

# 하도변화를 최소화하기 위한 최적방류량 결정을 위한 연구

이계석<sup>1)</sup> 이은태<sup>2)</sup> 이종남<sup>3)</sup>

## 1. 서론

본 연구는 유사와 관련되어 나타나는 여러가지 문제점의 해결을 위하여 이와 관련되는 여러가지 이론과 지식등을 이용하여 유사로 인한 하도의 변화를 최소화 하는 비선형 최적화 모형을 개발하는 것이 목적이다. 실제 저수지운영에 있어서 유역에서 발생하는 유사의 공급 요소는 하천의 전구간에 걸쳐 나타나게 되므로 하도의 모든 구간에서 발생하는 유사량을 파악한다는 것은 거의 불가능한 일이다. 따라서 하도의 상류에서 임의의 하류구간 까지의 유사전송 매개변수들의 변화과정을 연구하는 것은 유사로 인한 하도저면의 변화를 이해하는데 있어서 매우 중요한 일이며 여기에 아직까지 불완전한 상태에 머물러 있는 유송함수의 매개변수들 속에 포함되어있는 불확실성들에 대해 적용을 확장한 무작위제약조건식을 이용하여 유의수준 ( $\alpha$ )을 가지는 값으로 나타내고자 한다. 최적화모형에서 목적함수의 해는 GRG-code나 GAMS-minos를 이용하여 계산할 수 있으며 본 연구에서는 GAMS-minos를 이용하였다.

## 2. 기본이론

### 2-1 목적함수

최적화 모형의 목적함수는 구간내에서의 퇴적작용과 세굴의 합을 최소화하는 것이며 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$MIN Z = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T [a_{i,t} + b_{i,t}] \quad (2.1)$$

여기에서  $a_{i,t}$  : 단면  $i$ , 지속시간  $t$ 일때의 퇴적깊이

$b_{i,t}$  : 단면  $i$ , 지속시간  $t$ 일때의 세굴깊이

### 2-2 제약조건

모형에서의 제약조건은 크게 세가지 부분으로 나누며 이는 각각 저수지운영에 따르는 제약조건, 수로내의 수리학적 제약조건, 유송함수에 대한 제약조건이다.

#### 2-2-1 저수지의 운영을 고려한 제약조건

##### 1) 저류량 제약조건 (Storage Constraint)

기본모형내에서의 시간구간  $t$ 에 대한 저류량( $S_t$ )은 실제 발생한 저류량의 범위 내에 있어야 하므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{\min, t} \leq S_t \leq S_{\max, t} \quad (2.2)$$

여기에서  $S_{\min, t}$  : 시간구간  $t$ 에서의 최소저류량

$S_{\max, t}$  : 시간구간  $t$ 에서의 최대저류량

#### 2) Mass balance 제약조건

1) 삼환건설(주)

2), 3) 경희대학교 교수

저수지내에서의 각 시간구간에 대한 시점의 저류량과 끝점의 저류량 사이의 관계는 다음과 같은 연속방정식으로 정의 된다.

$$S_{t+1} = S_t + (Q_t - R_t) \Delta T_t - L_t \quad (2.3)$$

여기에서  $Q_t$  : 유입량  $R_t$  : 방류량

$\Delta T_t$  : 시간간격  $L_t$  : 저수지에서의 증발과 침윤으로 인한 손실

### 3) 방류량 제약조건

시간구간  $t$ 에 대한 저수지의 방류량  $R_t$ 은 반드시 최소방류량 ( $R_{\min, t}$ )과 최대방류량 ( $R_{\max, t}$ ) 사이에 있어야 하므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_{\min, t} \leq R_t \leq R_{\max, t} \quad (2.4)$$

### 2-2-2 수로내의 수리학적조건을 고려한 제약조건

수로내에서의 수리학적인 제약조건들로는 물리적 기본법칙인 질량보존법칙과 에너지보존법칙을 고려하였고 마찰경사에 대한 제약조건으로는 Manning의 실험식을 이용하였다.

