

## 굽힘 곡선을 이용한 공작기계 주축의 취약부 규명

이찬홍\*, 이후상\*

\* 한국기계연구원 공작기계그룹

### 1. 서론

공작기계의 가공정밀도는 공구와 공작물간의 상대변위 크기로서 평가되는데, 이 상대변위는 가공중에 발생하는 절삭력이 공구 - 칩 - 주축 - 기계구조물 - 안내면 - 가공테이블 - 공작물로 이어지는 하중전달 폐곡선을 흐르면서 경로상의 정적, 동적 취약부의 주된 영향을 받아 생기거나 각 요소부품의 변형이 누적되어 생겨난다. 공작기계내에서 정적 동적 취약부로서 대표적인 부품은 주축으로서 타 부품과는 달리 고속회전을 하면서 고정밀의 기하학적 위치를 유지해야 하므로 정적, 동적으로 불리한 결합방법인 점접촉의 Angular Contact Bearing을 하중 지지 부품으로 사용하고 있고, 주축의 구조상 다른 부품에 비해 직경에 대한 길이가 길어서 주축 자체는 상대적으로 낮은 강성을 보유하고 있다.

그러므로 공작기계의 가공정도에 직결되는 주축의 정·동강성을 향상시키고자 지금까지 많은 방법이 사용되어 왔는데, 부가적인 장치를 사용하지 않고 주축의 구조를 변경시킨 대표적인 방법으로는 주축베어링의 강성, 주축직경, 재질 등을 고려하여 전후부 베어링의 간격을 주축선단에서의 강성이 최대가 되도록 조정하는 방법이 있다. 이 방법에 의한 주축구조의 개선에서는 주축의 한 부분을 임의로 선정하여 길이 조정을 하는 방법을 사용하였기 때문에, 주축내의 가장 강성이 취약한 부분을 선정하여 구조개선을 수행한 결과와는 큰 차이가 있다. 또한 개선 효과면에서도 상대적으로 효율이 낮을 수 밖에 없다. 그러므로 주축구조 개선의 효율을 높이기 위해서는 우선 주축내의 취약부를 규명할 필요가 있고, 이곳에서의 구조개선을 통해 주축전체의 강성을 크게 향상시키고, 부가적으로 기존의 방법을 이용하여 주축내의 조종가능한 부위에 대한 구조개선을 수행하는 것이 유리하다.

본 연구에서는 주축의 정·동적 취약부를 규명하기 위하여 정적으로는 정적 침입곡선을 이용하고, 동적으로는 진동모우드의 굽힘곡선을 이용하여 주축선단의 침입

에 가장 영향을 많이 주는 부위를 파악하였다. 취약부의 개선방법으로는 주축지름을 변화시켜 주축선단 근처에서 굽힘이 집중되지 않도록 유도하였다. 그리고 구조개선의 효과를 확인하기 위해서 기존 주축시스템과 개선 주축시스템의 정적, 동적 특성변화를 비교하였다.

### 2. 굽힘곡선에 대한 이론적 해석

직선 Beam은 임의의 위치에서 굽힘 모멘트나 하중을 받아 변형하여 굽힘곡선을 형성하게 되는데 이 굽힘곡선은 탄성론에 입각하여 굽힘응력이 탄성영역내에서 존재하고 미소변위일 경우 다음과 같이 미분방정식으로 표시할 수 있다.

$$EI(x) \frac{d^2y(x)}{dx^2} = M(x)$$

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI(x)} \quad \text{----- (1)}$$

(1)식의 물리적인 의미를 살펴보면 굽힘곡선의 두번 미분치는 그 위치에서 작용되는 모멘트 M(x)와 이 위치에서의 단면 2차 모멘트 I(x)의 비율로 표시 될 수 있음을 나타낸다. 즉 주어진 모멘트에 대해서 I(x)가 작으면 굽힘이 많이 일어남을 의미한다. 좀더 Beam의 굽힘에 관하여 수학적으로 표현하면, Beam의 좌우면에 동일한 모멘트를 가했을 때 굽힘 곡률 반지름 ρ는 식(2)와 같이 표시된다.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI(x)} \quad \text{----- (2)}$$

여기서 M(x)/EI(x)의 값이 큰 경우는 굽힘곡률 ρ가 작은 것을 의미하므로 결국 굽힘이 큰것을 나타낸다. 또한 Beam의 강성면에서 관찰해보면 M(x)/EI(x)가 크다는 것

은 해당부분이 취약함을 나타내는데 이것은  $M(x)$ 가 일정하다고 할 때  $I(x)$ 가 상대적으로 작아야 하므로 관련 부위의 직경이 작음을 의미한다.

