

## 미끄럼 관절 콤플라이언스를 활용한 평면형 3 자유도 RCC 메카니즘의 해석

(Analysis of a Planar 3 DOF RCC Mechanism using Prismatic Joint Compliances)

김 회 국\*, 김 동 구

고려대학교 제어계측공학과

이 명 주

한양대학교 제어계측공학과

**ABSTRACT :** Most of Commercial Remote Center Compliance(RCC) devices have been designed using deformable structures. In this work, we propose another type of assembly devices which generate the compliance effects by attaching the compliances (or spring) at the prismatic joints of the given mechanism. First, the kinematic analysis for a parallel-type planar 3-degree-of-freedom mechanism is performed using modified transfer method of generalized coordinate. Then, compliance characteristics for the mechanism using prismatic joint compliances are investigated. In particular, when the system maintains its symmetric configuration, the mechanism is shown to have RCC points at the center of the workspace. Finally, sensitivity analysis around RCC points is performed.

**Key words:** Remote Center Compliance(RCC), Joint Compliance(관절 콤플라이언스), Sensitivity Analysis(민감도 해석), Parallel Mechanism(병렬 메카니즘), Assembly(조립)

### 1. 서론

균일하고 완전하게 만들어진 부품을 정확한 위치제어를 실행하는 로봇 시스템을 사용하여 조립하는 경우에는 원하지 않는 반력을 야기함이 없이 작업을 성공리에 수행할 수 있다. 그러나, 실제의 경우 불완전하거나 불균일한 부품, 부정확한 조립판의 위치 및 삽입축과의 각도오차, 또는 로봇 시스템의 위치오차 등으로 인하여 Jamming이나 Wedging과 같은 현상이 자주 발생하게 된다. 이 때문에 부품에 작용되는 큰 반력이나 모멘트의 발생으로 인한 부품파손과 작업시간의 지연 등으로 생산자동화 공정에 많은 문제점을 야기한다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 로봇 시스템의 손목 부분에 부착되는 Force/Torque(F/T)센서나 콤플라이언스 기기를 활용하는 방법이 많이 활용되고 있다. 특히, Whitney에 의해 실증적으로 부품조립작업에 있어서 그 우수성이 확인된 RCC(Remote Center Compliance)기기들은 경제적일 뿐만 아니라 베어링에 축 까우기, 구멍에 리벳 까우기, 나사구멍에 나사 까우기, press fit, 그리고 전자부품조립등과 같은 미세부품 조립작업에 많이 사용되고 있으며 타월한 성능을 나타내고 있다.<sup>(1,2)</sup>

RCC 기기는 일반적으로 스프링이나 rubber 또는 강체구조물 등의 기계적 요소들로 구성되어 이들의 탄성변형특성이 기기에서부터 떨어진 어떠한 위치에서(remote center) 그 점에 가해진 외력에 대하여 서로 독립적인 변형이 일어나도록 만들어진 기기를 말하며 이점을 RCC점이라고 한다. 일반적으로 이러한 RCC기기들은 링키지들(linkages)을 사용하는 구조나, 유연한 구조 또는 요소를 사용하는 두가지 구조로 제작된다. 대부분의 상용 RCC의 경우는 세 개 또는 여섯 개의 탄성중합체(elastomer shear pads)의 특성을 이용하여 제작되어 있으며,<sup>(3)</sup> 상용 RCC기기의 측면 강도는 8.75 ~ 17.5 N/mm, 회전강도는 10 ~ 25Nm/rad, 위치변위오차의 허용범위와 회전변위오차의

허용범위는 각각 2mm ~ 3mm, 5 ~ 15° 정도이다.

Cutkosky는 네 개의 구형 유압 액츄에이터 시스템을 이용한 능동식 콤플라이언스 wrist를 제작하였는데 이 구조는 구(sphere)내의 유압을 변화시킴으로서 구의 콤플라이언스가 변화되어 이 wrist가 RCC기기의 특성을 유지하고 RCC점의 위치를 변화할 수 있도록 설계되었으나 내부의 복잡한 구조로 인하여 모형의 크기는 매우 크게(25.4cm) 제작되었다.<sup>(4)</sup>

McCallion은 비행기 시뮬레이터로서 사용되는 스트워트 플랫폼(Stewart Platform)의 구조를 이용한 RCC기기를 제안하였다.<sup>(5)</sup>

최근에 본 연구자들은 회전관절 콤플라이언스를 활용하는 병렬구조를 가지는 평면형 3 자유도 메카니즘과 구형 3 자유도 메카니즘의 RCC특성에 관한 연구를 수행하였으며 두 메카니즘이 대칭의 구조를 가지며 동일한 크기의 관절 콤플라이언스를 가지는 경우 메카니즘의 중앙에 RCC점이 존재한다는 사실을 보였다. 그리고 평면형 3 자유도 메카니즘의 RCC 콤플라이언스의 민감도에 관한 해석을 수행하였다.<sup>(6,7)</sup>

기존에 제안된 RCC기기에서의 회전 콤플라이언스는 가변하는 콤플라이언스를 얻기 위하여 비싼 가격이 소요되므로, 이러한 단점을 보완하기 위하여 본 논문에서는 부착위치를 변화시킴에 따라서 시스템의 콤플라이언스를 가변시킬 수 있는 미끄럼 관절 콤플라이언스를 평면형 3 자유도 메카니즘의 관절에 사용하는 경우에 있어서의 RCC 특성에 관하여 조사하고자 한다.