#### 1) 연속방정식

연속방정식은 수로내에서의 상하류 흐름을 정류상태로 가정하였음을 나타낸다.

$$R_t = A_{i, t} \cdot V_{i, t} \quad (2.5)$$

여기에서  $A_{i, t}$  : 시간구간  $t$ 에 대한  $i$ 번째 구간의 평균 단면적

$V_{i, t}$  : 시간구간  $t$ 에 대한  $i$ 번째 구간의 평균유속

#### 2) 에너지방정식

각 시간구간에 정류상태의 저류에 대한 에너지보존법칙은 Bernoulli방정식으로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} [ E_{i+1, t} - E_{i, t} ] + [ Y_{i+1, t} - Y_{i, t} ] + [ \frac{V_{i+1, t}^2 - V_{i, t}^2}{2g} ] = \\ [ \frac{SF_{i+1, t} + SF_{i, t}}{2} ] X_{i+1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

여기에서  $E_{i+1, t}, E_{i, t}$  : 하상표고  $Y_{i+1, t}, Y_{i, t}$  : 흐름의 깊이

$V_{i+1, t}, V_{i, t}$  : 평균유속  $g$  : 중력가속도

$SF_{i+1, t}, SF_{i, t}$  : 각 단면( $i+1$ )과 단면( $i$ )의 에너지경사

$X_{i+1}$  : 수로 단면 사이의 길이

#### 3) 마찰경사

Manning의 식으로부터 마찰경사는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$SF_{i, t} = \frac{n^2 V_{i, t}^2}{H_{i, t}^{4/3}} \quad (2.7)$$

여기에서  $n$  : Manning 계수  $H_{i, t}$  : 동수반경

### 2-2-3 유송함수에 대한 제약조건

#### 1) 유사방정식

Schoklitsch가 제안한 유사의 유사방정식은 에너지경사와 저류량 그리고 평균입경에

관한 함수로 표현되며 모형내에서는 다음과 같이 나타 내었다.

$$\frac{86.7}{D^{1/2}} [ SF_{i,t}^{3/2} ] [ R_t - \frac{0.00532W_i D}{SF_{i,t}^{4/3}} ] = G_{i,t} \quad (2.8)$$

여기에서  $G_{i,t}$  : 유사량                       $D$  : 평균입경  
 $SF_{i,t}$  : 에너지 경사                       $R_t$  : 방류량  
 $W_i$  :  $i$ 번째 구간에서의 하천폭

## 2) Exner 방정식

구형수로에서의 유송에 대한 질량보존의 법칙은 다음의 관계로 정의 된다.

$$\frac{[G_{i,t+1} - G_{i,t}]}{X_{i,t} \gamma_g} + W_i [ \frac{E_{i,t+1} - 2E_{i,t} + E_{i,t-1}}{\Delta T_t \cdot 3600} ] = 0 \quad (2.9)$$

여기에서  $\gamma_g$  : 유사의 비중량

## 3) 퇴적깊이와 하상저하의 깊이의 관계에 대한 제약조건

충적과 하상저하깊이는 다음과 같은 관계로 나타낼 수 있다.

$$E_{i,t} - E_{i,t-1} - a_{i,t} + b_{i,t} = 0 \quad (2.10)$$

이 식에서  $a_{i,t}$ 는 세굴일때는 0, 퇴적일때는 0보다 크며  $b_{i,t}$ 는 세굴일때는 0보다 크며 퇴적일때는 0 이된다.

## 2.3 유송함수식에 대한 무작위 제약조건외 적용

임의의 계를 모형화함에 있어서 확실성을 평가할 수 없는 양들을 사용하게 되는 경우가 빈번하므로 이와 같이 불확실한 매개변수를 사용하게 되는 최적화모형에서는 이러한 매개변수들을 무작위변량(Random variable)으로 처리해야하는 경우가 발생하게 된다. 선형계획(Linear programming)에 있어서의 목적함수나 제약조건식에 있는 계수 또는 식에서의 우측항(Right hand side)이 이와 같은 불확실성에 대한 영향을 지니고 있으면 이것은 임의의 해  $x$ 에 대한 매개변수들의 불확실성 때문에 얻어진 해답이 안전하지 않게 될 수 있음을 나타낸다. 이와 같은 가정 아래서 본래의 제약조건을 확률론적인 표현인 무작위 제약조건을 통하여 본래의 제약조건을 재구성할 수 있다.

$$P [ \frac{86.7 SF_{i,t}^{3/2}}{D^{1/2}} ( R_t - \frac{0.00532W_i D}{SF_{i,t}^{4/3}} ) = G_{i,t} ] \geq \alpha \quad (2.11)$$

식 내에서  $G_{i,t}$ 는 평균이  $\mu_{G_{i,t}}$ 이고 표준편차가  $\sigma_{G_{i,t}}$  인 무작위 변량이다.

