

## 포텐셜 에너지를 이용한 5축 NC 밀링의 공구방향 결정

조인행\*, 이건우\*\*

### Determination of Tool Orientation in 5-axis Milling Using Potential Energy Method

Inhaeng Cho\* and Kunwoo Lee\*\*

#### ABSTRACT

A method for determining the collision-free tool orientation for 5-axis milling is presented. In 5-axis milling, the proper tool orientation as well as the optimal CC-data has to be selected to machine the workpiece efficiently and accurately. Essentially, the tool orientation should be determined to avoid collisions between the tool and the workpiece and to enable efficient machining. In this work, the tool orientation is determined at every CC-point which is assumed to be given. The procedure uses the potential energy method that assumes the tool and the part surfaces are charged with static electricity. This approach can detect both global and local collisions ( gouging ) irrespective of the tool shape. Further, in order to increase the machining efficiency, the material removal rate is maximized simultaneously.

**Keywords :** 5-axis milling, tool orientation, potential energy, collision, gouging

#### 서 론

5축 NC 밀링 가공은 기존의 3축 NC 밀링 가공으로는 가공이 불가능한 제품을 가공하기 위하여 X, Y, Z 3축 외에 두 개의 회전자유도를 추가한 것이다. 5축 가공이 많은 설비투자 비용에도 불구하고 최근 사용이 증가하는 이유는 세팅( setup )회수를 크게 줄일 수 있고, 불록( convex )하거나 곡률이 크지 않은 오목( concave )한 곡면에 대하여 볼엔드밀 대신 평엔드밀이나 필렛엔드밀을 사용하여 가공효율을 크게 향상시킬 수 있으며, 각 공구접촉점( CC-point )마다 공구방향을 최적으로 유지하여 가공정밀도를 항상 시킬 수 있기 때문이다. 그러나, 이상의 장점들을 활용하려면, 기존의 3축 가공의 가공데이터에 공구방향( 공구자세, tool orientation ) 데이터를 추가해 주어야 한다. 이 공구방향은 과정작을 막기 위하여 모델링

된 가공곡면과 충돌, 간섭을 일으키서는 안 되고, 동시에 가공 효율을 최대로 향상시킬 수 있어야 한다. 이를 보장하는 공구방향을 생성하기 위해서는 빠른 시간 안에 충돌을 검색할 수 있는 알고리즘과 정확한 언더컷량을 계산할 수 있는 알고리즘의 개발이 요구된다.

5축 가공 데이터를 산출하는 기존의 방법에서는 모든 공구 접촉점에 대하여 법선벡터에 일정한 각( Sturz angle )만큼 기울인 공구방향을 사용하거나, 가공 효율만을 고려하여 공구방향을 결정한 뒤, 충돌이 발생하면 공구방향을 변화시킨다. Andras<sup>[1]</sup>는 Filleted-end mill에 대한 커션 모양식을 유도하여, 가공곡면의 CC-point에서의 곡률과 tool-swept volume 의 곡률이 일치하는 방향을 공구방향으로 결정하고, 결정된 공구방향으로부터 커션 높이를 예측하여 다음 공구경로의 공구접촉점( CC-point )를 구하였다. Mullins 등<sup>[2]</sup>은 곡면의 곡률과 Filleted-end mill의 근사화된 tool swept curve를 이용하여 공구방향을 정한 뒤, 역시 커션높이를 예측하여 다음 공구경로의 공구접촉점

