

## Filtered-X LMS 알고리즘을 이용한 유연한 보의 능동진동 제어

“홍진석”, 손동구”, 박수홍”, 오재웅\*\*\*

(A Study on The Active Vibration Control of Flexible Beam Using Filtered-X LMS Algorithm)

( Jin-Seok Hong, Dong-gu Shon, Su Hong Park, Jae-Eung Oh )

### 개요

유연한 구조물의 진동문제에 대해 **Filtered-X LMS** 알고리즘을 이용한 제어계를 구성하고 디지털 신호처리보드를 이용하여 실시간 제어를 수행하였다. 예전에 이터는 피에조 세라믹을 사용하였고 정현파 및 백색잡음 가진 형태의 외란을 가하였다. 실험결과 1차 고유주파수에서 7dB 이상의 진동저감을 할 수 있었으며 관심 주파수영역 내에서 진동이 고르게 저감되었다.

### 1. 서론

구조물에 대한 저주파의 진동은 운송수단, 가전제품, 군용장비, 항공장비와 같은 많은 종류의 경량 유연 구조물에 있어서 지속적인 문제점으로 부각되어왔다. 특히 거대 우주 구조물에 적용되는 경량의 대형 구조물들은 매우 큰 부피와 구조적인 경감쇠 등으로 기계적으로 매우 유연한데 이런 구조물들은 유연성으로 인하여 외력에 대한 구조응답의 진폭이 커지며 일단 진동이 시작되면 낮은 고유진동수로 장시간 진동이 지속되므로 성능과 정숙성이 좋지 않은 영향을 미친다. 이런 바람직하지 않는 진동을 제어하기 위하여 많은 연구가 진행되고 있는데 구조물에 감쇠를 증가시키고 질량이나 강성을 부가하는 기존의 수동적 방법은 제어 효율이나 가격면에서 단점을 갖게 되므로 이에 대한 능동 진동제어 방법이 최근 활발히 연구되고 있다.<sup>[1]</sup> 또한 능동 진동제어를 효과적으로 수행하기 위해서는 적절한 가진 시스템이 선정되어 하는데 기존의 접 가진 시스템의 형태는 높은 감쇠율을 가지고 있으나 지지부에 대한 반작용력을 받는 등의 결점을 가지고 있다. 이러한 이유로 최근 피에조 세라믹(PZT), 피에조 폴리머(PVDF)와 같은 압전재료들이 더욱 현실적인 가진기로서 연구되고 있는데 이러한 재료들은 분포 특성, 가격, 효율, 부피 등의 측면에서 기존의 가진 시스템에 비하여 중요한 장점을 가지고 있다. 또한 구조물에 부착되어 압전재료의 수축, 팽창 운동에 의해 발생된 에너지를 부착된 구조물에서의 제어력으로 사용하여 진동 혹은 자세 제어에 활용하고 있다.<sup>[2]</sup>

한편, 최근에 능동제어로 구조물의 비선형성에 주목한 뉴럴이나 퍼지등의 알고리즘을 이용한 지능형 제어<sup>[3]</sup>나 고속

의 신호처리보드를 사용하고 최소평균자승(LMS)알고리즘을 이용한 제어<sup>[4]</sup>가 연구되고 있다. 본 연구에서 적용한 능동 제어는 외란 입력에 의해 생성된 출력을 없애기 위하여 부차적인 제어력을 추가하는 Filtered-X LMS 알고리즘<sup>[5]</sup>을 이용한 것이다. Gibbs 와 Fuller가 PZT를 이용하고 최소평균자승(LMS)알고리즘을 사용하여 정현파 외란입력이 가해질 때의 유연한 범의 진동파워흐름의 능동제어를 실험적으로 연구하였다.<sup>[6]</sup> 또한 Burris 와 Fuller가 Filtered-X LMS 알고리즘을 이용하여 정현파의 외란입력이 가해질 때 제어된 범 시스템의 고유특성(eigenproperties)에 대해 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험을 하였다.<sup>[7]</sup> 국내에서도 최근에 유연한 구조물의 능동제어에 대한 연구가 진행 중 인데 모의 실험 수준에 머물거나 임의외란 입력에 대한 실시간 제어에 대한 연구가 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 구조물진동을 효과적으로 감소시키기 위해 외팔보에 피에조 세라믹(PZT) 예전에 이터를 결합하여 사용하였으며 제어기로 디지털신호처리(DSP) 보드가 사용되었다. 연구에 사용된 구조물은 알루미늄 보이며 진동측정을 위해 갭센서(gap sensor)를 사용하였다.

