

홀로그래픽 간섭무늬에 의한 변형률 측정

권혁룡^{*}·조동현^{*}·김홍식^{**}·박승옥^{**}·조대근^{**}·권영하^{***}

Strain Measurement from Holographic Fringe

H.H. Kwon^{*}, D.H. Cho^{*}, H.S. Kim^{**}, S.O. Park^{**}, D.K. Cho^{**}, Y.H. Kwon^{***}

* 대진대학교 기계설계공학과, ** 대진대학교 물리학과, *** 경희대학교 섬유공학과

ABSTRACT

Strains in microstrain range are measured accurately by means of holographic interferometric technique. Holographic fringes of the cantilever beam subjected to out-of-plane deflection and in-plane deflection respectively are obtained experimentally. From these fringe patterns, 3rd order polynomial of displacements is induced using polynomial regression method. And strain and stress distribution could be determined from the second derivative of this polynomial. These results agree well with FEM.

Key Words : Holographic Fringe(홀로그래픽 간섭무늬), FEM(유한요소법), Cantilever Beam(외팔보), Polynomial Regression(다항 회귀분석), Displacement(변위), Strain(변형률), Stress(응력)

1. 서 론

기계공학을 비롯한 공학분야에서는 구조물의 응력분포를 알기 위해서 주로 유한요소법(FEM)으로 이론적 계산을 하고 있다. 그러나 대상체의 구속조건이나 물성, 그리고 외력상태 등을 정확하게 알 수 없을 경우 실제상황 그대로 묘사하기가 어려우므로 계산된 결과와 실제와는 차이가 있게 된다.

한편 레이저를 사용한 광학적 계측방법인 홀로그래픽 간섭법은 실제 외력이 작용하는 상태에서 비접촉식으로 변형량을 측정할 수 있어 공학분야에서는 큰 관심을 가지고 그 활용을 서두르고 있다.

홀로그래픽 간섭법으로 대상체에 레이저를 비추면 미소한 변형에 대해서도 정교한 간섭무늬가 형성되는데, 이 무늬 등고선으로부터 대상체 전체의 변위 분포를 매우 정밀하게 측정할 수 있다. 그러나 공학분야에서 관심을 갖고 있는 변형률이나 응력은 측정된 변위값들로부터 쉽게 얻어지는 것이 아니라 수학적으로 복잡한 처리과정을 거쳐서 얻게 된다. 따라서 이러한 과정에서 상당한 오차가 유발되는 문제점을 지니고 있어 지금까지는 주로 미소변위 측정에 관한 연구가 행해져 왔다.^{(1)~(4)}

본 연구에서는 홀로그래픽 광학계를 구성하고 외팔보에 순수한 면외처짐과 면내처짐을 독립적으로 가하여 각각의 홀로그래픽 간섭무늬를 얻었다. 또한 변위, 변형률, 그리고 응력

을 정확히 구할 수 있는 프로그램을 개발하여 외팔보 빔의 치집을 정량적으로 해석하고 이러한 결과들의 신뢰성을 확인하기 위하여 FEM의 결과와 비교해 보았다.

2. 홀로그래픽 간섭무늬의 정량적 해석

물체의 표면에서 변형전과 후에 산란된 파면을 서로 겹치도록 하면 변형에 의한 미소한 차이로 간섭이 일어나게 된다. 이렇게 생긴 홀로그래픽 간섭무늬에는 물체의 각 점에 대한 변위정보가 담겨져 있어 이를 정량적으로 해석하면 변위를 측정할 수 있다.

Fig.1에서 점 O는 물체위의 한점, 점 S는 레이저의 위치, 그리고 점 F는 필름상의 한 관측점을 나타낸다. 물체점 O가 변

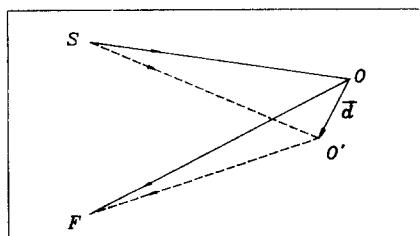


Fig.1 The path length from the light source(S) to the observation point(F) via the object(O) changes as the object is displaced from C to C'

위벡터 \vec{d} 에 의해 점 O'로 이동되면 빛의 진행거리가 달라지게 된다. 즉, \overline{SOF} 와 $\overline{SO'F}$ 의 차에 의해 간섭무늬가 형성된다. \vec{d} 를 면외변위 d_o 와 면내변위 d_i 로 분리하고 이들이 \overline{SO} 와 \overline{OF} 에 비해 매우 미소한 양으로 근사하면 Fig.2(a), (b)와 같이 간단하게 설명할 수 있다.