이외같이 구조물의 취약부를 규명하기 위해서는 구조물의 각 부위를 식(1)에 의해 수치화하고 그 크기를 비교하면 취약부의 위치를 파악할 수 있다.

예를 들면 Fig.1과 같은 양단 지지의 Beam에서 양쪽 지지단 사이에 취약부가 존재할 때  $y''(x)$ 의 값을 계산하면 취약부의 존재를 확인할 수 있다.

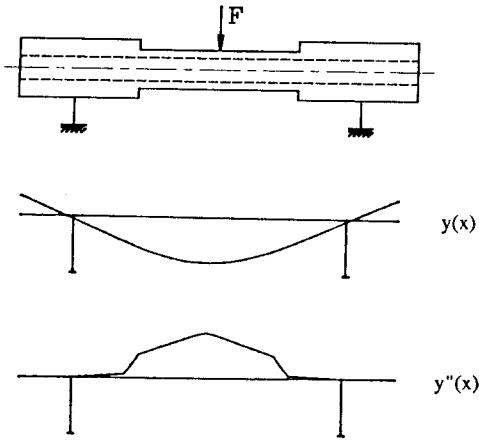


Fig. 1 : Bending Curve in a Weak Structure

### 3. 주축의 정적, 동적 취약부 규명 방법

주축 구조물의 전체적인 취약부를 파악하는 데는 우선 정적인 하중에 대한 주축의 취약부를 결정하고, 다음으로 동적인 하중에 대한 취약부를 결정함으로써 전체적인 윤곽을 잡을 수 있다. 여기서 관심을 두어야 할 사항은 정적인 취약부와 동적인 취약부가 반드시 동일한 위치에 존재하지 않는다는 사실이다. 이것은 하중의 입력 조건에 따라서 취약부의 위치가 현격한 차이가 있고, 동적인 거동에서는 진동으로 인한 굽힘 운동에서 구조물의 질량이 크게 작용하기 때문이다. 그러므로 주축의 모든 취약부를 규명할 것이 아니고 주축에 가해지는 하중위치와 방향에 대해서만 취약부를 규명하는 것이 필요하다.

정적 취약부를 규명하기 위해서는 하중을 주축의 선단에서 가한다고 생각하고 주축치짐을 이용하면 되는데, Fig.2에 나타낸 바와 같이 주축 선단에서 절삭력을 걸었다고 생각하면 굽힘곡선  $y(x)$ 와  $y''(x)$ 는 다음과 같이 나타난다.

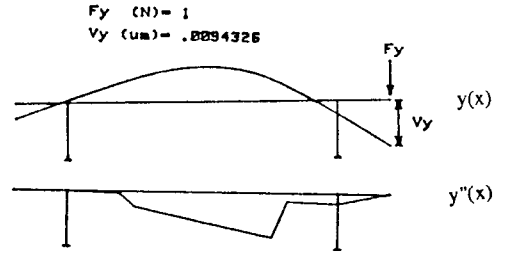
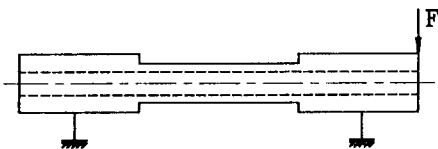


Fig. 2 : Static Bending Curve of Spindle with Cutting Force on Workpiece

그림에서 보듯이 일반 굽힘곡선에서는 각 부위의 치짐 정도를 파악할 수는 있지만 어느 부분이 이와 같은 치짐에 기여를 많이 했는지 파악하기가 어렵다. 그러나  $y''(x)$ 곡선에서는 전후부 배어링 사이의 취약부가 뚜렷이 나타나고 어느 부위가 어느정도 굽힘이 생겼는지 쉽게 알 수 있다.