이를 무작위변수  $G_{i,t}$ 의 표준변량인  $Z(G_{i,t}, \alpha) = [ \frac{G_{i,t} - \mu_{G_{i,t}}}{\sigma_{G_{i,t}}} ]$ 를 사용하여 식(2.11)

의 확률론적 평형을 이루게 하면

$$[ \frac{86.7 SF_{i,t}^{3/2}}{D^{1/2}} ( R_t - \frac{0.00532W_i D}{SF_{i,t}^{4/3}} ) ] \geq \mu_{G_{i,t}} + \sigma_{G_{i,t}} Z(G_{i,t}, \alpha) \quad (2.12)$$

위 식을 최적화 모형에서의 제약조건으로 하여 계산하면 각 유의수준에 대한 매개변수들의 변화값을 추정할 수 있게 되며 이를 적용한 모형을 모형 I로 한다. 유송함수의 제약조건계수인 유사의 평균입경에 대한 불확실성을 고려한 모형을 모형 II로 하며 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$P \left[ \frac{R_t}{D} - \frac{G_{i,t}}{86.7SF_{i,t}^{3/2}} D^{1/2} = 0.00532 \frac{W_i}{SF_{i,t}^{4/3}} \right] \geq \alpha \quad (2.13)$$

식(2.13)에서의 평균입경에 대한 비선형의 표현은  $D$ 와  $D^{1/2}$ 을 서로 별개이나 비독립적인 두개의 매개변수로 다루어야 한다는 것을 나타내므로 방정식내에서 두 매개변수를 각각  $R_t$ 와  $-(G_{i,t}/86.7SF_{i,t}^{3/2})$ 의 조건의 변수로 해야한다. 이러한 정의 아래서 (2.13)식은 다음과 같은 관계로 나타낼 수 있다.

$$\mu_D = \mu_{D_1} R_t - \mu_{D_2} \frac{G_{i,t}}{86.7SF_{i,t}^{3/2}} \quad (2.14)$$

$$\sigma_D^2 = (\sigma_{D_1} R_t)^2 + \left( \sigma_{D_2} \frac{G_{i,t}}{86.7SF_{i,t}^{3/2}} \right)^2 - 2 R_t \left[ \frac{G_{i,t}}{86.7SF_{i,t}^{3/2}} \right] \sigma_{D_{12}} \quad (2.15)$$

여기에서  $\mu_{D_1}$ ,  $\mu_{D_2}$ ,  $\sigma_{D_1}$ ,  $\sigma_{D_2}$  : 두 매개변수의 계산된 평균과 표준편차

$\sigma_{D_{12}}^2$  : 두 매개변수의 공분산

따라서 위의 식 (2.13)에 대한 확정론적 평형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_D + \sigma_D Z_{(D, \alpha)} \leq 0.00532 \frac{W_i}{SF_{i,t}^{4/3}} \quad (2.16)$$

여기에서  $\mu_D, \sigma_D$  : 식(2.13)의 좌측항의 통계적 평균과 표준편차

$Z_{(D, \alpha)}$  : 유의수준  $\alpha$ 와 일치하는 표준정규변량

끝으로 유사량과 평균입자의 불확실성을 고려한 모형을 모형 III으로 하며 이에대한 무작위 제약조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P \left[ \left( \frac{G_{i,t}}{86.7 SF_{i,t}^{3/2}} + \frac{0.00532 W_i D^{1/2}}{SF_{i,t}^{4/3}} - \frac{R_t}{D^{1/2}} = 0 \right) \right] \geq \alpha \quad (2.17)$$

식(2.17)의 확정론적 평형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_P + \sigma_P Z_{(P, \alpha)} \geq 0 \quad (2.18)$$