\* 서울대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 서울대학교 기계설계학과

을 구하였다. Li 등<sup>[3]</sup>은 가공곡면을 허용공차 안에 들어가는 삼각형의 집합으로 균사화하여 이 facet의 집합과 평면과의 교선을 그대로 공구경로로 사용하고, facet의 normal에 대하여 feed 방향으로 일정 각도( Sturz angle ) 기울인 방향을 공구방향으로 사용하였다. 이 때, CC-point 주변의 삼각형들과 간섭 검사를 수행하여 간섭이 생기면 CC-point를 중심으로 feed 방향으로 간섭이 없어질 때까지 회전시킨다. Takeuchi 등<sup>[4]</sup>은 공구에 검사점( check point )들을 선정하여 이 점들이 가공 모델( CSG 형태 )의 안에 있는가 검사한다. 충돌이 발생하면 충돌이 생긴 반대 방향으로 공구방향을 변경시켜 다시 검사를 수행한다. 충돌 검색에는 솔리드 모델링 기법을 사용하였으므로 가공 모델이 CSG 형태일 때만 검사가 가능하다. Choi 등<sup>[5]</sup>은 커션 높이에 관한 식을 유도하여 이를 목적함수로 최적화를 수행하였다. 여기서는 검사 경로를 따라가며 충돌검사를 수행하여 충돌이 없는 해 존재영역( feasible region )을 찾은 뒤, 여기서 최적화를 수행한다. 이 방법은 해 존재영역의 도달시간이 검사 경로의 선택에 좌우되기 때문에, 적절한 검사 경로의 선택이 중요하다. 조현덕<sup>[6]</sup>은 자유 곡면의 5축 가공에 평엔드밀( flat end-mill ) 사용 시 공구경로와 공구방향을 구하였다. 여기서, 공구방향은 공구접촉점을 기준으로 공구 바닥면이 자유곡면에 간섭( interference )을 일으키지 않는 최소 방향각으로 결정하였다. 이 때 간섭 검사는 곡면과 엔드밀 바닥면의 z값을 비교하는 z-map 방법으로 한다. 간섭이 있으면 간섭이 일어난 반대 방향으로 간섭이 발생하지 않을 때까지 공구방향을 조절한다.

본 연구에서는 충돌 문제와 가공 효율 문제를 동시에 고려한 효율적인 공구방향 선정 방법을 개발하였다. 즉, 가공 효율을 최대화하기 위한 조건으로 임의의 공구 접촉점에서 공구 이동체적( tool swept volume )의 형상과 가공 곡면의 국부적인 형상이 최대한 유사하도록 최적화 연산을 수행하였으며, 이때 충돌과 간섭이 발생하지 않도록 해석적인 구속 조건식을 도입하였다. 이 구속 조건식은 공구계와 가공 곡면의 표면에 인공적인 정전기적 부하가 걸렸다고 가정하면 충돌이나 간섭이 발생할 때 부하 곡면들이 서로 반발하는 성질을 이용하여 유도하였다.

이 때 공구경로 정보( CC-data )는 입력으로 주어진다고 가정하였다.

## 공구방향 결정변수

5축은 기존의 X, Y, Z 3축에 두개의 회전 자유도를 추가한 것으로, 두개의 회전축을 추가하는 방법에는 이론적으로 48 가지가 가능하다. 이 중 두 개의 회전 자유도가 분리되지 않은 것은 8 가지가 존재하는데, 4 가지는 주축에, 나머지 4 가지는 테이블에 두 개의 회전 자유도를 추가하는 것이다.<sup>[7]</sup>

본 연구에서는 advance angle, tilt angle 형의 5축 가공 방식을 기준으로 공구방향을 계산하였다. 이 두 회전각을 정의하기 위한 곡면상의 국부 좌표계를 Fig.1에 정의하였다. 여기서,  $f$ 는 공구의 진행 방향이고,  $n$ 은 곡면의 법선 방향, 그리고,  $b$ 는  $f$ 와  $n$ 의 외적 벡터이다. Fig.2에 나타낸 바와 같이, 이 국부 좌표계에서 공구가  $b$ 에 대하여 회전한 각을 advance angle  $\alpha$ ,  $f$ 에 대하여 회전한 각을 tilt angle  $\beta$ 라고 한다. 일반적으로  $\alpha$ 는 항상 0 보다 작거나 같은 값을 갖고,  $\beta$ 는 부호의 제한이 없다.