### 2. 01

#### 2.1 오차 기준의 정식화

제어 신호를 만들기 위한 가장 일반적인 방법은 순차 필터에 의해서다. 어떤 시간  $k$ 에서 순차 필터(transversal filter)로의 입력 베타는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_k = [x_k \ x_{k-1} \ x_{k-2} \ \cdots \ x_{k-(N-1)}]^T \quad (1)$$

여기서,  $N$ 은 필터의 차수이고,  $T$ 는 행렬의 전치를 의미한다. 베타와 행렬은 대문자로, 스칼라는 소문자로 정의한다.

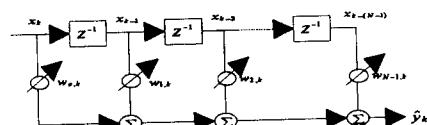


Fig. 2.1 The structure of transversal filter

각각의 시간에서 새로운 입력 샘플은 순차 필터로 들어가고, 이전의  $N$  샘플들은 다른 위치 이동하고, 각 단계에서의

\* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과  
\*\* 생산 기술 연구원  
\*\*\* 한양대학교 자동차공학과 교수

값들은 그 단계에 할당된 가중 계수에 의해 곱하여 진다. 결과는 필터 출력을 만들기 위하여 더하여 진다. k 번째 가중 계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_k = [ w_{0,k} \ w_{1,k} \ w_{2,k} \cdots \ w_{(N-1),k} ]^T \quad (2)$$

k 번째 필터 출력은

$$y_k = \sum_{i=0}^{N-1} w_{i,k} x_{k-i} = W_k^T X_k = X_k^T W_k \quad (3)$$

k 번째의 순차 필터로부터 이상적인 출력은 원하는 신호,  $d_k$ , 와 완전히 일치할 것이다. 결과적인 예측오차,  $e_k$ , 는 이 원하는 신호와 실제적인 필터 출력사이의 차이이다.

$$e_k = d_k - y_k = d_k - W_k^T X_k = d_k - X_k^T W_k \quad (4)$$

평균자승 예측오차  $\varepsilon$  는 계의 오차기준으로 사용되어 진다. 즉, 가중계수 벡터는 평균자승오차  $\varepsilon$  의 값을 최소화하기 위해서 적용되어진다.

$$\varepsilon_k \equiv E[ e_k^2 ] \quad (5)$$

여기서,  $E[ ]$ 은 팔호안의 기대값을 정의한다. (4)식을 (5)식에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= E[ (d_k - X_k^T W_k)^2 ] \\ &= E[ d_k^2 ] - 2E[ d_k X_k^T ] W_k + W_k^T E[ X_k X_k^T ] W_k \\ &= E[ d_k^2 ] - 2P_k^T W_k + W_k^T R_k W_k \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

$P_k$  = 원하는 응답과 입력 신호사이의 상호상관벡터

$$= E[ d_k X_k ]$$

$R_k$  = 입력자기상관행렬 =  $E[ X_k X_k^T ]$

## 2.2 LMS 알고리즘

참조 신호와 원하는 신호가 정상적인 통계적인 물리량이면 평균자승오차는 가중계수벡터  $W$ 의 이차함수임을 (6)식으로부터 알 수 있다. 그러므로, 성능 곡선(평균자승오차)는  $(N+1)$  차원의 고차곡선이다. 여기서  $N$ 은 필터 계수의 차수이다. 그러므로 평균자승오차의 기울기를 0 으로 둘수록써, 최소자승에러를 만드는 최적 계수 벡터를 발견하는 것이 가능하다.