### 2. 미끄럼 관절로 구속되는 병렬구조 평면형 3 자유도 메카니즘의 기구학적 해석

#### 2.1 미끄럼 관절로 구속되는 병렬구조 평면형 3자유도 메카니즘

본 연구에서 조사하려는 메카니즘은 Fig. 1과 같이 지면과 플랫폼 사이에 세 개의 관절과 두 개의 링크로 구성되는 세 개의 직렬형 부속체인으로 이루어진다. 그리고 미끄럼 관절 콤플라이언스가 각각의 직렬형 부속체인의 두 번째 링크의 중앙에 그림과 같이 부착된다. 그리고 각 부속체인의 첫 번째 회전관절과 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크와 연결된 회전관절은

Fig. 1과 같이 각각 메카니즘의 중앙점을 중심으로 반경  $R$ 을 가지는 원상에 위치하도록 하였다.

지면에 고정된  $r$  번째 직렬형 부속체인의 첫 번째 관절에서 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크가 고정된 위치까지의 거리를  $d_1$  그리고 기준좌표축  $x$ 과 이루는 각을  $\gamma$ , 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크의 절대 회전각을  $\alpha_1$ , 미끄럼 관절 콤플라이언스의 변위를  $s_1$ , 그리고 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크와 부속체인의 두 번째 링크와의 이루는 각을  $\alpha_2$ 라고 하자. 또한  $r$  번째 직렬형 부속체인에서 지면으로부터  $n$  번째 관절변수를  $\phi_n$ 이라고 하고  $r$  번째 직렬형 부속체인의  $n$  번째 링크의 길이를  $l_n$ 이라고 하자. 그리고 플랫폼 중앙의 위치를 나타내는 출력벡터를  $\mathbf{u} = (x \ y \ \phi)^T$ , 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크를 포함하는  $r$  번째 부속직렬체인의 입력벡터를  $\mathbf{a} = (\alpha_1 \ s_1 \ \alpha_2 \ \phi_3)^T$ 라고 하자.

이러한 메카니즘의 총 관절의 수는 각 부속직렬체인에 6개씩 전체 18개이며 총 6개의 폐쇄루프로 구성되며 이중에서 1개의 비독립루프를 제외한 5개의 독립루프로부터의 3개씩의 구속조건식 ( $x, y$  위치와 회전각)이 존재하므로 이러한 메카니즘은 3자유도를 가지고 있다는 것을 확인할 수 있다. 한편, 이 메카니즘을 해석하는데 있어서 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크를 포함하는 세 개의 부속 직렬체인의 변수벡터  $\mathbf{a}$  ( $r=1, 2, 3$ ) 만으로서 출력벡터  $\mathbf{u}$  사이의 관계식을 고려할 때  $\mathbf{u}$ 와  $\mathbf{a}$  사이에는 세 개의 위치 관계식이 외에도 또 하나의 구속관계식이 존재하며 이러한  $r$  번째 부속체인의 구속방정식은 미끄럼 관절 링크와 두 번째 링크와의 교차점에서의 위치 ( $x^*, y^*$ )와 두 번째 링크의 방위각  $\phi_{12}$ 를 고려하면 다음과 같이 표현된다.

$$x^* = d_1 c, \gamma_1 + s_1 c, \alpha_1 = l_1 c, \phi_1 + \frac{l_2}{2} c(\phi_1 + \phi_2) \quad (1)$$

$$y^* = d_1 s, \gamma_1 + s_1 s, \alpha_1 = l_1 s, \phi_1 + \frac{l_2}{2} s(\phi_1 + \phi_2) \quad (2)$$

$$\phi_{12} = \alpha_1 + \alpha_2 = \phi_1 + \phi_2 \quad (3)$$

식 (1), (2), (3)으로부터 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크를 포함하는 부속직렬체인의 변수들인  $s_1$ 과  $\alpha_1$ , 그리고  $\alpha_2$  사이의 구속방정식은 다음과 같이 정리된다.