주어진 공구 접촉점( cutter contact point )에서 공구방향을 결정하는 것은 이 두 개의 회전각 advance angle  $\alpha$

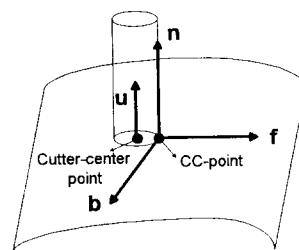


Fig.1 Local coordinate system (  $b$ ,  $f$ ,  $n$  )

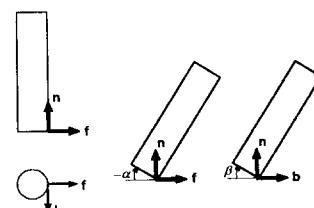


Fig.2 Definition of  $\alpha$ ,  $\beta$

와 tilt angle  $\beta$ 를 결정하는 것을 뜻한다. 실제 5축 기계에서 이용되는 CL-data는 공구 중심점( cutter center point )과 공구축 벡터  $\mathbf{u}$ 로 표현 되며 이는 두 개의 회전각과 국부 좌표계의 관계로부터 쉽게 유도할 수 있다.

## 포텐셜 에너지(Potential Energy)

정전하( electrostatic charge )로 대전된 곡면이 기하 공간( Euclidean space ) 상에 놓이게 되면, 이 곡면은 곡면 주위에 정전기장( Potential Field )을 형성하게 된다. 곡면에 대전 입자들이 고루 분포되어 있다고 가정하면 입자의 한 점  $\bar{P}(x, y, z)$ 에서의 정전기장의 세기는 다음과 같다.

$$\Phi(\bar{P}) = \int_S \frac{\rho}{k|\bar{R}|} dS$$

where,  $\rho$  = charge density  
 $k$  = proportional constant  
 $\bar{R}$  = position vector from  $dS$  to  $\bar{P}$

또한, 전하량  $q$ 로 부하된 입자  $\pi$ 가 이 정전기장 안에 있을 때, 이 입자 내부에 저장되는 포텐셜 에너지(potential energy)는 다음과 같다.

$$U(\pi) = \int_S \frac{q\rho}{k|\bar{R}|} dS$$

where,  $|\bar{R}|$  = position vector from  $dS$  to  $\bar{Q}$   
 $q$  = electrostatic charge

한편,  $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ 의 부하 곡면 집합에 의하여 곡면  $S^*$ 에 저장되는 포텐셜 에너지는 중첩의 원리(superposition theorem)에 의하여,

$$U(S^*) = \sum_{i=1}^n \int_{S_i} \frac{\rho_i}{k_i} \int_{S^*} \frac{\rho^*}{|\bar{R}|} dS^* dSi$$

where,  $\rho_i$  = charge density of  $i$ th surface  
 $k_i$  = proportional constant of  $i$ th surface  
 $\rho^*$  = charge density of surface  $S^*$

로 정의할 수 있다. 이 때 곡면들 간에 생기는 반발력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{F}(S^*) &= -\nabla U(S^*) \\ &= \sum_{i=1}^n \int_{S_i} \frac{\rho_i}{k_i} \int_{S^*} \frac{\rho^* \bar{R}}{|\bar{R}|^3} dS^* dSi \end{aligned} \quad (4)$$

마찬가지로,  $n$  개의 부하 곡면과  $m$  개의 부하 곡면 간에 저장되는 포텐셜 에너지는 역시 중첩의 원리에 의하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$U = \sum_{i=1}^m \int_{S_i} \sum_{j=1}^n \int_{S_j} \frac{\rho_i \rho_j}{k} \frac{1}{|\bar{R}|} dS_i dS_j \quad (5)$$

본 연구에서는 이와 같이 대전된 곡면 간에 저장되는 포텐셜 에너지와 이에 따른 반발력을 5축 NC 밀링 가공에 적용하여, 충돌, 간섭이 없는 공구방향을 신속하게 찾는 알고리즘을 개발하였다. 즉, 공구계와 가공 곡면에 가상적인 정전기를 부하하여, 이 때 생기는 포텐셜 에너지와 이에 따른 반발력을 이용하였다.