동적 취약부의 규명에서는 정적인 경우와는 다소 다른점이 존재하는데 취약부 규명에 쓰이는 굽힘곡선이 하중을 가해서 생겨난 처짐곡선이 아니고 고유진동시 생겨나는 주축의 진동모우드이기 때문에, 각 모우드 마다 취약부의 위치가 다르고 이때의 진동수가 달라서 주축의 진동 특성에 주된 영향을 주는 모우드를 우선적으로 찾아 내야 한다. 주축에 있어서 가장 중요한 사항은 주축선단의 진동이기 때문에 주축선단에서의 전달함수를 이용해 각 모우드의 진동 기여율을 파악하고, 여기서 대표적인 영

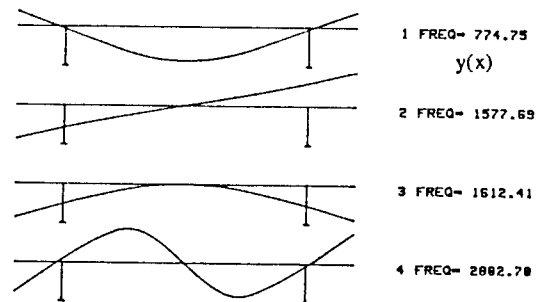


Fig. 3 : Mode Shape of Spindle System

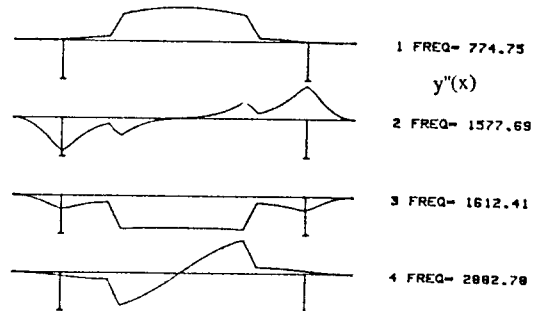


Fig. 4 : Dynamic Bending Curve of Spindle System

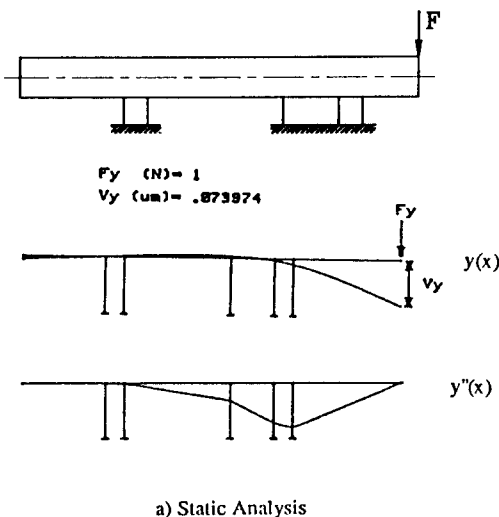
향을 주는 모우드를 한개나 두개 정도 선택하여 취약부를 규명한다. Fig.3에 Fig.2와 동일한 주축의 진동 모우드를 4개 나타내었고 이 진동모우드의 취약부를 밝히기 위해 계산하였다 (Fig.4).

Fig.4에서 나타내 듯이 중간의 취약한 부위는 각 모우드에서 뚜렷한 곡선 변화가 생기고 있고, 정적  $y''(x)$ 곡선과 비교하여 선의 연결이 직선으로 이루어져 있지 않고 곡선으로 구성되어 있어 각 축의 위치에서의 질량이 굽힘곡선에 어느정도 영향을 미쳤는지 정성적으로 파악이 가능하다.