$$f_r(s_1, \alpha_1, \alpha_2) = d_1^2 + \left(\frac{l_2}{2}\right)^2 + s_1^2 - l_1^2 + 2d_1 s_1 c(\alpha_1 - \gamma) - 2s_1 d_2 c(\alpha_2 - 2, d_1 - \frac{l_2}{2}) c(\alpha_1 + \alpha_2 - \gamma) = 0 \quad (4)$$

그러므로 출력벡터  $\mathbf{u}$ 와 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크와 포함하는  $r$  번째 부속직렬체인의 관절변수벡터  $\mathbf{a}$  사이의 위치 관

계식은 구속방정식 (4)를 포함하여 네 개의 방정식으로 표현되며 구속방정식을 포함하는 출력벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{v} = (x \ y \ \phi \ f_r)^T \quad (5)$$

여기서 출력벡터  $\mathbf{v}$ 의 마지막 변수  $f_r = 0$ 는 관절변수벡터  $\mathbf{a}$  사이의 구속조건을 의미한다.

## 2.2 일차 기구학적 영향계수

출력벡터  $\mathbf{u}$ 와  $r$  번째 부속직렬체인의 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크를 포함하는 관절변수벡터  $\mathbf{a}$  사이의 일차 미분관계식은 각각 다음과 같다<sup>[8]</sup>:

$$\dot{\mathbf{u}} = [ , G_a^u] \ , \dot{\mathbf{a}}, \quad r=1, 2, 3 \quad (6)$$

식 (4)를 시간에 대하여 미분하면

$$\dot{f}_r = [ , G_a^f] \ , \dot{\mathbf{a}} = 0 \quad (7)$$

이며 여기서

$$[ , G_a^f] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_r}{\partial, \alpha_1} & \frac{\partial f_r}{\partial, s_1} & \frac{\partial f_r}{\partial, \alpha_2} & \frac{\partial f_r}{\partial, \phi_3} \end{bmatrix} \quad (8)$$

이다. 식 (7)은 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크를 포함하는 부속직렬체인의 구속방정식을 나타내므로 식 (1)과 식 (7)를 함께 표현하면

$$\dot{\mathbf{v}} = [ , G_a^v] \ , \dot{\mathbf{a}} \quad (9)$$

이다. 여기서

$$[ , G_a^v] = \begin{bmatrix} G_a^u \\ G_a^f \end{bmatrix} \quad (10)$$

식 (9)로부터  $[ , G_a^v]$  가 비특이 할 때 역관계식은

$$\dot{\mathbf{a}} = [ , G_a^v]^{-1} \dot{\mathbf{v}} \quad (11)$$

이다. 식 (11)은 각 부속체인의 일차 역미분관계식을 나타내며 이로부터 세 개의 미끄럼 관절 변수벡터  $\mathbf{s} = (s_1 \ s_2 \ s_3)^T$  와 출력벡터  $\mathbf{v}$  사이의 역일차 미분관계식은 해당 행벡터를 취함으로서 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{s}} = [ G_s^v]^{-1} \dot{\mathbf{v}} \quad (12)$$

여기서

$$[ G_s^v]^{-1} = \begin{bmatrix} [ , G_a^v]^{-1} \\ [ , G_a^f]^{-1} \\ [ , G_a^u]^{-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

이 식으로부터 구속조건식 (4)의 일차미분식 (7)에서  $f_r = 0$  이므로 마지막 열을 제외한 나머지  $3 \times 3$  행렬을 취함으로써 세 개의 미끄럼 관절 변수벡터  $\mathbf{s}$ 와 출력벡터  $\mathbf{u}$  사이의 역일차 미분관계식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{s}} = [ G_u^s] \ \dot{\mathbf{u}} \quad (14)$$

여기서

$$[ G_u^s] = \begin{bmatrix} [ , G_a^u]^{-1} \\ [ , G_a^f]^{-1} \\ [ , G_a^v]^{-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

이 식의 역관계식을 구함으로서  $\mathbf{u}$ 와  $\mathbf{s}$  사이의 일차 미분관계

식이 구해진다.

$$\dot{\mathbf{s}} = [G_s^u] \dot{\mathbf{s}} \quad (16)$$

여기서

$$[G_s^u] = [G_s^e]^{-1} \quad (17)$$

### 2.3 이차 기구학적 영향계수

출력벡터  $\mathbf{u}$ 와  $r$ 번째 부속직렬체인의 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크를 포함하는 관절변수벡터  $\alpha$ 사이의 이차 미분관계식은 각각 다음과 같다<sup>(8)</sup>.

$$\ddot{\mathbf{u}} = [ , G_s^u], \ddot{\alpha} + \dot{\alpha}^T [ , H_{\alpha\alpha}^u], \ddot{\alpha} \quad (18)$$

식 (4)의 이차 미분관계식은

$$f_r = \frac{d}{dt} ([ , G_s^e] \dot{\alpha}) = [ , G_s^e] \ddot{\alpha} + \dot{\alpha}^T [ , H_{\alpha\alpha}^e] \ddot{\alpha} = 0 \quad (19)$$

