인 거동을 하므로 이와같은 방법으로 차후의 거동 특성 뿐만아니라 압밀이 완료된 후의 거동을 예측하기에는 무리가

있다. 연약한 압밀지반은 상당한 비선형 거동을 하며, 이로 인하여 압밀과정동안에 압축성이 변화하고 압밀이 진행됨에 따라 간극의 감소로 투수계수가 감소한다. 이와 같은 효과를 고려하기 위하여 개발된 축대칭 비선형 압밀해석 프로그램을 바탕으로 역해석기법을 적용하였다.

목적함수(J)는 일반적으로 식 (22)와 같이 계측치와 예측치의 차이에 대한 제곱의 합으로 정의된다.

$$J = \sum_{n=1}^{NT} \left[\sum_{i=1}^{Nd} (u_i^n - U_i^n)^2 \right] \quad (22)$$

여기서, NT는 계측이 이루어진 시간단계의 갯수, Nd는 계측자료의 갯수, u_i^n 은 n시간단계에서 i지점에서 계산된 변위값, U_i^n 은 u_i^n 에 대응하는 계측된 변위값을 나타낸다.

5.1 Simplex 방법

일반적으로 목적함수의 gradient vector를 구하는 다른 방법에 비해 계산시간이 많이 걸리나 gradient vector를 구하기가 불가능할 경우에 사용되어질 수 있는 방법이다. 설계변수의 갯수가 N개일 때에 (N+1)개의 꼭지점을 가지는 simplex를 형성하고 각각의 꼭지점에서 목적함수의 값을 계산한 후에 가장 큰 목적함수값을 가지는 설계변수(가장 나쁜 설계변수)의 값을 도심(centroid)을 통해 반사(reflection)시켜 최적의 최소 목적함수값을 주는 설계변수의 값을 찾는 방법이다.

5.2 BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 방법

목적함수(J)를 최소화하기 위하여 사용한 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 방법은 비구속 문제(unconstrained problem)를 해석하기 위하여 최적의 설계변수를 찾는 방법중에서 가장 효과적인 방법으로서 search direction을 결정하여 해를 구하는 방법이다. 해석과정은 참고문헌(Arora, 1989)에 자세히 기술되어 있다.

5.3 ADS 방법

ADS(a fortran program for Automated Design Synthesis)는 Vanderplaats (1987)가 개발한 프로그램으로서 다양한 알고리즘을 사용하여 식 (23)과 같은 목적함수에 대한 최적의 최소값을 찾아내는 수치적인 최적설계 프로그램(numerical optimization program)이다. 식 (23)에서 X는 설계변수, G와 H는 제한조건, XL과 XU는 각각 설계변수의 하한값과 상한값을 나타낸다.

목적함수 : minimize F(X)

(23)

제한조건 :

$$G_j \leq LE, 0 \quad j = 1, m$$

$$H_k \leq EQ, 0 \quad k = 1, k$$

$$XL_i \leq LE, XU_i \leq LE, XU_i \quad i = 1, n$$

5.4 역해석 결과 예제

역해석 과정에서 초기에 설정된 설계변수 값들을 현장의 계측치와 근사하게 가정하면 빨리 수렴이 되나, 아주 동떨어진 초기 설계변수값을 가정하면 수렴이 안될 수도 있으므로 이에 대한 공학적인 판단(judgement)이 필요하다. 또한 현장지반의 물성치를 나타내는 설계변수 값들의 여러가지 조합이 있을 수도 있으므로 얻어진 결과에 대한 판단 또한 요구된다. 목적함수에서의 gradient 값을 사용하는 방법인 BFGS방법은 어떤 초기의 설계변수값에서는 direction search 방향을 찾지 못하는 경우가 발생하기도 하므로 주의가 요구된다.

현장지반의 침하량에 대한 계측자료가 표 2와 같이 주어졌다고 가정하고 여러가지 역해석 기법들을 사용하여 예제 역해석을 실시하였다. 설계변수로는 압축지수값과 초기 간극비 또는 압축지수와 투수계수로 한정하였다.

표 2 역해석에 사용된 예측치(NC 지반)

시간계수 T	예측된 침하량/배수재의 높이 (s/h)			
	r/re = 0.2 z/h=0	r/re = 0.8 z/h=0	r/re = 0.2 z/h=0.3	r/re = 0.8 z/h=0.3
0.1	0.072	0.048	0.027	0.008
0.2	0.084	0.070	0.035	0.023
0.3	0.092	0.084	0.041	0.035
0.4	0.097	0.093	0.046	0.042
0.5	0.101	0.098	0.049	0.047

그림 12는 NC지반의 침하량 예측자료를 simplex 방법을 사용하여 예제 역해석한 결과를 보여주고 있다. 임의의 시간(T=0.5)까지 침하량의 자료가 주어진 경우 초기 압축지수와 간극비의 값을 각각 (0.20, 0.60)으로 입력하여 계산하면 비교적 정확한 침하량을 주는 압축지수값과 초기 간극비의 물성치를 역해석할 수가 있다. 역해석된 압축지수와 간극비의 값은 (0.30, 0.68)이고 이때의 목적함수의 값은 $F = 0.736E-05$ 이다.

