상용관 마찰계수의 평균산정법

유 동 훈* 윤 계 섭** 조 태 숙**

1. 서 론

상용관 마찰계수의 분포는 Nikuradse(1933)가 실험실에서 균일조고 원형관에 대하여 관측한 분포와 상당한 차이점을 보이고 있다. Williams and Hazen(1933)은 상용관의 평균유속 산정식으로 지수함수식을 제시하였으며, Colebrook(1938)은 Nikuradse의 실험으로 계수 조정된 Prandtl식을 임의적으로 조합하여 상용관 마찰계수 분포와 유사한 산정식을 개발하였다. 본고는 확률분포개념을 도입하여 상용관 마찰계수를 산정할 것을 제시하며, 본고에서 제시한 방법으로 유속분포식의 영점높이를 조정하였을 때 Colebrook-White 식과 유사하며, 마찰계수를 평균하였을 때 Hazen-Williams 식과 유사하나 레이놀즈수가 클 때 상당한 차이가 발생함을 밝힌다.

2. 영점높이 평균법

난류흐름인 경우 유속분포식은 대수분포식으로 표현되며, 원형관 마찰계수는 영점높이가 주어질 때 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{1}{C^{1/2}} = \frac{1}{k}\left(\ell n \frac{r}{\delta} - 1.5 \right) \qquad (1)$$

여기서 C는 관마찰계수로서 $C^{1/2} = U/u_*$ 로 정의하며, U 는 단면평균유속, u_* 는 마찰속도이고 Darcy-Weisbach 마찰계수 $f = 8C$ 이다. k 는 von Karman 상수로서 0.4 이며, r 는 관의 반경이고, δ 는 영점높이이다. 관경이 주어져 있을 때 영점높이만 결정되면 식 (1)을 이용하여 마찰계수가 산정될 수 있다. 균일조고를 가진 관마찰실험으로 Nikuradse(1933)는 관마찰계수를 산정하였는데 유와 강(1994)은 실험자료를 재분석하여 완난류, 천이난류, 전난류 등으로 구분되는 각 수리조건에 대하여 영점높이를 산정하는 식을 개발하였다. 즉 각 수리조건은 유(1993b)의 식 (1)로 결정되며, 영점높이는 유와 강(1994)의 논문에서 완난류인 경우 식 (4), 천이난류인 경우 식 (10), 천이류인 경우 식 (15), 전난류인 경우 $\delta = k_s/30$으로 구한다.

---

* 아주대학교 토목공학과
** (주)대우엔지니어링

일반 상용관은 관 내부 대부분이 매끈한 면이고 일부만 조고가 큰 거칠은 면으로 판단된다. 특히 접합부가 대표적으로 거칠은 조면으로 나타날 것으로 예상된다. 거칠은 면외 조고를 하나의 수치로 대표할 수 있다고 가정하면 관경레이놀즈수가 4000이상되는 난류조건에서 평균영점높이는 매끈한 면 영점높이와 거칠은 면 영점높이의 평균으로 구할 수 있다. 즉

$$\delta_m = P_s \delta_s + P_r \delta_r \qquad (2)$$

여기서 P_s 은 매끈한 면의 분포률, δ_s 은 매끈한 면의 영점높이, P_r 은 거칠은 면의 분포률, δ_r 은 거칠은 면의 영점높이이며 $P_r = 1 - P_s$ 이다. 본고에서 언급하는 면의 거칠기는 표면의 거칠음 자체만을 고려하여 정의한 것이다.

일반 상용관의 매끈한 면은 일반적인 상황에서 항상 완난류조건에 있을 것이며 거칠은 면만 수리조건에 따라 완난류, 천이난류, 전난류중 하나의 조건이 될 것이다. 완난류인 경우 유와 강(1994)은 영점높이를 양해법으로 산정할 수 있는 근사식을 개발하였는데 Colebrook-White식의 형태로 유도하기 위하여 음해법 산정식을 사용하면 영점높이 δ는 다음과 같다.

$$\delta = 0.11\nu/u_* \qquad (3)$$

여기서 ν 는 점성계수이다. 전난류인 경우 영점높이 δ는 다음과 같이 간단히 구해진다.