로 표현되며 여기서

$$[ , H_{\alpha\alpha}^e] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_1} & \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_3} & \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_1} \\ \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_1} & \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_3} & \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_3 \partial \alpha_1} \\ \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_3 \partial \alpha_1} & \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_3 \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 f_r}{\partial \alpha_3 \partial \alpha_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

식 (18)을 구속방정식의 이차 미분관계식 (19)와 함께 표현하면

$$\dot{\mathbf{v}} = [ , G_s^e] \dot{\alpha} + \dot{\alpha}^T [ , H_{\alpha\alpha}^e] \ddot{\alpha} \quad (21)$$

이며 여기서

$$[ , H_{\alpha\alpha}^e] = \begin{bmatrix} H_{\alpha\alpha}^u \\ H_{\alpha\alpha}^f \end{bmatrix} \quad (22)$$

이다. 식 (21)의 역관계식은

$$\ddot{\alpha} = [ , G_s^e]^{-1} \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{v}^T [ , H_{\alpha\alpha}^e] \dot{\mathbf{v}} \quad (23)$$

여기서

$$[ , H_{\alpha\alpha}^e] = -[ , G_s^e]^{-T} ([ , G_s^e]^{-1} \circ [ , H_{\alpha\alpha}^u]) [ , G_s^e]^{-1} \quad (24)$$

위 식에서 오퍼레이터 ( $\circ$ )는 일반화된 둑프로덕트라 불리우며 다음과 같이 정의된다: 행렬  $A$ 와  $B$ 가 각각  $p \times q$ , 그리고  $q \times (m \times n)$  3차원 행렬이라고 하자. 이때  $A$ 와  $B$ 사이에 일 반화된 둑프로덕트를 수행한 후의 결과행렬  $C$ 는 3차원 행렬로서  $p \times (m \times n)$ 의 크기를 가지며 다음과 같이 구해진다<sup>(8)</sup>

$$[C]_{p,q} = [A \cdot B]_{p,q} = \sum_{k=1}^q A_{pk} B_{kj}, \quad (25)$$

식 (23)으로부터 각 부속체인에서의 미끄럼 관절변수  $\mathbf{s}$ 에 관한 식은,

$$\ddot{\mathbf{s}}_1 = [ , G_s^e]^{-1} \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{v}^T [ , H_{\alpha\alpha}^e]_{2,:} \dot{\mathbf{v}} \quad (26)$$

으로 주어지고, 이를 행렬로서 정리하면 출력벡터  $\mathbf{v}$ 와 입력미끄럼 관절변수벡터  $\mathbf{s}$ 사이의 이차 미분관계식이 다음과 같이

구해진다.

$$\dot{\mathbf{s}} = [G_s^e] \dot{\mathbf{s}} + \mathbf{v}^T [H_{\alpha\alpha}^e] \dot{\mathbf{v}} \quad (27)$$

여기서

$$[H_{\alpha\alpha}^e] = \begin{bmatrix} 1 & H_{\alpha\alpha}^u \\ 2 & H_{\alpha\alpha}^f \\ 3 & H_{\alpha\alpha}^u \end{bmatrix}_{2,:} \quad (28)$$

이 식에서 출력벡터  $\dot{\mathbf{s}}$ 과  $\ddot{\mathbf{u}}$ 에 관한 관계식을 구하면

$$\dot{\mathbf{s}} = [G_s^e] \dot{\mathbf{s}} + \mathbf{u}^T [H_{uu}^e] \dot{\mathbf{u}} \quad (29)$$

이며 여기서 3차원행렬  $[H_{uu}^e]$ 는  $3 \times (4 \times 4)$ 인 3차원 행렬  $[H_{uu}^e]$ 의 각 평면에서 마지막 행과 열을 제외한 나머지  $3 \times (3 \times 3)$  행렬을 나타낸다. 이 식으로부터 출력벡터  $\mathbf{u}$ 와 입력벡터  $\mathbf{s}$ 사이의 이차 미분관계식은 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{\mathbf{u}} = [G_s^e] \dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s}^T [H_{ss}^e] \dot{\mathbf{s}} \quad (30)$$

여기서

$$[H_{ss}^e] = -[G_s^e]^T ([G_s^e] \circ [H_{uu}^e]) [G_s^e] \quad (31)$$

### 3. 병렬구조 RCC기기의 콤플라이언스 모델

$f_s = (f_{s1} \ f_{s2} \ f_{s3})^T$ 와  $f_h = (f_x \ f_y \ \tau_h)^T$ 를 각각 구동관절에서의 토크와 RCC점에 가해진 외력벡터를 나타낸다고 하자. 가상일의 정리로부터

$$ds^T f_s = du^T f_h \quad (32)$$

의 관계식이 성립하며, 식 (16)에서 유추되는 다음의 미소변위식을

$$du = [G_s^u] ds \quad (33)$$

식 (32)에 대입하면 다음의 관계식을 얻는다.