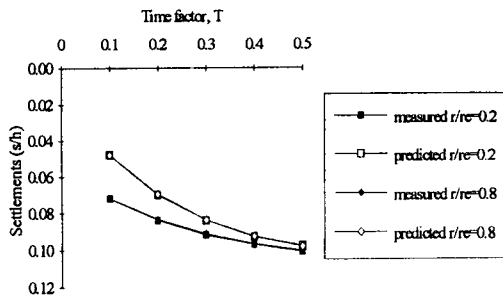


그림 12 simplex 방법에 의한 역해석 결과 (NC 지반)

그림 13은 과압밀된 지반에 대한 역해석 결과로서 역해석된 압축지수와 간극비의 값은 (0.21, 0.65)이고 목적함수의 값은 $F=0.125E-05$ 이다.

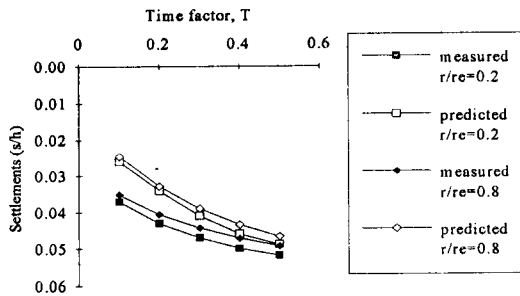


그림 13 simplex 방법에 의한 역해석 결과 (OC 지반)

BFGS 방법을 사용하여 주어진 침하량을 주는 압축지수와 간극비의 설계변수값을 (0.261, 0.492)로 역해석한 결과가 그림 14에 나타나 있다. 이때의 목적함수 값은 $0.84E-6$ 이다.

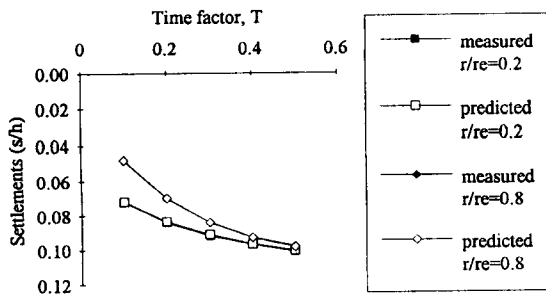


그림 14 BFGS 방법에 의한 역해석 결과 (NC 지반)

그림 15는 과압밀된 지반의 경우로 압축지수와 간극비의 설계변수 값으로 (0.253, 0.492)를 역해석을 통하여 구할 수가 있다. 이 때의 목적함수의 값은 $0.66E-6$ 이다.

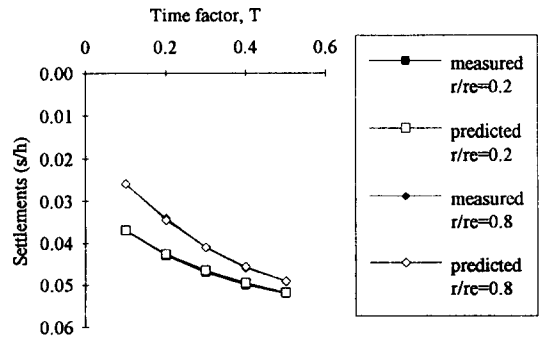


그림 15 BFGS 방법에 의한 역해석 결과 (OC 지반)

다음은 설계변수를 압축지수(C_c)와 수평방향의 투수 계수(k_{ho})로 설정하여 예측된 입력치를 바탕으로 역해석을 수행한 결과를 나타낸다. 그림 16은 simplex 방법을 사용하여 초기의 설계변수값을 (0.2, 0.05)로 하여 역해석 한 결과 압축지수(C_c) = 0.327, 수평방향의 투수계수 = 0.107을 산정하였다.

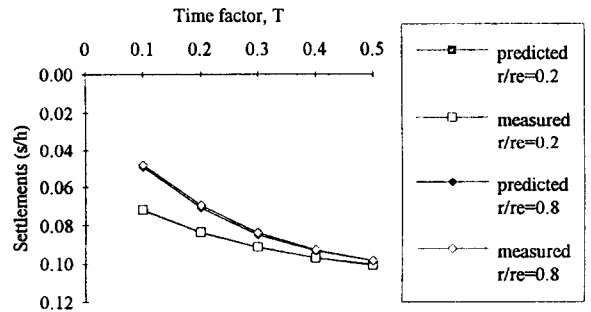


그림 16 Simplex 방법에 의한 역해석 결과

그림 17은 ADS 방법을 사용하여 초기의 설계변수값을 각각 0.2, 0.08로 하여 역해석 한 결과로 압축지수(C_c)=0.306, 수평방향의 투수 계수=0.072를 산정하였다.