$$\nabla_k = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial W_k} = 2 R_k W_k - 2P_k \quad (7)$$

그리므로, 최적계수벡터,  $W^*$ , 는 다음과 같이 정의된다.

$$W^* = R_k^{-1} P_k \quad (8)$$

시제열이 정상적이라고 가정하기 때문에 최적계수벡터는 시간에 독립적이어서 첨자  $k$ 는 생략하게 된다. (6)식에 (8)식을 대입하면 최소평균자승에러  $\varepsilon^*$  가 주어진다.

$$\varepsilon^* = E[ d_k^2 ] - P_k^T W^* \quad (9)$$

그리므로, 평균자승오차를 다시 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \varepsilon^* + [ W_k - W^* ]^T R_k [ W_k - W^* ] \\ &= \varepsilon^* - V_k^T R_k V_k \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $V_k$ 는 계수분산벡터이다.

$$V_k = W_k - W^* \quad (11)$$

보통 입력자기상관행렬 또는 자기상관행렬을 결정하는 것인 계산적으로 효과적인 것은 아니다. 이러한 이유로 경사하강 알고리즘은 그것의 최적값을 향하여 필터 계수를 적용시키기도 한다. 경사하강 알고리즘은 필터 계수가 2 차 함수의 최소값을 향하여 하강하도록 k 번째 필터 계수에 여러 표면의 음의 경사치의 부분을 더함으로써 작동한다.

$$\nabla_k = \frac{\partial \varepsilon_k^2}{\partial W_k} = -2 e_k X_k \quad (12)$$

(12)식에서 이 예측된 경사치를 이용하여 필터계수 갱신식이 다음과 같다.

$$W_{k+1} = W_k + 2\mu e_k X_k \quad (13)$$

식(13)에서 수렴계수  $\mu$ 는 식(14)에 의해서 구해진다.

$$\mu = 1/\lambda_{\max} \text{ or } \mu = 1/\text{tr}[ R ] \quad (14)$$

여기서,  $\lambda_{\max}$  :  $R$ (입력자기상관행렬)의 고유치 중 최대값

$$\begin{aligned} \text{tr}[ R ] &= \text{trace}[ R ] \\ &= R(\text{입력자기상관행렬}) \text{의 대각요소의 합} \end{aligned}$$

식(14)에서 계의 모든 고유 모드에서의 수렴 계수는  $\mu$ 가  $\mu \lambda_{\max} < 1/2$  로 될때까지 증가한다.

## 2.3 Filtered-x LMS 알고리즘

오차 센서에서 계측된 신호는 전동원으로 인한,  $p_k$ , 그리고 이차 가진원으로 인한,  $s_k$ , 두 부분으로 구성된다. 이 신호들은 크기에서 동일하고, 위상에서 반대이면 오차 센서에서의 진동은 없어지게 될 것이다.

$$e_k = p_k + s_k \quad (14)$$

k 번째에 오차 센서에서 계측된 이차 진동 신호는 k 번째에 제어기에서 보내진 신호는 아니다. 오히려, 제어 신호는 액추에이터의 특성 전달함수 A에 의해 수정되어지고, 액추에이터와 오차 센서사이의 한정된 거리로 인해 n 샘플

이 지연되어 진다. 또한, 전체 오차 신호는 오차 센서 전달 함수  $M$ 에 의해 수정되어 진다. 그러므로 계에 의해 받는 실제적인 오차 신호는 다음과 같다.

$$e_k = (p_k + W_{k-n}^T X_{k-n} A) M \quad (15)$$

만약 신호가 정현파이다면, 오차 센서와 제어 액츄에이터의 전달함수는 단순한 이득과 위상 이동으로 생각할 수 있다. 일반적인 광대역 진동의 경우, 그것들은 유한 임펄스 응답 필터, 또는 벡터량으로 생각할 수 있다. (15)식을 단순화하기 위해서  $k$  번째의 필터링된 진동원 신호  $G$  그리고 필터링된 참조 신호  $F$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$G_k = p_k M, \quad F_k = X_{k-n} A M \quad (16)$$