$$f_s = [G_s^u]^T f_h \quad (34)$$

입력관절  $\mathbf{s}$ 에서의 콤플라이언스를  $C_{s_1}, C_{s_2}, C_{s_3}$ 라고 할 때

입력관절에서의 콤플라이언스 관계식은

$$\delta s = [C_s] f_s \quad (35)$$

이다. 여기서 관절 콤플라이언스 행렬은 다음과 같은 대각행렬이다.

$$[C_{ss}] = \begin{bmatrix} C_{s_1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{s_2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{s_3} \end{bmatrix} \quad (36)$$

식 (16)과 (34)로부터 출력점에서의 콤플라이언스 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta u = [C_{uu}] f_h \quad (37)$$

여기서 출력점에서의 콤플라이언스  $[C_{uu}]$ 는 식 (16), (33), (34)로부터 다음과 같이 얻어짐을 알 수 있다.

$$[C_{uu}] = [G_s^u] [C_{\phi\phi}] [G_s^u]^T \quad (38)$$

이식을 강성행렬로 표현하면

$$[K_{uu}] = ([G_u^u] [K_{\phi\phi}]^{-1} [G_\phi^\phi]^T)^{-1} \quad (39)$$

여기서

$$[K_{uu}] = [C_{uu}]^{-1} \quad (40)$$

$$[K_{\phi\phi}] = [C_{\phi\phi}]^{-1} \quad (41)$$

#### 4. RCC점에서의 콤플라이언스 민감도 해석

우수한 RCC 특성을 나타내도록 하기 위해서는 작은 콤플라이언스 민감도를 유지해야하며 이를 조사하기 위해 콤플라이언스 행렬에 관한 민감도 해석이 요구된다. 메카니즘의 콤플라이언스 민감도 행렬은 출력 콤플라이언스 행렬  $[C_{uu}]$ 을  $\mathbf{u}$ 에 관하여 편미분함으로서 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \mathbf{u}} = \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial u_1} & \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial u_n} \end{array} \right] \quad (42)$$

여기서  $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m)^T$ 는  $m \times 1$  출력벡터를, 그리고  $\boldsymbol{\phi} = (\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n)^T$ 는  $n \times 1$  입력벡터를 나타낸다. 행렬  $[C_{uu}]$ 이  $m \times m$ 이므로  $\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \mathbf{u}}$ 는  $m \times (m \times m)$  3차원 행렬이 된다. 여기서  $\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial u_i}$ 는  $m \times m$  행렬이며 콤플라이언스 민감도행렬의  $i$  번째 평면을 나타낸다. 또한  $[C_{uu}]$ 는 식 (38)에서와 같이 관절변수  $\boldsymbol{\phi}$ 의 함수이므로 행렬  $\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial u_i}$ 의  $i$  번째 평면에  $(m, n)$  요소는 체인룰을 이용하여 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial u_i} = \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial u_i} \ \frac{\partial \phi_2}{\partial u_i} \ \dots \ \frac{\partial \phi_n}{\partial u_i} \right) \left| \begin{array}{c} \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \phi_1} \\ \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \phi_2} \\ \dots \\ \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \phi_n} \end{array} \right| \quad (43)$$

그러므로 전체 콤플라이언스 행렬을  $\mathbf{u}$ 에 관하여 편미분하면

$$\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial u_i} = \left( \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial u_i} \right)^T \cdot \left[ \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \boldsymbol{\phi}} \right] \quad (44)$$

로 표현되며 여기서  $\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \boldsymbol{\phi}}$ 는

$$\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \boldsymbol{\phi}} = \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \phi_1} & \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \phi_2} & \dots & \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \phi_n} \end{array} \right] \quad (45)$$

이다. 이 3차원 민감도 행렬은 행렬  $\left[ \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \phi_i} \right]$ 의  $i$  번째 평면을 나타내도록 정렬이 되었다. 그리고 식 (43)에서 오퍼레이터 ( $\bullet$ )는 앞에서 정의된 바와 마찬가지로 행 벡터  $(\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial u_i})^T$ 와  $\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \boldsymbol{\phi}}$ 의 평면행렬  $\left[ \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \phi_i} \right]$ 들의

$(m, n)$  요소들로 이루어지는 벡터  $\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \boldsymbol{\phi}}$ 의 뜻트 프로덕트를 수행하는 오퍼레이터이다. 그러므로, 전체 3차원 민감도 행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \mathbf{u}} = \left[ \begin{array}{c} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial u_1} \right)^T \cdot \left[ \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \boldsymbol{\phi}} \right] \\ \left( \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial u_2} \right)^T \cdot \left[ \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \boldsymbol{\phi}} \right] \\ \dots \\ \left( \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial u_m} \right)^T \cdot \left[ \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \boldsymbol{\phi}} \right] \end{array} \right] = [G_u^\phi]^T \cdot \left[ \frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \boldsymbol{\phi}} \right]. \quad (46)$$