$$\delta = k_s/30 \qquad (4)$$

확률분포가 각각 50 %라 가정한 후 매끈한 면의 조고를 식 (3)으로, 거칠은 면의 조고를 식 (4)로 구하고, 식 (2)을 이용하여 평균영점높이를 구한 후에 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{C^{1/2}} = \frac{1}{k}\left[\ln \left(\frac{d}{0.11\nu/u_* + k_s/30} \right) - 1.5 \right] \qquad (5)$$

식 (5)에서 C 대신에 $f/8$, 자연대수 대신에 상용대수, 그리고 대수식 안의 항을 역수로 취하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2\left[\log \left(\frac{2.5}{Rf^{1/2}} + \frac{k_s}{3.7d} \right) - 0.26 \right] \qquad (6)$$

즉, 매끈한 면과 거칠은 면의 분포률을 각각 50 % 로 가정하여 영점높이의 평균치로 구한 식 (6)은 단순조합으로 얻은 Colebrook-White 식과 매우 유사하나 절점이 -0.26 이 된다. 반면에 Colebrook-White 식은 절점이 없어 같은 조고를 사용했을 때 마찰계수를 과대 산정하게 된다.

Colebrook은 그 당시 조사 분석된 자료중 특히 4 inch 관의 자료에 대비하여 인발관의

조고를 0.15 ㎜ 로 추정하였다. 이는 관측자료를 Colebrook-White 식의 산정결과와 대비하여 추정한 것인데 각 조면의 분포률을 50 %라 가정하고 영점높이 평균법으로 구한 산정식 (6)으로 추정할 때 인발관의 등가조고는 0.3 ㎜ 가량되는 수치로 나타난다. 그림 1에 도시된 바와 같이 등가조고 0.15 ㎜ 를 사용하여 Colebrook-White 식으로 산정한 관마찰계수 분포는 등가조고 0.3 ㎜ 를 사용하여 식 (6)으로 산정한 관마찰계수 분포와 레이놀즈수가 클 때는 거의 일치하나 레이놀즈수가 작을 때는 상당한 차이를 보이고 있다.