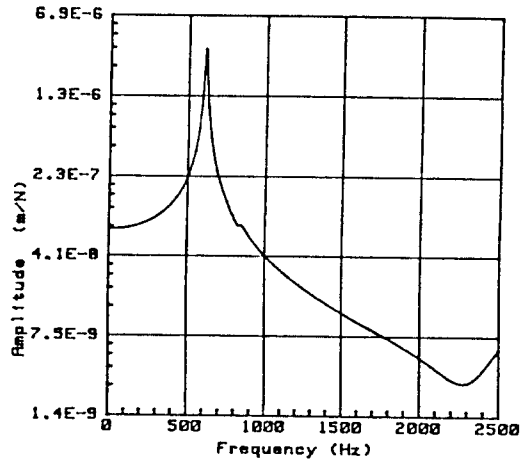
#### 4. 공작기계 주축의 취약부 규명과 구조 개선

공작기계가 NC화 되면서 주축 회전수의 변경을 주축모터에서 직접수행을 하던가 또는 열발생 억제를 위해 주축대 밖에 변속 기어박스를 설치하여 회전수를 제어하기 때문에 주축대 속에 존재하던 기어가 제거되어 주축의 구조가 매우 간단하고 축의 지름변동도 거의 없는 추세에 있다.

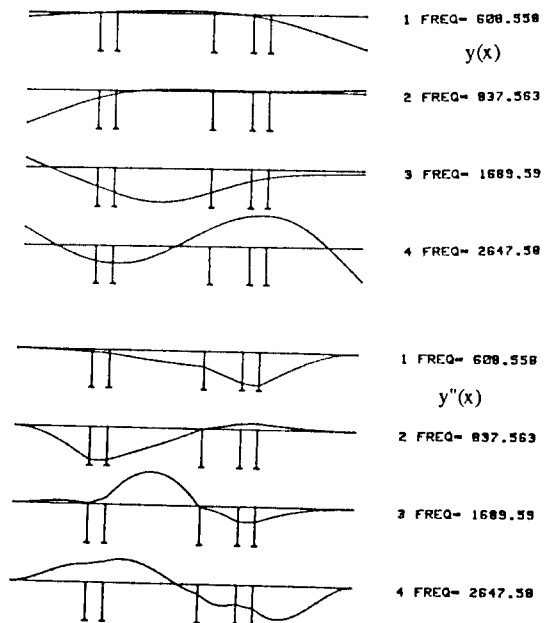
그러므로 공작기계의 주축을 일정한 지름을 갖는 Bcam의 형태라 생각하고 지름 50mm,전부 베어링의 전체 강성  $6 \times 10^8 \text{N/m}$ , 후부 베어링의 전체 강성  $3 \times 10^8 \text{N/m}$ 의 연삭기 주축을 대상으로 취약부를 밝히고 구조개선을 하도록 한다. 주축의 지름이 일정할 경우에는  $M(x) \propto EI(x)$ 에서  $I(x)$ 가 일정하므로  $M(x)$ 의 변화에 따라서  $y''(x)$ 곡선이 변화하기 때문에 이 곡선의 크기를 작게 하기 위해서는  $I(x)$ 의 크기 즉 단면을 크게 하는 방법을 사용한다. Fig.5에서 보는 바와 같이 전부 베어링 주변에 굽힘이 가장 많이 일어나기 때문에 이곳을 집중적으로 구조개선할 필요가 있다.



a) Static Analysis



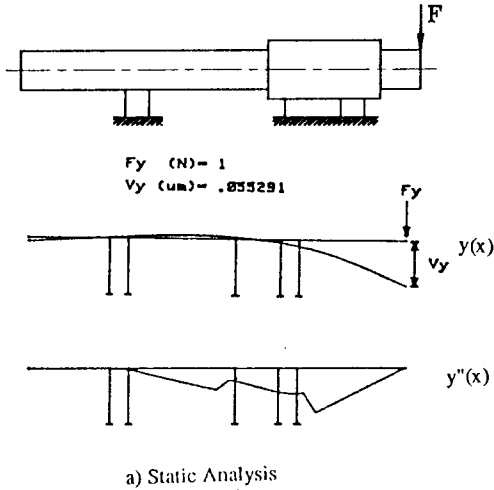
b) Transfunction



c) Dynamic Analysis

Fig. 5 : Static and dynamic Bending Curve of Grinding Machine's Spindle

우선 정적인  $y''(x)$ 의 곡선을 관찰하면 전부 베어링 중 첫번째 베어링에서 가장 많은 굽힘이 생기고 있고, 두번째와 세번째 베어링이 굽힘을 억제하면서 곡선이 완만해진다 (Fig. 5-a). 후부 베어링에는 연삭점에서의 연삭력이 완전히 소진되면서 더이상 주축굽힘이 존재하지 않아 후부 베어링 이후에는 주축의 직선 변위만이 생긴다. 그리고  $y(x)$ 의 곡선으로 알수 있는 것은 전후부 베어링 부위에서의 주축 치질이 커서 대상 주축의 경우에는 베어링의 강성을 증대시키는 것 보다 주축의 굽힘강성을