Fig.2(a)에서 면외변위 d_o 에 의해 생긴 경로차는 $l_s + l_f$ 가 되어 다음식과 같이 n 개의 간섭무늬가 생긴다.

$$d_o (\cos \alpha + \cos \beta) = n \lambda \quad (1)$$

여기서 α 는 변위방향에 대한 레이저의 입사각이고 β 는 변위방향과 관측방향의 사이각도이다.

면내변위 d_i 에 대해서는 경로차는 Fig.2(b)와 같이 $l_s - l_f$ 가 되어 다음식과 같이 n' 개의 간섭무늬가 생긴다.

$$d_i (\sin \alpha - \sin \beta) = n' \lambda \quad (2)$$

이때 $\delta\alpha$, $\delta\beta$ 가 생기면 이 식은 다음과 같다.

$$d_i (\delta\alpha \cos \alpha - \delta\beta \cos \beta) = \delta n' \lambda \quad (3)$$

식(3)에 $\delta\alpha = \frac{e \cos \alpha}{R}$, $\delta\beta = \frac{-e \cos \beta}{L}$, 그리고 $\delta n' = 1$ 을 대입하면 무늬간격은 다음식으로 유도된다.

$$e = \frac{RL}{d_i} \frac{L}{L \cos^2 \alpha + R \cos^2 \beta} \quad (4)$$

여기서 R 은 물체와 광원까지의 거리, L 은 관측지점까지의 거리, α 는 면내변위의 수직한 방향에 대한 레이저의 입사각이고 β 는 관측각이 된다.

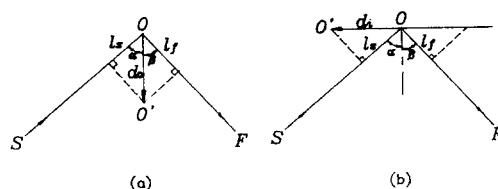


Fig.2 The path differences caused by displacements
(a) out-of-plane (b) in-plane

3. 실험방법 및 FEM 해석

3.1 실험방법

본 연구에서는 외팔보(cantilever beam)를 대상물체로 선택하여 Fig.3과 같이 면외처짐과 면내처짐을 가했다.

외팔보의 한쪽 끝을 나사로 단단히 고정하여 고정단의 경계조건을 만족하도록 하였으며 2개의 마이크로미터를 사용하여 정확한 변위를 발생시켰다. 외팔보의 자유단 전면에 마이크로미터1을 설치하여 면외변위를 발생시키고, 마이크로미터2를 설치하여 면내변위가 발생되도록 하였다. 제작된 외팔보의 재원과 물성치는 Table 1과 같다.

Table 1 The specification and material properties of cantilever(Al2024)

Spec. & material property	value	unit
Length	250	mm
Width	25	mm
Thickness	5	mm
Young's modulus (E)	73.1	GPa
Poisson's ratio (ν)	0.355	-

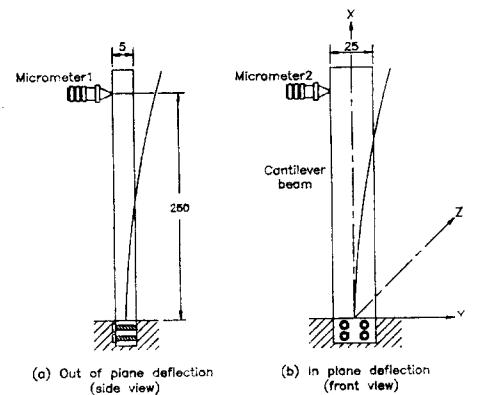


Fig.3 Schematic diagram of the cantilever beam

Fig.4는 본 연구를 위하여 제작한 홀로그래피 장치의 사진이다. 장치에서 물체중심을 원점으로 하고 면외변위는 Z방향으로, 면내변위는 Y방향으로 가해졌다. 또한 -Z방향으로 떨어진 지점에 사진필름을 장치하여 Fig.2의 α , β 는 각각 15° , 0° 가 되도록 하였다. He-Ne 레이저의 출력은 20 mW 이고 사진건판에서의 기준광과 물체광의 세기비는 $5:1$ 이 되도록 조절하였다.