순간 오차 신호에 근거한 경사 예측치는 다음과 같다.

$$\bar{v}_k = \frac{\partial e_k^2}{\partial W} = 2 e_k F_k \quad (17)$$

따라서 수정된 LMS 알고리즘은 다음과 같다.

$$W_{k+1} = W_k - 2\mu e_k F_k \quad (18)$$

특별히 식(17)에는 주목해야 하는 두 가지 특성이 있다. 첫째는 오차 예측치, 식(15)에서의 시간 지연의 효과이다. 만약 계수가 매 샘플마다 적용된다면  $k$  번째의 경사 예측치는 전  $n$  샘플의 계의 응답에 근거한다. 이것은 계의 안정성의 한계에 중요하게 영향을 줄 수 있다.

식(18)에서 알고리즘의 가능한 수행의 불록선도는 Fig 2.2에서 보여 준다. 참조 신호,  $X$ ,는 적용 알고리즘에서 사용되기 전에, 액츄에이터와 오차 센서 특성함수의 예측치에서 포함된  $n$  샘플의 예측치에 의해 지연된다. 그러므로, 계산은 필터링된 참조 신호의 예측치에 근거한다.

$$\hat{F}_k = \hat{X}_{k-n} \hat{A} \hat{M} \quad (19)$$

여기서,  $\hat{\cdot}$ 은 예측치를 정의한다. 그러므로, 알고리즘의 실제적인 수행은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_{k+1} &= W_k - 2\mu e_k \hat{F}_k = W_k - 2\mu \hat{F}_k (G_k + W_{k-n}^T F_k) \\ &= W_k - 2\mu (\hat{F}_k G_k + \hat{F}_k F_k^T W_{k-n}) \end{aligned} \quad (20)$$

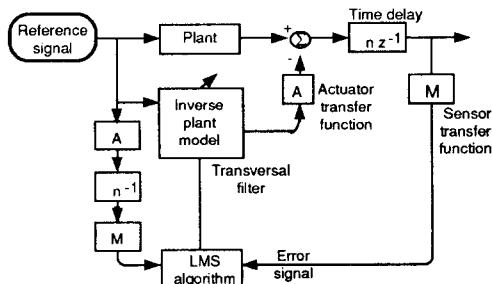


Fig 2.2 Block diagram of the practical implementation of active vibration control

### 3. 실험적 해석 및 고찰

#### 3.1 실험 장치 및 실험 방법

Fig 3.1은 본 연구의 실험장치 구성도이다. 외팔보는 알루미늄합금이고, 길이 34cm, 폭 3cm, 두께 7mm의 크기를 갖는다. 외란입력으로 빔에 수직하게 점 가진을 하였다. 외팔보에 제어력을 가하기 위해 피에조 세라믹 재료가 사용되었으며, 길이 5cm 폭 1.2cm 두께 5mm의 크기를 갖는다.

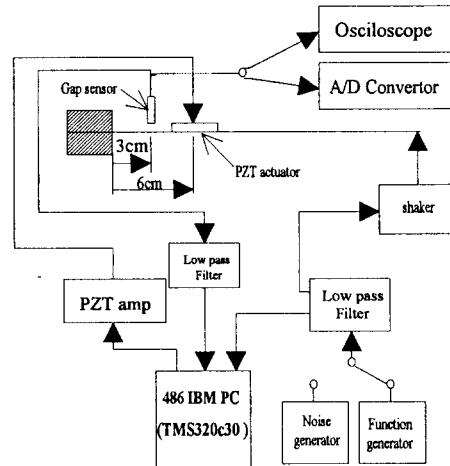


Fig 3.1 Experimental apparatus for active vibration control

가진신호는 신호발생기(function generator), 잡음발생기(noise generator)로 발생시켰다. 가진신호와 에러센서 모두 300Hz 저주파통과 필터(Lowpass filter)를 걸었다. 제어신호는 피에조 세라믹 증폭기(PZT Amplifier ( 출력 ± 170V))에 의해 증폭되었으며 에러센서신호는 갱센서(gap sensor)를 이용하여 무접촉으로 측정되었다. 오실로스코프(HP 54503A)는 센서신호의 모니터를 위해 사용되었으며, FFT 분석기(SA390)는 센서신호의 주파수 분석을 위해 사용되었으며, A/D 컨버터(convertor : NANOTECH Lab-V)는 센서신호로 들어오는 시계열 데이터를 저장하기 위해 사용되었다.