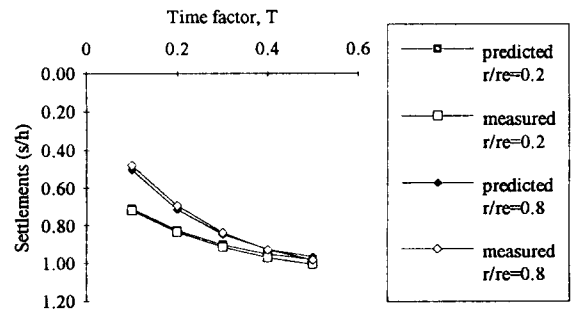


그림 17 ADS 방법에 의한 역해석 결과

앞에서의 예제 역해석에서와 같이 같은 침하량의 입력자료가 사용되더라도 초기 입력변수의 값에 따라 전체의 최소값(global minimization)에 수렴하는 것이 아니라 극부적인 최소값(local minimization)에 수렴하여 해를 주는 경우도 있다. 즉 유일해가 존재하는 것이 아니라 입력된 자료의 침하량을 주는 물성치의 여러 조합값을 얻는 경우가 있으므로 주의가 필요하다.

그림 18 (a), (b), (c)에서는 시간계수 0.3이 될 때까지의 정규반경 0.2와 0.8지점에서 계속된 침하량의 결과를 바탕으로 역해석하여 미래의 예측되는 거동과 계속된 결과를 비교하여 표시하였다. 역해석 자료를 사용하여 미래의 거동을 예측하면 침하량, 평균압밀도 및 간극수압을 비교적 정확히 예측할 수가 있다.

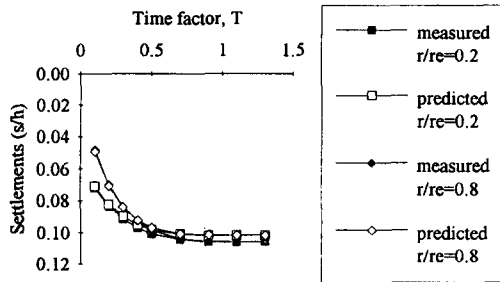


그림 18 (a) 침하량의 계속자료와 예측자료의 비교

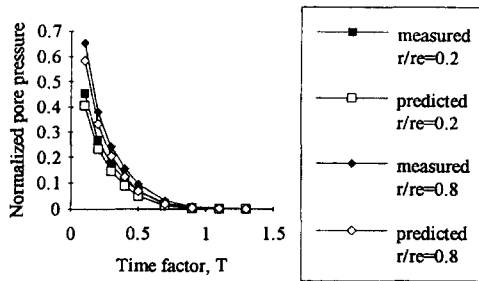


그림 18 (b) 간극수압의 계속자료와 예측자료의 비교

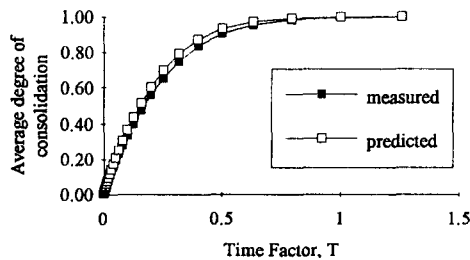


그림 18 (c) 평균압밀도의 계속자료와 예측자료의 비교

6. 결론

배수재가 설치된 연약지반의 거동을 예측하기 위하여 제안된 축대칭 비선형 압밀해석 모델은 지반의 유효응력과 간극비의 비선형적인 관계를 고려할 수 있으며 투수계수의 시간에 따른 변화를 고려할 수 있다. 뿐만아니라 배수재의 설치로 인한 smear 효과를 고려할 수 있으며 층으로 이루어진 지반에도 적용이 가능할 뿐만아니라 간단하고 효율적인 방법으로 배수재가 설치된 지반의 거동을 예측할 수가 있다.

개발된 축대칭 비선형 압밀이론에 적용된 역해석 프로그램은 지반공학자에게 매우 친근한 공학적인 지반정수값을 초기에 계속된 자료들을 이용하여 쉽게 역해석함으로써 구할 수가 있으며 침하량, 평균압밀도 및 간극수압 등의 미래의 거동을 비교적 정확히 예측할 수가 있다.

7. 참고문헌

- Arora, J. S.(1989). Introduction to optimum design, McGraw-Hill Book Company
- Barron, R.A. (1948), "Consolidation of fine-grained soils by drain wells", Trans. ASCE, Vol. 113., paper No 2346.
- Bergado, D.T. , Asakami, H, Alfaro, M.C. , and Balasubramaniam, A.S. (1991), " Smear effects of vertical drains on soft Bangkok clay " J. Soil Mech. Found. Eng. , ASCE, 117(10), pp. 1509 ~ 1530
- Hansbo, S. (1981), " Consolidation of fined-grained soils by prefabricated drains, " paper 12/22 : Proc. 10th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. Stockholm, Sweden.
- Kjellman, W. (1948) "Consolidation of fine-grained soils by drain wells" , Trans. ASCE, Vol. 113
- Mesri, G. and Rokhsar, A.(1974), "Theory of consolidation of soils", J. Soil Mech. Found. Eng. , ASCE, GT8, pp. 889 ~ 904
- Vanderplaates, G. N.(1987), ADS - A fortran program for automated design synthesis, Ver. 2.01