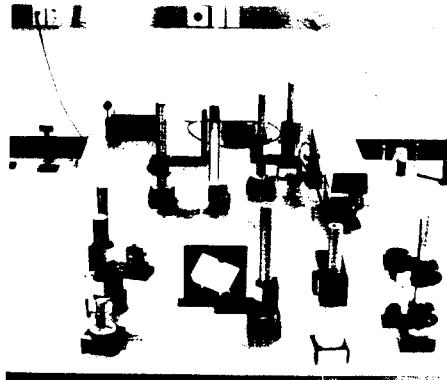


Fig.4 Photograph of the experimental setup

3.2 유한요소해석

변형된 외팔보의 변위, 변형률, 응력성분들을 수치적으로 계산해내기 위해서 상용의 ANSYS-FEM Code⁽⁵⁻⁷⁾를 이용하여 해를 구했다. 사용한 유한요소 모델은 SHELL63인 사사형의 Plate(4-node elastic quadrilateral shell)요소로 전체 절점수와 요소수는 각각 334개와 260개로 구성된 구조로 모델링했다. 이 경우 1개의 요소는 절점 한 군데에서 X, Y, Z방향의 병진 운동(translation)과 R_x , R_y , R 방향의 회전운동(rotation)을 하므로 1개의 절점은 6개의 자유도를 갖게 된다. 모델의 아래 부분은 실제의 구속조건과 동일하게 변위를 고정시켰다. 면의, 면내변위를 마이크로미터에 의해 가해진 최대치집량 (w_{max}) $10 \mu\text{m}$ 발생시키는 데 필요한 하중은 다음과식에 의해 구해진 $F_z = 0.03655 \text{ l}$, $F_y = 0.91375 \text{ l}$ 의 집중하중을 가하였다.

$$F = \frac{3EI w_{\max}}{L^3} \quad (5)$$

여기서, E 는 물체의 탄성계수, I 는 2차 관성모멘트, L 은 고정단으로부터 마이크로미터를 가한 지점까지의 거리이다.

측정하고자 하는 영역에서 각 지점의 미소변위가 결정되면 변위-변형률 관계식을 이용하여 변형률의 분포를 구해내고, 물체의 재료상수값으로부터 외팔보에 가해지는 용력의 분포를 결정한다.

4. 결과 및 고찰

Fig.5(a)는 외팔보의 끝단에서 Z방향으로 최대처짐을 $10 \mu\text{m}$ 가했을 때, Fig.5(b)는 Y방향으로 최대처짐을 $10 \mu\text{m}$ 가했을 때 Fig.4의 실험장치로부터 얻은 각설무늬이다.

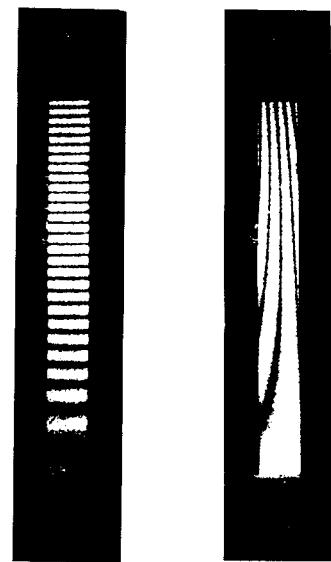


Fig. 5. Holographic fringe patterns caused by deflection

두 결과 모두 무늬방향이 변위방향에 수직하게 형성됨을 확인할 수 있다. 그러나 면내변위인 경우 무늬가 약간 휘는 것을 볼 수 있는데 이는 면내변위 발생시 미소한 면외변위가 동반되어 영향을 받은 것으로 생각할 수 있다. Fig.6은 FEM으로 계산하여 얻은 면외변위 분포도로서 실험결과의 신뢰도를

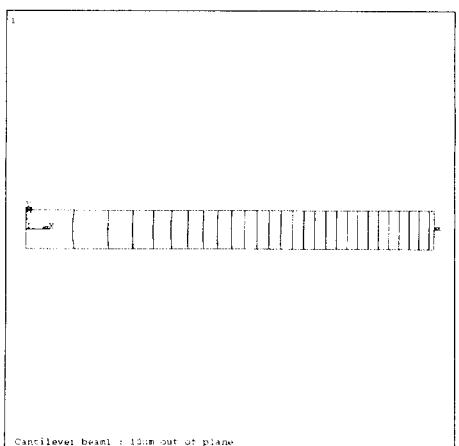


Fig.6 Displacement contour from FEM

높이기 위해 함께 제시하였다.