부하된 두 물체의 거리가 가까울수록 포텐셜 에너지 준위는 높아지고 반발력도 커지므로, 공구계와 가공물이 너무 가깝거나 충돌이 일어나게 되면 이 에너지가 매우 커지게 된다. 즉, 에너지 값이 클 때에는 가공이 불가능하므로 가공이 가능한, 즉 충돌이 없는 방향을 산출하여야 한다. 반면, 충돌, 간섭이 없는 가공이 가능한 상태에서는 식(6)과 같이 에너지 값이 어떤 일정한 값 이하로 유지될 것이다.

$$U = \sum_{i=1}^m \int_{S_i} \sum_{j=1}^n \int_{S_j} \frac{\rho_i \rho_j}{k_i} \frac{1}{|\bar{R}|} dS_i dS_j < K \quad (6)$$

그러나, 이와 같은 방법으로 충돌을 검색하는 방법에는 두 가지 문제점이 있다. 첫째, 식(6)의  $K$  즉 충돌을 일으키기 시작할 때의 에너지 값이 모든 공구 접촉점에서 다르므로, 이를 상수로 정의할 수 없다. 둘째, 가공시 공구 접촉점에서는 공구가 가공 곡면과 접촉하고 있고, 또한 공구 끝 주위는 가공 곡면과 근접해 있으므로 이곳에서 항상 에너지 값이 커진다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여, Fig.3과 같은 기존의 에너지 준위 함수를 Fig.4와 같이 수정하여 정의하였다.

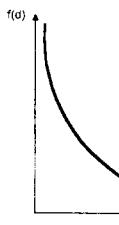


Fig.3 Energy function

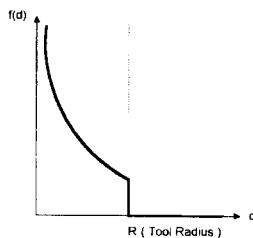


Fig.4 Modified energy function

Fig.3 은 곡면상의 한 점과 공구 중심축간의 거리  $d$  와 에너지 준위와의 관계를 나타낸 곡선으로서, 공구와 곡면간의 거리가 가까워지면 에너지가 거리에 반비례하여 증가한다. 그러나, 이 함수를 사용할 경우 공구와 가공 곡면이 상당히 떨어져 있어도 미소하나마 에너지가 발생하고 공구 접촉점에서는 항상 에너지가 커지는 앞의 두 문제가 발생하게 된다. 그러나, Fig.4 와 같은 에너지 함수를 사용하면, 공구와 가공 곡면이 충돌할 때에만 에너지가 발생하여 충돌이 없을 때에는 에너지 값이 0 이 된다. 즉, 충돌이 없는 조건식으로서 식(6)의 부등식을 식(7)과 같은 등식으로 수정할 수 있다.

$$U = \sum_{i=1}^m \int_{S_i} \sum_{j=1}^n \int_{S_j} \frac{\rho_i \rho_j}{k_i} f(d) dS_i dS_j = 0 \quad (7)$$

$$f(d) = \begin{cases} \frac{1}{d} & (0 < d < R_t) \\ 0 & (d \geq R_t) \end{cases}$$