제어는 TMS320c30 DSP Board가 장착된 486 IBM PC를 이용하여 수행하였다. 외팔보계의 모델링에 사용된 FIR계수는 150차이고 샘플링 주파수는 1kHz 이었다. 제어알고리즘은 아셈블리 언어로 작성했고 다운로드 프로그램은 C 언어로 작성됐다.

실험은 우선 외팔보계(외팔보+PZT)에 백색잡음을 가진신호로 가하여 고유진동수를 알아낸다. 이때는 제어력을 가하지 않는다. 알아낸 각각의 고유진동수에 해당하는 정현파로 가진하여 에러측정위치에서의 신호를 측정했다. 다음으로 백색잡음을 가진하여 역시 에러측정위치에서 신호를 측정하였다. 두 실험에서 시계열 데이터와 주파수 데이터가 측정됐다.

## 3.2 실험 결과 및 고찰

Fig 3.2 에 측정된 외팔보계의 전달함수를 나타냈다. Fig 3.3에서 Fig 3.5 까지 외팔보계의 고유진동수 중 24 Hz, 66 Hz, 140 Hz에 해당하는 정현파 가진을 했을 때 제어 전파 제어 후의 에러 센서신호의 주파수 분석 결과 및 시계열 데이터 측정 결과를 나타냈다. 정현파 가진시의 주파수 분석결과 각각의 입력주파수에 대해서는 제어수행 후 많은 저감이 됨을 알 수 있다. 또한 시계열 데이터에서는 짧은 시간에 제어가 수행됨을 알 수 있다.

Fig 3.6에 밤 시스템에 백색잡음으로 가진 했을 때 제어전과 제어후의 에러센서 신호의 주파수 분석결과 및 시계열 데이터 측정 결과를 나타냈다. 주파수 분석에선 1차 고유주파수에서 7dB 이상 저감되었으며 각 고유주파수 뿐 아니라 전체적으로 고르게 저감이 이뤄짐을 알 수 있으나, 제어 후 고유주파수가 약간 이동됨을 알 수 있다.

시계열 데이터에서도 역시 진동 제어가 됨을 알 수 있다.

## 4. 결 론

이상과 같이 정현파 및 백색잡음의 외판입력을 받는 유연한 보에 가진기로 피에조 세라믹(PZT)을 사용하고 디지털 신호처리(DSP) 보드에 Filtered-X LMS 알고리즘을 이용하여 실시간 능동진동제어가 가능함을 알 수 있었다. 제어결과 정현파 가진에서 가진 주파수의 저감이 뚜렷했으며 비교적 짧은 시간에 진동제어가 됨을 알 수 있었다.

백색잡음 가진에선 1차 고유주파수에서 7dB 이상의 진동저감을 할 수 있었으며 관심 주파수영역 내에서 고르게 저감되었고 시계열 데이터에서 진동제어가 되고 있음을 알 수 있었다.

향후 피에조 폴리머(PVDF)등을 센서로 이용하여 구조물에 가진기와 센서가 부착된 시스템에 대한 능동진동제어에 대한 연구가 기대된다.

## 참고문헌

- 1) A. Bas, and S. Poh, "Performance of an Active Control System with Piezoelectric Actuators", *Journal of Sound & Vibration*, No.2, pp.327~343, 1988
- 2.) S. Y. Hong, *Active Vibration Control of Adaptive Flexible Structures Using Piezoelectric Smart Sensors and Actuators*, Ph.D. Thesis of the Pennsylvania State University, USA, 1993
- 3) 신 준, 자기조정 학습계수 알고리즘을 이용한 소음 진동의 능동제어, 한양대학교 박사학위 논문, 1994
- 4) 김홍섭, 자동차 실내 엔진 소음의 능동제어에 관한 연구, 한양대학교 석사학위 논문, 1992
- 5) B.J.Widrow and S.D.Stearns, *Adaptive signal processing*, Englewood Cliff, New Jersey : Prentice-Hall, 1985
- 6.) G.P.Bibbs and C.R.Fuller, "Experiments on active control of vibrational power flow using piezoceramics actuators and sensors", *AIAA*, Paper 90-1132, 1990
- 7) R.A.Burrisso and C.R.Fuller, "Theory of feedforward controlled system eigenproperties", *Journal of Sound an Vibration*, 153(3), 437~451, 1992