인 경우와 마찬가지로 전부 베어링쪽이 굽힘이 많이 생겨서 취약한 것으로 나타난다.

취약부의 구조개선은 결국 주축상의 실제적인 치수 변화로서 실현되는데 정적, 동적 취약부가 현저하게 차이가 있을 경우에는 정적변위와 동적변위의 경중에 따라 비율을 결정해서 구조 개선의 위치를 결정한다. 대상 주축의 취약부는 정적, 동적 취약부가 거의 차이가 없어 전부 베어링의 과도 굽힘 부위를 구조개선 하였는데, 구조 개선의 방법은 취약부에서 베어링 Seal부위 140mm에 대해서 주축 지름을 50mm에서 60mm로 변경하였다. 구조개선된 주축의 해석결과를 Fig.6에 나타내었는데, 절삭점에서 정적인 치침은 1N에 대해서 0.055 $\mu$ m로서 정적 개선효과는 26%였다. 그리고 개선된  $y''(x)$ 곡선에서 보듯이 굽힘곡선이 전부 베어링 부위에서 현저하게 감소하였음을 나타내고 있다.

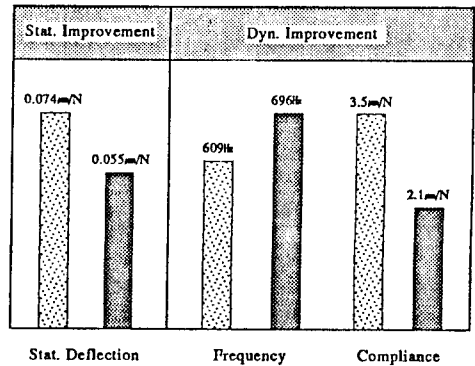
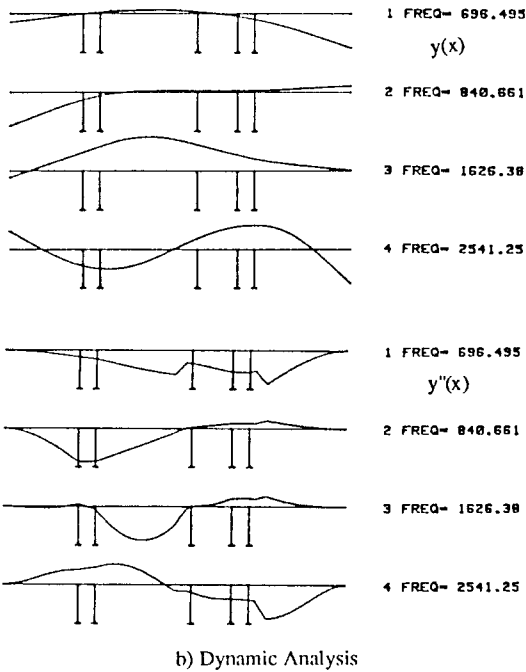


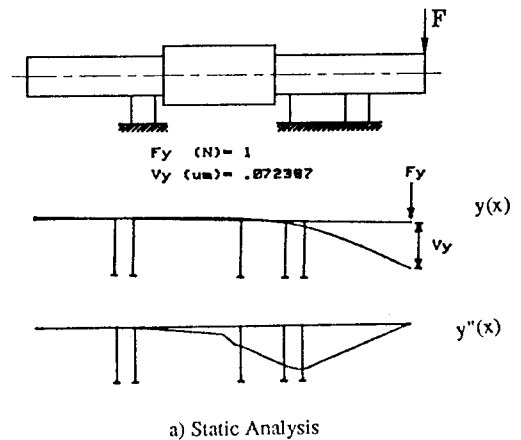
Fig. 7 : Static and Dynamic Effect of Structure Improvement in Spindle System