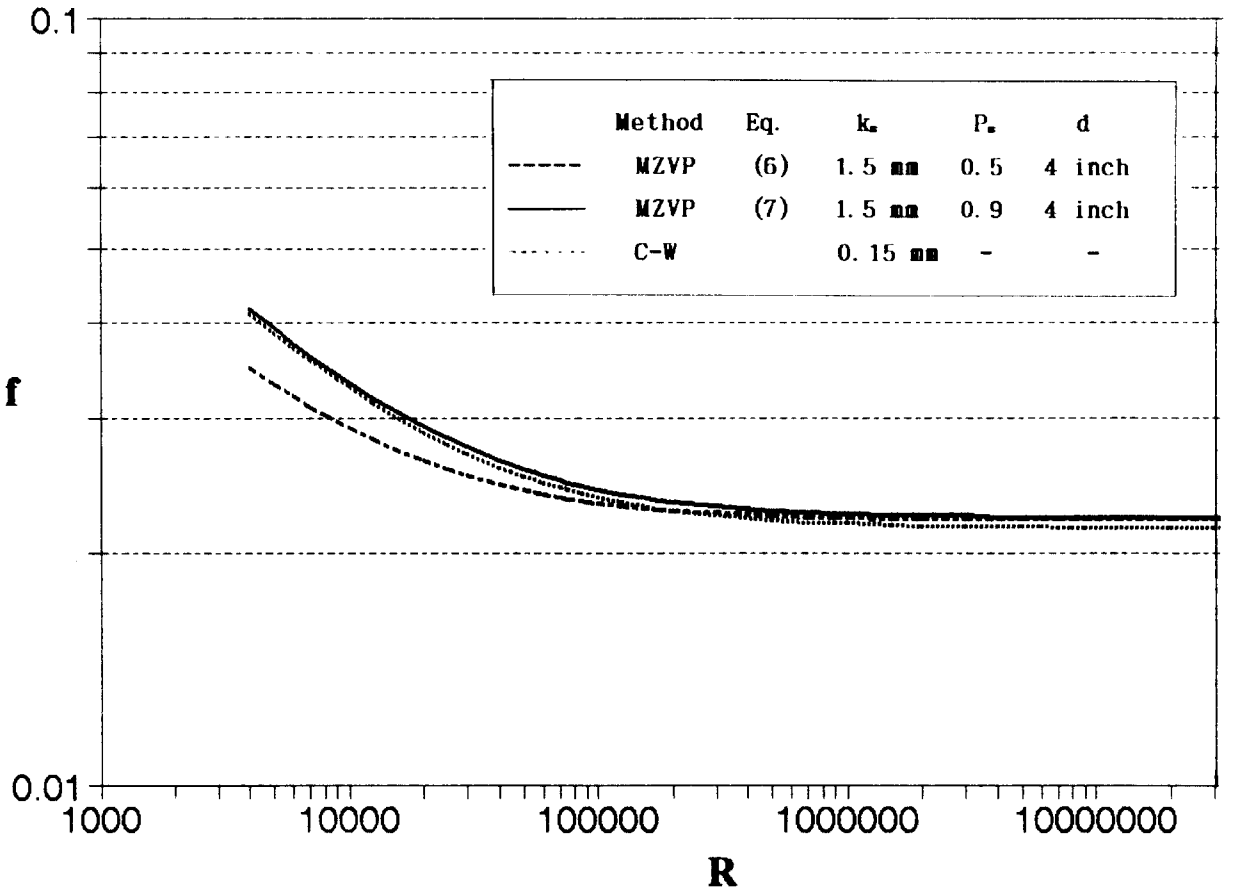

그림 1. Colebrook-White식으로 구한 대표마찰계수와 영점높이 평균법으로 구한 대표마찰계수의 분포

일반 상용관에서 매끈한 면의 분포률은 90 % 이상 될 것으로 예상되며, 매끈한 면의 분포률을 90 %라고 가정하였을 때 영점높이 평균법으로 구한 Darcy-Weisbach 관마찰계수 산정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2\left[\log\left(\frac{4.5}{Rf^{1/2}} + \frac{k_s}{18.5d}\right) - 0.26\right] \qquad (7)$$

즉, 식의 형태는 유사하나 대수안에 있는 항의 계수들이 수정되며 Colebrook-White 식과 비교하여 상당한 계수 변화를 보이고 있다. 매끈한 면의 분포율을 90 % 라고 가정하였을 때 인발관의 거칠은 면 조고는 1.6 ㎜ 가량의 매우 높은 수치를 보이고 있다. 그림 1에는 등가조고 1.6 ㎜ 라고 가정하여 식 (7)로 산정된 관마찰계수의 분포가 등가조고 0.15 ㎜ 로 가

정하고 Colebrook-White 식으로 산출한 관마찰계수의 분포와 함께 도시되어 있다. 도시된 바와 같이 대부분의 영역에서 매우 유사한 결과를 보이며, 레이놀즈수가 작을 때도 Colebrook-White 식의 결과와 거의 일치한다.

3. 마찰계수 평균법

조고가 다른 여러 면이 복합하여 있던가 조고가 같다하더라도 유입부로부터의 위치가 달라 수리조건이 다를 때, 각 수리조건이 인근 수리 영역에 큰 영향을 미치지 않는다면 복합면 전체를 대표하는 대표마찰계수는 각 영역 마찰계수의 평균으로 구할 수 있을 것이다. 전절에서 가정한 바와 같이 거칠은 면의 조고를 하나의 조고로 대표할 수 있다고 가정하였을 때 평균마찰계수는 다음과 같이 간단히 계산될 수 있을 것이다.

$$C_m = P_s C_s + P_r C_r \qquad (8)$$

여기서 C_s 는 매끈한 면의 마찰계수, C_r 는 거칠은 면의 마찰계수이다.

관경이 주어지고 거칠은 면의 조고가 결정되었을 때, 레이놀즈수에 따라 수리조건이 결정되고 각 영역에 알맞는 마찰계수 산정식을 이용하여 평균마찰계수를 구할 수 있다. 유(1993b)는 Nikuradse(1933)실험의 최종 마찰계수 분포로부터 마찰계수를 양해법으로 구할 수 있는 근사식을 개발하였는데, 마찰계수는 유(1993b)의 논문에서 천이층류인 경우 식 (16), 완난류인 경우 식 (7), 천이난류인 경우 식 (8), 천이류인 경우 식 (17), 전난류인 경우 식 (9), 층류인 경우 C = 2/R 로 산정할 수 있다.