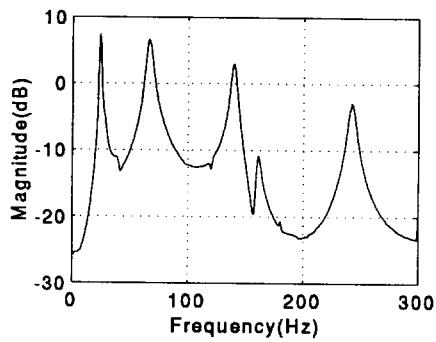
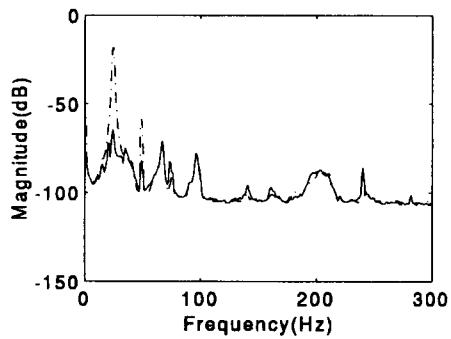
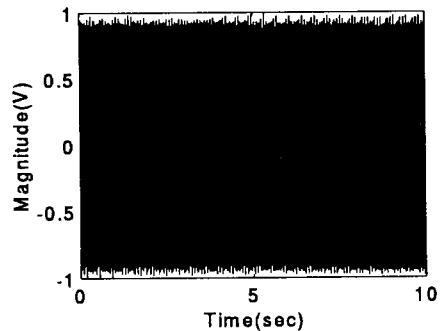


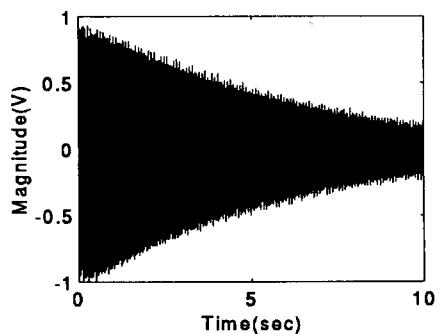
Fig. 3.2 Transfer function of system



(a) Frequency analysis  
 ( - - - : without AVC --- : with AVC )

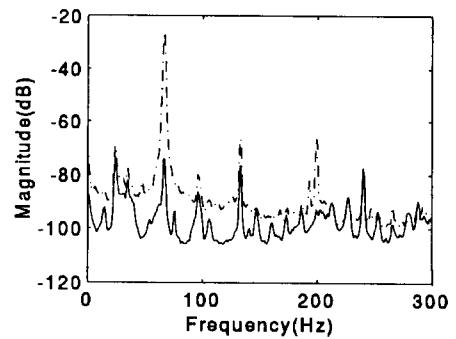


(b) Time response from error sensor (without AVC )

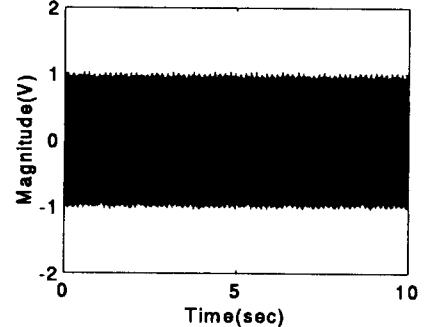


(c) Time response from error sensor (with AVC )