식 (16)을 이용하면 식 (46)은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial \mathbf{u}} = [G_u^\phi]^T \cdot \left[ \begin{array}{c} \frac{\partial [G_\phi^\phi]}{\partial \boldsymbol{\phi}} \\ [G_\phi^\phi] \cdot \frac{\partial [G_\phi^\phi]^T}{\partial \boldsymbol{\phi}} \end{array} \right] \quad (47)$$

위 식에서 민감도 행렬  $\frac{\partial [G_\phi^\phi]}{\partial \boldsymbol{\phi}}$ 은 이차 기구학적 영향계수

$[H_{\phi\phi}^u]$ 를 이용하여 구할 수 있다<sup>[8]</sup>: 즉, 이러한 3차원 행렬사이의 관계는 이차 기구학적 영향계수와 민감도 행렬이 다음과 같이 정의된다는 것을 이용하여

$$H_{\phi\phi}^u = [H_{\phi\phi}^u]_{\mu, m, n} = \frac{\partial}{\partial \phi_m} \left( \frac{\partial u_\mu}{\partial \phi_n} \right) \quad (48)$$

$$\left[ \frac{\partial [G_\phi^\phi]}{\partial \boldsymbol{\phi}} \right]_{\mu, m, n} = \frac{\partial}{\partial \phi_\mu} \left( \frac{\partial u_m}{\partial \phi_n} \right) \quad (49)$$

관계된 지수를 교환함으로서 다음과 같이 얻어진다.

$$\left[ \frac{\partial [G_\phi^\phi]}{\partial \boldsymbol{\phi}} \right]_{\mu, m, n} = [H_{\phi\phi}^u]_{m, \mu, n} \quad (50)$$

$$\left[ \frac{\partial [G_\phi^\phi]^T}{\partial \boldsymbol{\phi}} \right]_{\mu, m, n} = [H_{\phi\phi}^u]_{n, \mu, m} \quad (51)$$

RCC기기의 바람직한 특성은 RCC점에서 콤플라이언스 민감도가 작으며 균일한 크기를 갖는 것이다. 콤플라이언스 민감도 행렬이 3차원 행렬이므로 각 평면의 Frobenius norm이나 2-norm이 RCC기기의 최적인 자들을 구하기 위하여 사용될 수 있다. 행렬  $A$ 의 Frobenius norm은 행렬의 모든 요소들의 절대값의 제곱을 합한 값의 제곱근으로서 다음과 같이 정의된다.

$$\|A\|_F = \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \forall A \in C^{m \times n} \quad (52)$$

여기서  $a_{ij}$ 는 행렬  $A$ 의  $i$  번째 행과  $j$  번째 열의 요소를 나타낸다. 행렬  $A$ 의 2-norm은

$$\|A\|_2 = \sup_{x \neq 0, x \in C} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2} \quad \forall A \in C^{m,n} \quad (53)$$

로 정의되며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\|A\|_2 = \bar{\sigma}(A) \quad (54)$$

여기서  $\bar{\sigma}(A)$ 는 행렬  $A$ 의 최대특이값을 나타낸다. 이러한 두 가지의 norm은 다음의 식으로 표현되는 등가의 norm을 나타낸다.

$$\|A\|_2 \leq \|A\|_F \leq \sqrt{n} \|A\|_2 \quad (55)$$

그러므로 위에서 정의된 두 가지의 norm 중 어느 것이나 출력 콤플라이언스 민감도 해석에 사용될 수 있지만 본 논문에서는 2-norm을 사용한다.

$$\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial u_i} \quad (\text{여기서 } i=1, 2, \dots, m) \text{의 최대특이값은 현재의}$$

RCC 콤플라이언스 특성으로부터  $u_i$  방향으로의 많은 이탈을 의미하므로 이 값이 콤플라이언스 민감도에 관한 척도로서 사용될 수 있다.

한편, 임의의 출력방향으로 균일한 콤플라이언스 민감도 특성을 얻기 위하여 각  $\frac{\partial [C_{uu}]}{\partial u_i}$  ( $\text{여기서 } i=1, 2, \dots, m$ )의 최대

특이값의 평균값을 콤플라이언스 민감도에 관한 척도로서 사용할 수 있다.