그림 2에는 전절에서 적용한 경우에 대하여 마찰계수 평균법으로 구한 대표마찰계수의 분포가 영점높이 평균법으로 구한 대표마찰계수 분포와 비교하여 제시되어 있다. 매끈한 면의 분포를을 90 %, 거칠은 면의 조고를 1.6 ㎜ 로 가정하여 관경 4 inch에 대한 계산에를 도시하였는데, 레이놀즈수가 매우 클 때 영점높이 평균법은 마찰계수 평균법과 비교하여 2 배 가량 크게 산정함을 알 수 있다.

물의 점성계수를 10^{-6} ㎡/s 로 가정하였을 때 Darcy-Weisbach식과 비교하여 Hazen-Williams식으로부터 다음과 같은 마찰계수 산정식이 유도된다.

$$f = 1060 C_{HW}^{-1.85} R^{-0.15} \qquad (9)$$

그림 2에 도시된 바와 같이 C_{HW} = 135 로 가정하고 Hazen-Williams 식으로부터 유도된 마찰계수 산정식 (9)로 구한 분포는 마찰계수 평균법으로 구한 분포와 유사하다. 그러나 레이놀즈수가 10^7 이상이 되면 Hazen-Williams 식으로 산정한 마찰계수는 마찰계수 평균법으로 구한 대표마찰계수보다 작아지며 레이놀즈수가 커질수록 두 산정결과치의 차이는 점점 더 커진다. 레이놀즈수가 클 때 지수함수식의 비적합성은 여타 수리분야에서 많이 발견된

사실이며 Hazen-Williams 경험식의 한계는 이러한 점에서 찾아질 것이다.