where,  $R_t$  = tool radius

식(7)을 만족하지 않는 경우는 에너지 값이 0 보다 크기 때문에 충돌이 발생할 경우이며 이때 발생하는 반응을 이용하면 충돌이 없는 공구방향을 찾을 수 있다. 식(4)에서 보듯이 반발력은 에너지 구배(energy gradient)의 반대 방향이므로 에너지를 감소시키는 방향은 충돌을 회피하는 방향이다. 식(7)에서  $d$ 는  $\alpha$ ,  $\beta$ 의 함수이므로,  $U=f(\alpha, \beta)$ 라고 할 수 있다. 따라서 충돌이 발생하면 두개의 결정 변수  $\alpha$ ,  $\beta$ 에 대하여  $U$ 를 미분하여  $U$ 가 감소하는 방향을 구할 수 있고, 이 방향은 충돌이 줄어드는 방향이라고 할 수 있으므로, 이 방향으로  $\alpha$ ,  $\beta$ 를 변경시키면 에너지 값이 0 인 각도 영역에 도달하게 된다.

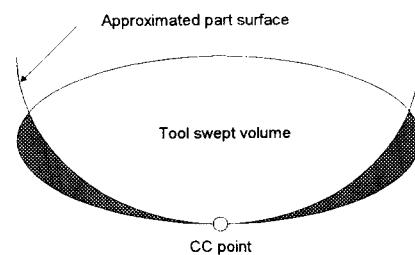
## 가공효율의 최대화

5 축 가공의 장점 중 하나는 공구접촉점마다 죄적의 공구방향을 설정함으로써, 가공정밀도를 최대화하여 과정 삽이 없이 가공시간과 후처리량을 최소화할 수 있다는 것이다. 즉, 죄적의 공구방향은 가공된 부분의 모양과 모델링된 곡면의 모양이 최대한 유사한 모양을 갖도록 하는 방향이다. 이를 위하여, 본 연구에서는 가공 곡면의 모양과 공구 끝의 모양 간의 유사성을 나타내는 정량적인 기준으로 공구 접촉점에서 가공곡면과 공구 이동체적 곡면 간의 곡률 차이를 이용하였다. 이 때의 곡률 방향은 공구 이송 방향에 수직한 방향으로 설정하였다. 가공곡면상의 공구접촉점에서의 곡률  $K$ 는 본 연구에서 사용한 NURB<sup>[8]</sup> 곡면을 미분하여 구하였고, 공구접촉점에서의 공구이동체적(Tool swept volume)의 곡률은 Andras<sup>[11]</sup>가 필렛엔드밀에 대하여 다음과 같이 유도한 식을 사용하였다.

$$\kappa = \frac{(1 - (\cos\alpha \cos\beta)^2)^2}{\operatorname{sign}(\sin\alpha)R \sin^2\alpha - r(1 - (\cos\alpha \cos\beta)^2)^2} \quad (8)$$

이 곡률은 공구이동체적을 이송방향에 수직한 평면으로 투영시켰을 때, 투영된 곡선의 곡률을 뜻한다. 또한 이 식은  $r=R$  일 때에는 불엔드밀,  $r=0$  일 때에는 평엔드밀에 적용될 수 있다.

두 곡률 간의 차이가 적을수록 두 곡면은 유사하다고 할 수 있으므로  $\kappa - K$ 를 목적함수로 설정하고  $\alpha$ ,  $\beta$ 를 결정 변수로 최소화를 수행한다. 여기서, 가장 이상적인 상태는  $\kappa$  와  $K$  가 같아지는 경우이며,  $K$  가  $\kappa$  보다

Fig.5 Overcut occurs when  $K$  is larger than  $\kappa$

커지면 Fig.5에서와 같이 오히려 간섭이 생길 수 있다.

이를 방지하기 위하여, 본 연구에서는  $\kappa - K > 0$  이라는 식을 최소화 수행 시 제한 조건식의 하나로 사용하였다. 즉, 포텐셜에너지 = 0 라는 식(7)과  $\kappa - K > 0$  을 제한 조건식으로 놓고  $\kappa - K$  를 최소화한다. 최소화 수행 시 결정변수  $\alpha$  와  $\beta$  의 범위는 5축 기계의 작동 범위 와 가공물의 고정구 방향( fixture orientation )에 따라 결정된다.