## 5. RCC 특성에 관한 시뮬레이션

본 저자들은 병렬구조를 지닌 평면형 3 자유도 메카니즘에 대한 콤플라이언스 특성에 대하여 조사하였으며 이러한 메카니즘은 대칭구조를 갖는 형상에서 메카니즘의 중앙 위치에 RCC 점이 존재한다는 것을 보였다. 그러나, 기존에 제안된 RCC 기기에서는 회전 콤플라이언스를 사용하였으며 가변하는 콤플라이언스를 얻기 위하여 비싼 가격이 소요되었으며, 이러한 단점을 보완하기 위하여 부착위치를 변화시킴에 따라서 시스템의 콤플라이언스를 가변시킬 수 있는 미끄럼 관절 콤플라이언스를 평면형 3 자유도 메카니즘의 관절에 사용하는 경우에 있어서의 RCC 특성에 관하여 조사하고자 한다.

본 논문에서 조사하는 미끄럼 관절 콤플라이언스를 이용한 평면형 3 자유도 시스템은 각 부속체인에 있어서 대응되는 링크 길이가 모두 같으며( $\lambda_n = l_n, \gamma = \gamma, d_1 = d_1$  for  $n=1, 2, 3$  and for  $r=1, 2, 3$ ) 특히 첫번째 링크길이  $l_1$ 는 단위크기를 갖는다고 가정하였다. 각 부속체인의 첫번째 회전 관절과 미끄럼 관절 콤플라이언스 링크와 연결된 회전관절은 Fig. 1과 같이 각각 메카니즘의 중앙점을 중심으로 반경  $R=2$ 을 가지는 원상에 위치하며  $30^\circ$ 의 간격으로 배치된다고 가정하였다(즉,  $\gamma = 105^\circ$ ). 그리고 미끄럼 관절 콤플라이언스  $C_{s_1}, C_{s_2}, C_{s_3}$ 가 각각 단위크기를 갖는다고 가정하였다.

이때 메카니즘의 중앙점에서의 출력 콤플라이언스는 비대각 성분들이 모두 0인 대각 행렬로 표현되며 이러한 사실로부터 이 시스템이 RCC특성을 가지고 있다는 사실을 확인할 수 있었으며 또한 회전관절 콤플라이언스를 활용하는 병렬구조 평면형 3자유도 메카니즘의 경우와 마찬가지로  $x$ 와  $y$  방향으로의 콤플라이언스는 동일하다는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 2와 Fig. 3은 메카니즘의 유동판의 회전각을  $0^\circ$ 으로 고정하고 링크

길이  $l_2$ 와  $l_3$ 의 크기를 변화하는 경우에 중앙점에서의  $x$ (또는  $y$ )방향으로의 콤플라이언스와 회전방향으로의 콤플라이언스를 나타내는 그림이다. Fig. 2에서는 보편적으로 링크길이  $l_2$ 가 증가할수록 콤플라이언스도 증가하는 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다. 그러나 Fig. 3에서는 링크길이  $l_2$ 나  $l_3$ 가 커질수록 콤플라이언스도 증가하는 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다. Fig. 4는 메카니즘의 중앙 RCC점에서의 콤플라이언스 민감도를 나타내는 그림이다. 이 그림으로부터 링크길이  $l_2=1.7$ 이고  $l_3=2$ 인 부근에서 그리고  $l_2=0.4$ 이고  $l_3=1.1$ 인 부근에서 매우 낮은 민감도를 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한 Fig. 2, 3, 4로부터 동일한 부근에서 모든 출력방향으로 낮은 콤플라이언스를 지니며 완만한 구배를 가지고 있음을 있음을 확인할 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 미끄럼 관절 콤플라이언스만을 활용하는 병렬 구조 평면형 3 자유도 메카니즘의 RCC특성을 조사하였다. 먼저 이 시스템의 기구학적 해석을 수행하기 위하여 각 부속체인에서의 구속조건식을 구한 후 이 조건식을 활용하는 수정된 좌표계 변환기법을 사용하였다. 이 방법을 이용하는 경우 병렬 구조를 가지는 메카니즘의 각 부속체인이 출력벡터에 관하여 기구학적 특이형상을 가지지 않는 경우에 매우 체계적으로 기구학적 관계식을 구할 수 있다.

시뮬레이션을 통하여 이러한 구조의 메카니즘이 RCC점을 가진다는 사실을 확인하였으며 이러한 메카니즘의 최적인자들의 값을 나타내는 설계함성과 민감도 해석을 수행하였다. 이러한 시뮬레이션 결과로부터 단순한 회전관절 콤플라이언스를 활용하는 경우에 비하여 가변가능하며 다양한 RCC특성을 나타내는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구에서 제시된 관절 콤플라이언스를 활용하는 RCC 메카니즘은 병렬형 구조로 인하여 잠정적으로 많은 관절에 콤플라이언스를 부여할 수 있고 쉽게 교체할 수 있는 이점을 지니고 있다. 이에 따라, 관절에서의 콤플라이언스를 조절하여 RCC 점에서의 원하는 콤플라이언스를 만족시킬 수 있을 뿐만 아니라 잉여의 콤플라이언스를 나머지 관절에 배치함으로서 시스템의 강성을 조절할 수 있고 RCC 점을 중심으로 안정도를 향상시킬 수 있는 이점이 있다. 그러므로, 평면형 3 자유도 메카니즘이 최적의 콤플라이언스 기능을 갖도록 하기 위해 그 시스템의 인자들에 대한 콤플라이언스 특성에 관한 민감도 등을 고려한 최적화에 대한 연구가 수행되어야 할 것이다.