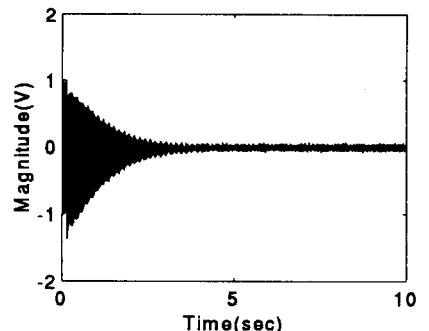
Fig. 3.3 Results of sine 24 Hz exciting



(a) Frequency analysis  
 ( - - - : without AVC --- : with AVC )

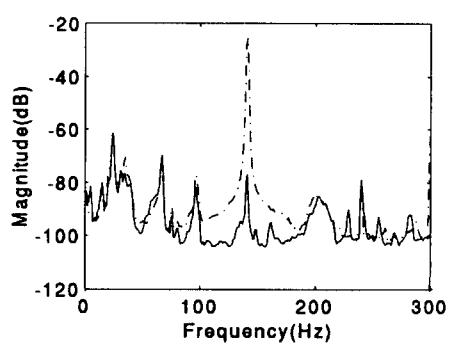


(b) Time responce from error sensor (without AVC )

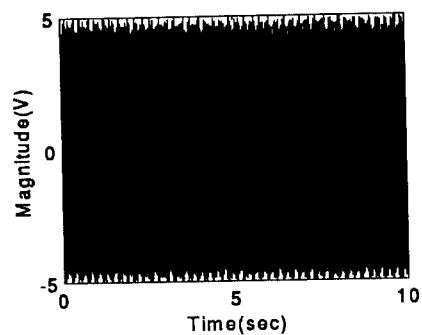


(c) Time responce from error sensor (with AVC )

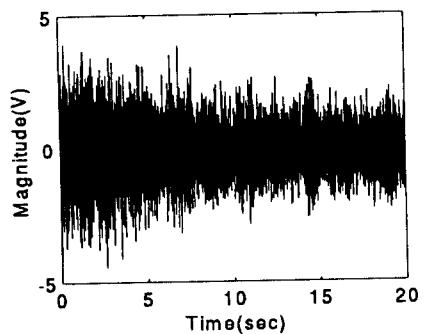
Fig. 3.4 Results of sine 66 Hz exciting



(a) Frequency analysis  
 ( - - - : without AVC --- : with AVC )

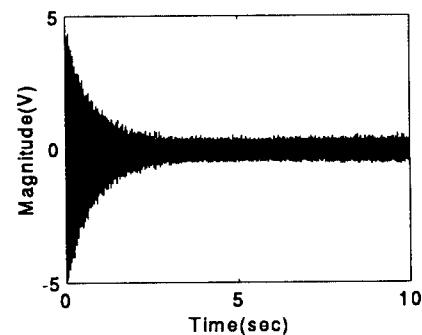


(b) Time response from error sensor (without AVC)



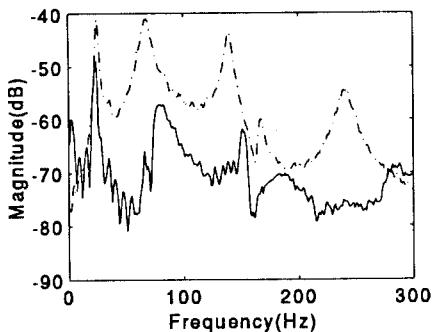
(c) Time response from error sensor (with AVC)

Fig. 3.6 Results of white noise exciting

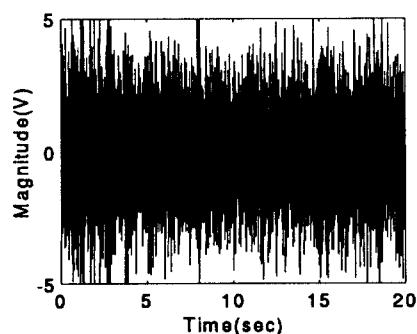


(c) Time response from error sensor (with AVC)

Fig. 3.5 Results of sine 140 Hz exciting



(a) Frequency analysis  
 ( - - - : without AVC --- : with AVC )



(b) Time response from error sensor (without AVC)