여기에서  $Z_{(P, \alpha)}$  : 유의수준  $\alpha$ 와 일치하는 표준정규변량

$\mu_P$ 와  $\sigma_P$  : 통계적 평균과 표준편차

$$\mu_P = \sum_{k=1}^K \mu_{P_k} x_k \quad (2.19)$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{k=1}^K (\sigma_{P_k} x_k)^2 + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l=k+1}^K (x_k x_l \sigma_{P_{kl}}^2) \quad (2.20)$$

여기에서  $x_k$  : 식(2.17)의 매개변수  $k$ 와 결합하는 조건

$\sigma_{P_{kl}}^2$  :  $k$ 와  $l$  매개변수 사이의 공분산

$l = k+1, k+2, k+3, \dots, K$

### 3. 모형의 적용

이론적으로 적립한 기본모형의 적합성을 검증하기위한 자료로 수리모형실험을 통한 실 검자료를 이용하여 실험의 초기상태에 대한 실험의 결과를 바탕으로 이론적으로 적립한 최적화 모형의 값과 실측값을 비교하고자 한다.

### 3.1 한국건설시험소 수리모형실험

수리모형실험은 임의 유역을 수평축적 1/100 수직축적 1/30로 축소한 것으로 모형의 하폭은 1.5m 곡률반경 6.4m의 180도 만곡 수리모형실험이다. 실험에서 선정된 확률 홍수량은  $1900 \text{ m}^3/\text{sec}$ 이며 수로의 주요 특성제원을 모형에서의 제원으로 환산하면 표 3.1과 같다.

제 원	축 적	원 형	모 형
수로평균반경 B(m)	1/100	150	1.5
평균곡률반경 R(m)	1/100	640	6.4
홍수량 Q( $\text{m}^3/\text{sec}$ )	1/30000	1900	0.0633

표 3.1 한국건설시험소 수리모형실험의 제원

모형수로는 Cement Mortar로 제작 되었으며 수로로의 실험유량은 고가수조로 부터 공급되며 모형에서의 흐름을 안정하게 하기 위하여 두개의 정류벽을 거쳐 모형수로로 연결되어 있고 수로의 단면은 구형으로 되어있다. 수로의 말단부에는 Tail gate를 설치하여 수면경사를 조절할 수 있도록 하였으며 정류수로 앞에는 실험유량을 측정하기 위해 구형의 Weir를 설치 하였다. 본 실험에서는 고정상실험을 한 직사각형 단면의 180도 만곡수로에 평균입경 2.1 mm의 비교적 균질한 모래를 두께 60 cm정도로 펼친 후 실험유량  $63.3 \text{ l}/\text{sec}$  를 5분 동안 통수한 후 하상에서의 변화량을 측정하였다.