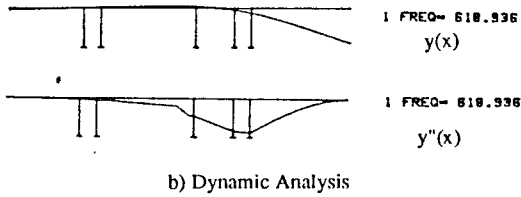
동적인 개선효과는 1차 진동모우드에서 취약부 개선으로 인해서 주축의 관련 부위가 질량이 증가 했음에도 불구하고 871Hz의 고유진동수가 상승하였고, 이때의 Compliance변화는 696Hz에서 1.4 $\mu$ m/N가 감소해서 40%의 개선효과가 나타났다.

Fig.6 : Static and dynamic Bending Curve of improved Spindle

증대시키는 것이 더 효과가 있을 것으로 예상된다.

동적인 취약부를 결정하기 위해서는 주축상의 절삭점에서 가진력에 대한 변위의 크기를 나타내는 전달함수를 분석하면 되는데 Fig. 5-b와 같이 첫번째 고유진동수의 Compliance가 가장 큰 경우에는 다른 진동모우드에 비해서 1차 진동모우드가 절삭점에 가장 큰 영향을 미치므로 이 모우드에 대해서 취약부를 결정하도록 한다. 그리고 주축의 특수한 운전조건 때문에 지정된 고유진동수를 높게 이동시키자 할 때는 동적  $y''(x)$ 의 곡선을 참조하여 해당 진동 모우드에서 취약부를 보강하면 된다. Fig. 5-c에서 나타내듯이 1차 진동모우드의  $y''(x)$ 곡선은 정적





b) Dynamic Analysis  
 Fig. 8 : Static and Dynamic Bending Curve of wrong Improved Spindle

반면에 구조개선의 크기는 같으나 위치를  $y''(x)$  곡선에 의하지 않고 임의로 전후부 베어링 사이로 결정하였을 경우, 뚜렷한 개선효과가 없음을 Fig.8에 나타내었다. 이 경우에는 정적인 처짐 개선효과가 3%정도이고, 동적으로는 주파수가 9Hz 상승하고, Compliance는 618Hz에서 오히려 0.1mm/N정도 상승하는 현상이 나타났다. 그러므로 굽힘곡선에 의한 취약부 규명 방법은 공작기계 주축의 고강성화에 도움을 주고, 타 구조물의 고강성화에도 개선 크기와 위치를 결정하는데 하나의 지표로서 사용할 수 있다.

### 5. 결론

본 연구에서 제안한 굽힘곡선을 이용한 취약부 규명에 있어서 굽힘곡선의 이론적 타당성을 검증하고 정적, 동적 취약부 결정 방법을 제시 하였으며, 이에 따른 주축의 구조개선을 실행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 굽힘 곡선에 의해 주축의 취약부를 뚜렷이 구별할 수 있음을 입증하였다.
- 2) 주축의 정적 취약부는 주축 선단에 가해지는 정적하중에 의한 처짐을 이용하여 결정할 수 있다.
- 3) 주축의 동적 취약부는 주축 선단에서의 전달함수와 해당 진동모우드를 이용하여 결정할 수 있다.
- 4) 주축의 구조개선은 해당 취약부의 굽힘강성이 증가하도록 단면적을 크게 하였다.
- 5) 주축 구조개선의 효과는 다시 굽힘곡선을 이용하여 상대적으로 평가할 수 있다.

### 참고 문헌

- 1) D.J. Ewins, 1984, "Modal Testing : Theory and Practice", Research Studies Press.
- 2) K. J. Bathe, 1982, "Finite Element procedures in Engineering Analysis", Prentice - Hall.
- 3) Weck, 1991, "Werkzeugmaschinen II", VDI Verlag.
- 4) G. Spur and C. H. Lee, 1990, "Berechnung von Spindel - Lager - Systemen", ZWF, 85, 1, PP 55 - 59