## 참고문헌

1. D.E.Whitney, "Quasi-Static Assembly of Compliantly Supported Rigid Parts," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 104, mar. 1982, pp. 65-77.
2. D.E.Whitney, "Remote Center Compliance," in Encyclopedia of Robotics System and Control, vol 2, pp. 1316-1324, edited by J.J. Diponio and Y. Hasegawa, published by Industrial Training Corporation, 1986.
3. M.R.Cutkosky and P.K.Wright, "Active Control of a Compliant Wrist in Manufacturing Tasks," Transactions of the ASME, vol. 108, Feb. 1986, pp. 36-43.
4. J.I. McCallion, K.V. Alexander, and D.T. Pham, "Aid for Automatic Assembly," 1st Int'l. Conf. on Assembly Automation, Mar. 1980, pp. 313-323.

5. 김동구, 김희국, 이병주, “관절 콤플라이언스를 활용한 정밀 조립형 메카니즘에 관한 연구,” 정밀공학회 춘계 학술 회의 논문집, 1994, pp.395-400.

6. Whee-Kuk Kim, B.-J. Yi, and D.G. Kim, “Synthesis of a Planar 3-Degree-of-freedom Adjustable Compliance Mechanism,” KACC Conference, 1994, 334-339.

7. 김희국, 김동구, 이병주, “평면형/구형 3자유도 병렬 메카니즘의 RCC 특성,” 대한 기계학회 추계학술 회의, 1994, pp. 624-629.

8. R.A.Freeman and D. Tesar, “Dynamic Modeling of Serial and Parallel Mechanisms/Robotic Systems, Part I-Methodology, Part II-Applications,” Proceedings of 20th ASME Mechanisms Conference, Orlando, FL, 1988.

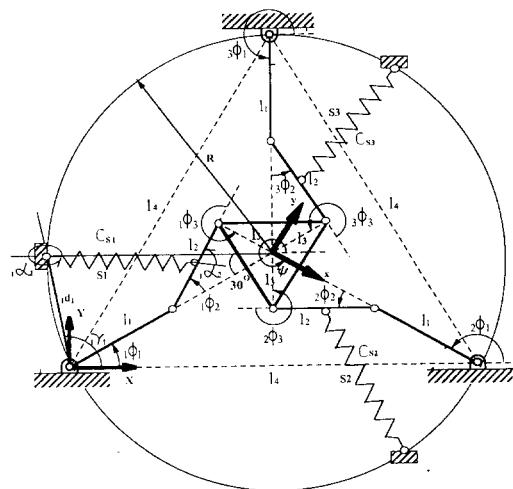


Figure 1. a planar 3-degree-of-freedom parallel mechanism

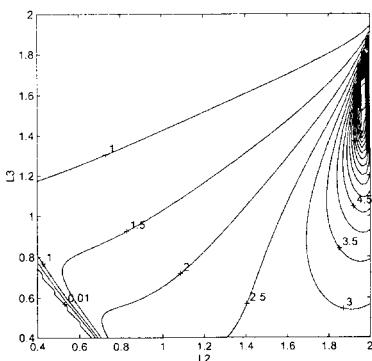


Figure 2. Contour plot for  $C_{xx}(C_{yy})$

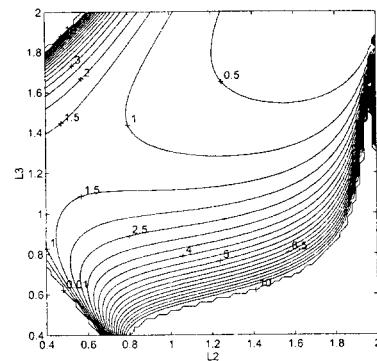


Figure 3. Contour plot for  $C_{uu}$

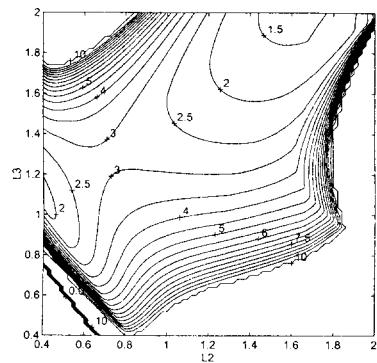


Figure 4. Sensitivity contour plot for  $C_{uu}$ (mean 2-norm)