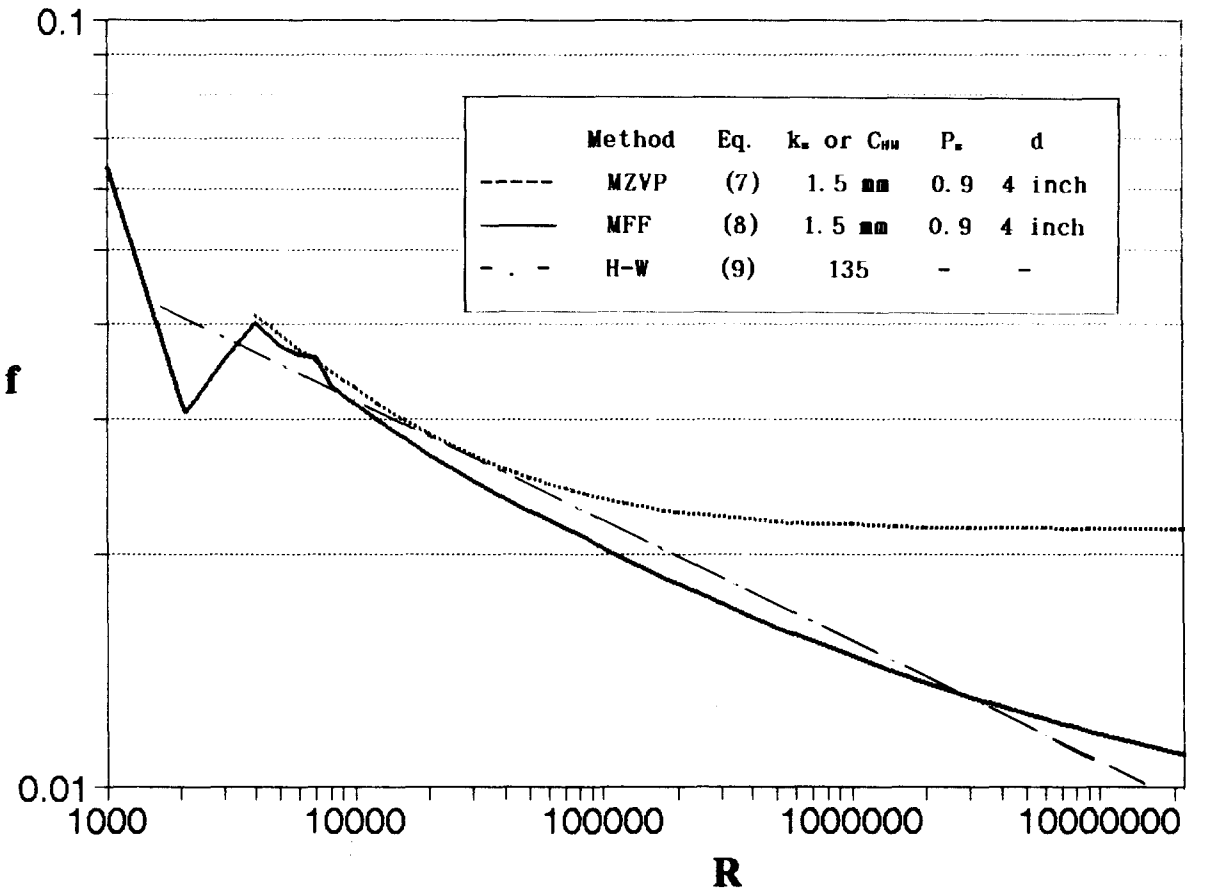

그림 2. 마찰계수 평균법으로 구한 대표마찰계수와 영점높이 평균법으로 구한 대표마찰계수의 분포 (매끈한 면의 분포율 90 %)

4. 결론 및 토의

Colebrook-White식 또는 Hazen-Williams식은 상용관 마찰계수 산정식으로 오랫동안 사용되어 왔으나, Colebrook-White식에 도입되는 등가조고나 Hazen-Williams식에 사용되는 경험계수의 선정에 많은 논란이 있어 왔다. 이는 수식 개발에 있어 상용관 마찰흐름에 대한 분석적인 이해가 미흡했기 때문인 것으로 이해되며, Nikuradse 실험으로서 제 경험계수가 조정되어 완난류조건과 전난류조건에 각기 적용된 Prandtl-Karman의 두 식을 단순조합한 Colebrook-White식이나 이론적인 근거가 취약한 Hazen-Willimas식 모두 광범위한 신뢰를 얻지 못했던 것으로 파악된다. 본고에서 제시한 평균법은 조면의 분포를을 고려하여 영점높이 또는 마찰계수의 평균을 구하여 대표마찰계수를 산정하는 방법인데, 영점높이 평균법으로 구한 산정결과는 Colebrook-White식의 산정결과와, 마찰계수 평균법으로 구한 산정결과는 Hazen-Williams식의 산정결과와 유사함을 발견하였다. 그러나 두 식에 각기 적용된 등가조고의 크기에는 선택된 분포를에 따라 상당한 차이가 있으며, 레이놀즈수가 클 때

Hazen-Williams식은 상당히 과소산정하는 경향을 보인다.

영점높이 평균법으로 구한 산정식도 Colebrook-White식과 같이 관측에서 확인된 상용관 마찰계수 분포와 근접한 해를 주나, 절점계수의 차이점으로 산정치에 상당한 차이를 보이고 있다. 이는 Colebrook-White의 단순조합법이 계수를 중복하여 합성한 때문인 것으로 판단된다. 평균영점높이를 이론식에 대입하여 구한 마찰계수가 여러 개의 관을 연결한 상용관 전체를 대표하는 대표마찰계수라고 보기는 어려우며, 각 조면상의 수리조건이 서로 독립되어 있다고 가정하였을 때는 각 수리조건 마찰계수의 평균치가 보다 합당한 대표치가 될 것으로 판단된다. 또한 대표마찰계수 산정을 위한 마찰계수 평균법은 층류와 천이층류를 포함한 모든 수리조건에 대하여 적용할 수 있으므로 유용성이 크다. 같은 등가조고를 가졌다하더라도 거칠은 면의 분포률이 다를 때 대표마찰계수는 상당히 다르게 산정되는데, 적정한 분포률의 선정은 상용관의 대표마찰계수를 구하기 위한 필수 단계일 것이다.

사 사

본 연구는 (주)대우엔지니어링의 1993년도 연구지원에 의하여 이루어진 것이며, 당 회사에 심심한 사의를 표한다.

참 고 문 헌

1. 유동훈, 천이류에서의 관마찰, 대한토목학회 논문집, pp. 165-172, 1993a.
2. 유동훈, 균일조도 원형관 마찰계수, 대한토목학회 논문집, pp. 165-172, 1993b.
3. 유동훈, 강기훈, 영점높이와 관마찰계수, 대한토목학회 논문집, 1994 (제출).
4. Colebrook, C. F., Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws, J. Inst. Civil Eng. London, Vol. 11, pp. 133-156, 1938.
5. Williams, G. S. and Hazen, A., Hydraulic Tables, John Wiley & Sons, Inc., 1933.
6. Nikuradse, J., Stromungsgesetze in rauhen Rohren, Ver. Dtsch. Ing. Forsch., Vol. 361, 1933.