## 적용 예

본 연구에서는 이상의 내용을 Silicon Graphics 사의 Indigo2 Workstation<sup>®</sup>에서 구현하였다. 자유곡면을 디자인하고 결정된 공구경로와 공구방향을 검증하기 위한 CAD 시스템은 서울대학교 기계설계학과 CAD연구실에서 개발한 곡면 모델링 시스템을 사용하였다. 이 시스템에서는 곡면을 형상의 복잡성 여부에 관계없이 하나의 데이터로 표현할 수 있는 NURBS( Non-Uniform Rational B-Spline )를 사용한다.

충돌이 쉽게 발생하는 모델에 대한 공구방향을 산출하기 위해서 Fig.6과 같이 직육면체에 바구니 모양의 흠이 파져 있는 자유곡면 모델로 시험해 보았다. Fig.7은 Fig.6의 바닥면의 가운데에 있는 가공집 상에서  $\alpha$ ,  $\beta$ 에 관해  $-15^{\circ} \leq \alpha \leq 0^{\circ}$ ,  $-90^{\circ} \leq \beta \leq 0^{\circ}$ 에 대한 포텐셜 필드이다. Fig.7에서, 바닥 부분이 에너지 값이 0 인 부분, 즉 충돌이 일어나지 않는 부분이다. 에너지가 0 이 아닌 부분에 공구가 있는 경우는 구배( gradient )계산에 의하여 바닥면으로 찾아가게 된다. Fig.8은 Fig.6의 곡면에 해당하는 공구방향을 계산한 것이다. 여기서 사용한 공구집속점( CC-point )은  $v = 0.5$ 의 등 매개변수 곡선 상에서 매개변수  $u$ 를 0.1씩 증가시키며 구한 것이다. 가공 대상의 고정방향을 바꾸지 않고는 가공이 불가능한 점에 대해서는 공구방향의 결정이 불가능하므로 도시되지 않았다.

Fig.9 와 Fig.10 은 각각 임의의 자유곡면 모델과 '탈' 모델에 대하여 공구방향을 구해 본 것이다. 여기서, 공구 경로는 등 매개 변수 곡선을 사용하였다.