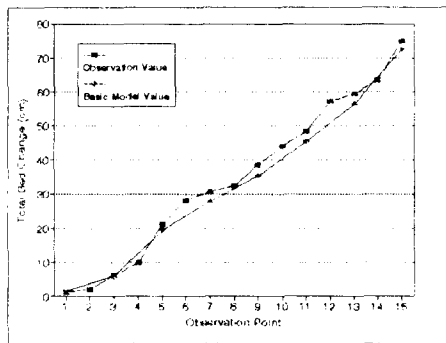


그림1 건설시험소 결과와의 비교

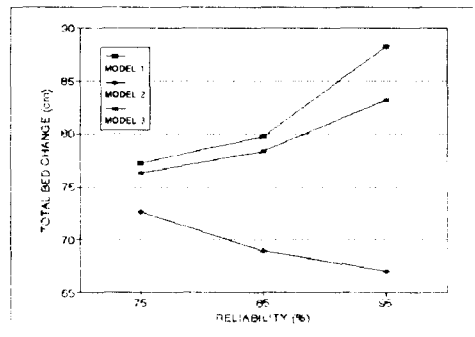


그림 2 하상변동의 누계

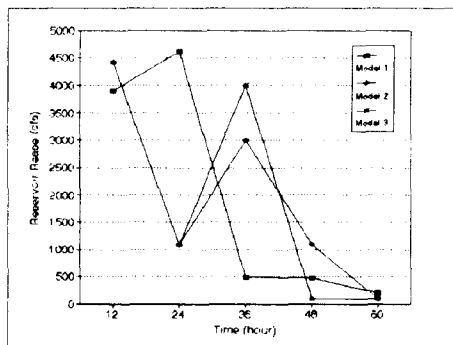


그림3 유의수준 ( $\alpha$  95%)의 방류패턴

#### 4. 결 론

이론모형의 결과는 건설시험소의 실험의 결과에서 유사량의 불확실성을 감안한 모형과 평균입경 양자의 불확실성을 감안한 모형의 경우가 비교적 하상의 변동이 유사한 값을 나타내었다. 실험의 결과가 유송함수의 매개변수들이 가지고 있는 불확실성을 고려한 모형보다 오히려 기본모형의 결과치와 가장 유사한 누가형태를 보이고 있는데 이는 모형실험이라는 극히 인위적인 실험의 특성 때문으로 보여진다.

끝으로 실험 및 모형적용의 결론은 다음과 같다.

- 1) Schoklitsch가 제안한 유사방정식은 수리모형실험과 같이 균등한 입자, 일정한 하상경사, 정류상태를 유지한 일정한 흐름등의 인위적인 조건에서는 비교적 실험실측 변동과 유사하였다.
- 2) 하도의 하상저하를 최소화 하기 위한 방류량 조절의 측면에서는 유사량의 불확실성을 고려한 모형(모형I)과 유사량과 평균입경 양자의 불확실성을 감안한 모형(모형II)의 경우가 유사한 경향을 보인다.
- 3) 평균입경의 불확실성을 감안한 모형(모형 II)은 유의수준이 높아질수록 적은 하상변동을 보였는데 이는 하상의 구성재료의 입경이 클수록 하상의 안정이 두드러진다는 사실을 나타내고 있다.
- 4) 모형 I의 경우 방류의 형태는 피크(Peak)가 60시간의 관측기간중에서 전반 12시간 사이에 발생하는 것으로 나타난다.
- 5) 두번째 경우인 평균입경의 불확실성에대한 유의수준을 크게한 경우(모형 II)와 양자의 불확실성을 고려한 모형(모형 III)의 유의수준을 크게한 경우에는 피크(Peak)가 관측시간에 대해서 두 차례로 발생하는데 이는 하도를 구성하고 있는 재료의 입경에 대한 영향이 큰 경우의 방류패턴으로 생각되어 진다.
- 6) 인위적인 제약들이 많은 실험조건및 모형의 초기조건들 때문에 모형의 결과는 비교적 이상적으로 나타나지만 이는 실측치와의 비교결과가 없으므로 자연상태의 현상들을 올바르게 알아보기 위해서는 이에 대한 연구가 계속되어야 한다.

끝으로 모형실험을 행할때 이론적으로 산정한 최적방류량을 웨어(Weir)에서 방류하여 실제로 어느 정도의 하상저하 감소를 가져오는가를 실험할 수 있다면 더욱 좋은 연구결과가 나오리라 생각되어진다. 또한 이러한 모형의 결과를 실제 저수지의 운영에 도입하기 위해서는 최대방류량이 발생하는 시간구간을 조절하고 실시간 유입수문곡선을 통한 적용으로 모형을 발전시키는 것이 필요하다.

#### 참고문헌

1. 하천만곡부 제방안정공법 및 댐 여수로 감세공에 관한 조사 실험보고서 No.468, 국립건설시험소., 1986
2. 베 ー ン工의 洗掘輕減效果と 設計法に 關する 研究, 土木研究資料 第 2644號, 建設省 土木研究所 河川部 河川研究室., 1988
3. Alfredo H-S. Ang and Wilson H. Tang, Probability concepts in engineering planning and design, John Wiley & Sons, Inc., 1975
4. Daryl B. Simons and Fuat, Senturk, Sediment transport technology, Water Resources Publications Fort Collins, Colorado USA., 1977
5. Larry W. Mays and Yeou-Konug Tung, Hydrosystems engineering and management, McGraw-Hill, Inc., 1992
6. Summary and Use of Selected Fluvial Sediment-Discharge Formulas, Water Resources Investigations Report 89-4026, Denver Colorado, U. S. Geological Survey., 1989