이러한 간섭무늬를 식(1)과 (2)로 해석하면 x 축상의 각 지점의 변위를 측정할 수 있다. 면외변위일 경우 식(1)에 $\alpha=15^\circ$, $\beta=0^\circ$ 를 대입해 보면 간섭무늬의 갯수가 증가할수록 각각 $d_0=0.32\mu m$ 씩 증가되고, 면내변위 경우는 무늬간격을 측정하면 식(4)에 의해 변위를 측정할 수 있다. Fig.6의 결과로 이러한 장치구성은 면외변위에 훨씬 더 민감함을 알 수 있다.

Fig.7(a)와 (b)에는 각각 고정단으로 부터 간섭무늬 한개가 형성될 때마다 증가되는 면외변위량과 면내변위량을 나타내었다. 두 방향으로의 최대처짐을 $10\mu m$ 로 동일하게 하였으므로 각 x 지점에서의 두 변위량은 항상 같음을 알 수 있다. FEM, 탄성곡선 방정식의 계산결과와 실험결과를 비교 가능케 하였다. 면외변위에 대해서는 두 계산결과와 실험결과가 잘 일치하나 면내변위에 대해서는 약간의 차이가 있는데 이는 앞에서 설명한 이유로 유발된 것이다.

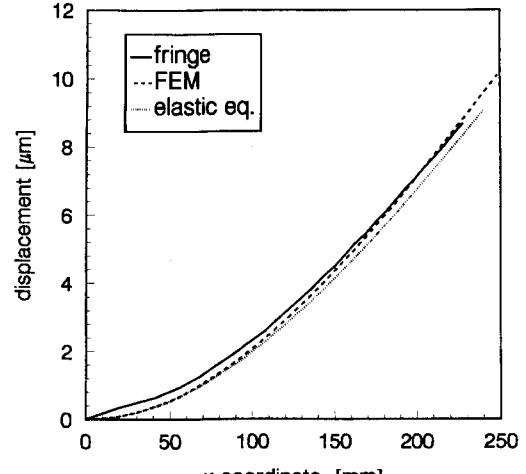
다음으로 변형률을 구하기 위해서는 Fig.7(a)의 결과를 표현할 수 있는 다항식을 구하여야 한다. 이는 최소자승법에 의해 구한 2차식으로 계산한 변형률과 FEM 계산결과와는 비교가 어려울 만큼 상당한 큰 오차를 발생시킴으로, 통계소프트웨어인 SAS 패키지를 사용하여 다항회귀분석(polynomial regression)으로 구한 3차식으로 간섭무늬로 부터의 변형률을 구했다.

$$w(x) = -3.45448 \times 10^{-10}x^3 + 2.4 \times 10^{-7}x^2 + 3.62 \times 10^{-7}x + 2.37 \times 10^{-4} \quad (6)$$

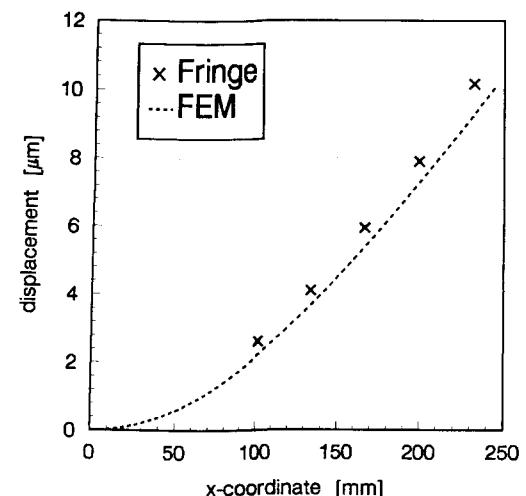
보나 쉘(shell)구조물과 같은 특정구조물인 경우는 그 구조물을 지배하는 변위-변형률 관계식을 사용하는 것이 훨씬 정확하고 효과적으로 변형률을 구할 수 있다. 굽힘변형을 받는 보에서 축방향으로의 변형률 ε_x 는 다음식과 같이 보의 두께방향의 변위 w 의 도함수로 구했다.

$$\varepsilon_x = -\frac{1}{2} h \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (7)$$

Fig.8과 Fig.9는 간섭무늬와 유한요소해석으로부터 구한 변형률, 응력분포를 나타냈다. Fig.8은 간섭무늬로부터 구한 3차식을 식(7)에 의해 구한 변형률과 FEM 이론해와의 비교, 그리고 Fig.9는 식(7)로부터 구한 변형률을 외팔보의 탄성계수를 곱해서 구한 응력치와 FEM 응력치를 함께 나타냈다. 이는 비교적 좋은 결과를 나타냈다. 그러므로 홀로그래픽 간섭무늬를 이용함으로써 기계나 구조물의 아주 민감한 부분의 변형



(a) out-of-plane



(b) in-plane

Fig.7 Comparison of the displacement obtained from the holographic fringe and the FEM result

및 응력측정에 비교적 높은 신뢰성을 가지고 응용될 수 있겠다.