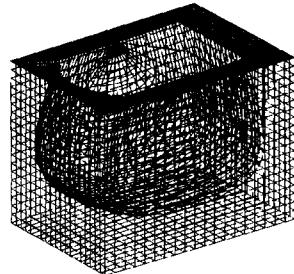


Fig.6 Freeform surface model

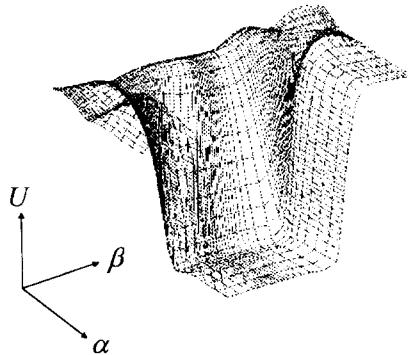


Fig.7 Potential field

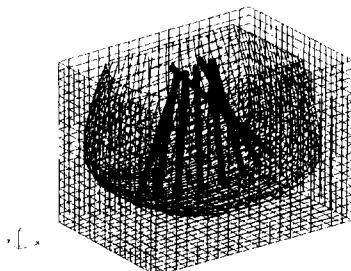


Fig.8 Determined tool orientation

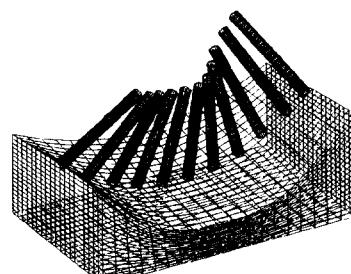


Fig.9 Determined tool orientation for freeform surface model

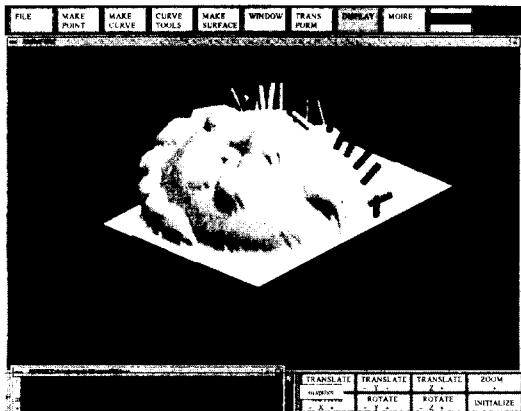


Fig.10 Determined tool orientation for 'Korean Mask'

## 결론 및 연구과제

본 연구에서는 5축 NC 밀링 가공에서 공구와 가공 물간의 충돌, 간섭을 피하기 위해 포텐셜 에너지 방법을 이용하였다. 또한 공구 접촉점에서의 공구 이동체적과 가공 곡면의 곡률 차이를 최소화하여 가공 효율을 최대화 하였다. 본 연구는 충돌 문제와 가공 효율 문제를 동시에 고려하여 복잡한 형상을 가공할 때 효율적인 공구 방향의 선정이 이루어지도록 하였다. 또한, 가상의 정전기를 부여하는 방법을 이용하여 충돌을 피하므로, 공구 모양의 종류에 관계없이 적용할 수 있고, 엔드 밀링과 사이드 밀링에 모두 적용 가능하다. 그리고, 충돌 발생시 포텐셜 에너지의 구배계산에 의해 충돌이 없는 방향을 쉽게 찾 아낼 수 있다.

그러나, 본 연구는 이미 적절한 공구경로가 있다는 가정 하에 각각의 공구접촉점에 대하여 공구방향을 결정하기 때문에, 커션 높이의 통제가 안 되고, 인접 공구접촉점 간에도 가공효율을 고려하다 보면 공구방향이 급격히 변할 수 있다는 단점이 있다. 현재 5축 가공에서 공구경로의 생성방법은 기존의 3축에서 사용되었던 것과 크게 다르지 않다. 따라서, 본 연구의 내용을 이용하여 5축의 장점을 살릴 수 있도록 공구경로와 공구방향을 동시에 생성하는 알고리즘이 개발된다면, 생산성을 더욱 향상시킬 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- [ 1 ] A. Szende, K. Lee, "The Mathematical Foundations of Free-form Surface Machining with Flat-end Cutters," Submitted to ISICIMS, 1994
- [ 2 ] S. H. Mullins, C. G. Jensen, D. C. Anderson, " Scallops Elimination Based on Precise 5-axis Tool Placement, Orientation, and Step-over Calculations", Advances in Design Automation, 1993
- [ 3 ] Susan. X. Li, R. B. Jerard, " 5-axis Machining of Sculptured Surfaces with a flat-end Cutter ", CAD, 1994. 3
- [ 4 ] Y. Takeuchi, T. Idemura, "5-axis Control Machining and Grinding on Solid Model," Annals of the CIRP, 1991, Vol.40, pp. 455-458
- [ 5 ] B. K. Choi, J. W. Park, C. S. Jun, "Cutter-location Data Optimization in 5-axis Surface Machining," CAD, Vol.25, No.6, 1993, pp. 377-386
- [ 6 ] H. D. Cho, "A study on the 5-axis Precision Machining for Sculptured Surfaces," Ph. D Thesis, KAIST, 1993
- [ 7 ] Y. Takeuchi, T. Watanabe, "Generation of 5-axis Control Collision-Free Tool Path and Postprocessing for NC Data", Annals of the CIRP, Vol. 41, No.1, 1992, pp. 539-542
- [ 8 ] L. Piegl, "The NURBS Book ", Springer-Verlag, 1995