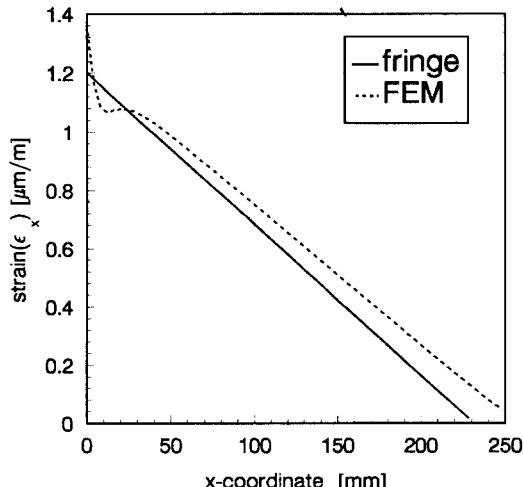


Fig.8 Comparison of the strain obtained from the holographic fringe and the FEM result

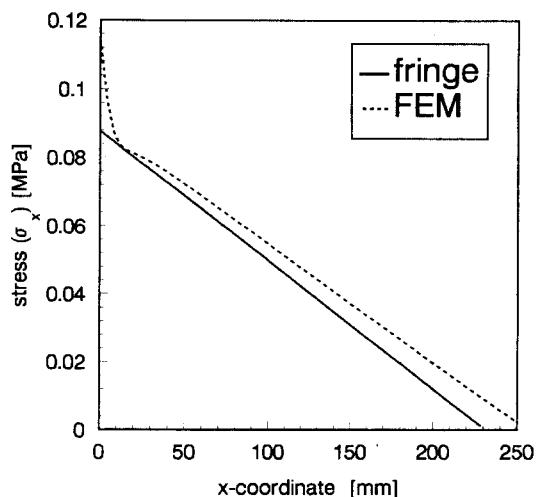


Fig.9 Comparison of the stress obtained from the holographic fringe and the FEM result

5. 결 론

외팔보에 면내처짐과 면외처짐을 분리하여 발생시켜 선명한 흘로그래프 간섭무늬를 얻었다. 순수한 면외처짐 발생시에는 간섭무늬가 외팔보의 폭방향으로 형성되며, 순수한 면내처짐 발생시에는 외팔보의 길이방향으로 형성되는 것을 알 수 있었다.

간섭무늬로부터 외팔보 각 지점의 변위량을 측정할 수 있었으며 이들을 식으로 나타하기 위하여 다항회귀분석법을 시도한 결과 3차식의 변위다항식을 구하였다.

변형률은 변위다항식의 2차미분으로 구하였으며 여기에 재료물성치 중 탄성계수를 고려하여 응력분포를 결정할 수 있었다.

앞으로 간섭무늬 해석시 영상처리기법을 사용하여 정밀하게 변위량을 측정함으로써 변형률 및 응력측정시 정확도를 높이고자 한다.

참고문헌

- (1) H.J. Lee, W.B. Hwang and H.C. Park, "Small Displacement Measurement by Holographic Interferometry", 大韓機械學會 論文集, Vol.16, No.5, pp.864, 1992
- (2) Y.U. Ko, Y.H. Kwon, D.I. Kang and S.O. Park, "Quantitative Interpretation of Holographic Fringe by Using Phase Shifting Method and Digital Image Processing", 大韓機械學會 論文集, Vol.16, No.9, pp.1728, 1992
- (3) J.W. Joo, Y.H. Kwon, S.O. Park, "Quantitative Analysis of 3-D Displacements Measurement by Using Holospeckle Interferometry", 大韓機械學會 論文集, Vol.17, No.5, pp.1208, 1993
- (4) Y.J. Kang, S.J. Moon, "The Measurement of Small Deformation by using Holographic Interferometry", 韓國精密工學會 論文集, Vol.12, No.9, pp.52, 1995
- (5) ANSYS, User's Guide for Revision 5.1, Swanson Analysis Systems, Inc., 1995
- (6) H.H. Kwon, Y.J. Shin, "Strength Analysis of Helical Gear Die for Cold Extrusion", '92 KOREA ANSYS User's Conference, NOVEMBER 5~6, 1992, pp.419~448.
- (7) H.H. Kwon, S.H. Kim, "Structure Analysis of the Chamfering M/C for Gear Machining", '94 KOREA ANSYS User's Conference, OCTOBER 20~21, 1994, pp.419~433.