

## 격자형 구조물내의 진동에너지 전파

o김현실\*, 강현주\*, 김재승\*

### (Transmission of Vibration Energy in Box-like Structures)

(Hyun Sil Kim, Hyun Joo Kang and Jae Seung Kim)

#### 1. 서론

선박이나 냉난방 시스템의 덕트, 빌딩 등 많은 구조물의 진동소음해석은 박스형 또는 격자형 구조물내의 고주파수 진동에너지의 전파해석으로 모델링될 수 있다. 기존의 FEM이나 BEM은 소음발생이 문제시되는 고주파수 영역에서는 극히 세밀하게 모델링하여야 하므로 계산 시간 및 기억용량, 결과처리 등에 많은 문제가 있으므로 적용할 수 있는 주파수 대역이 제한된다. 이론적인 해석방법으로 직사각형 판이 T자형 또는 L자형으로 연결된 형태에 대해 Shen과 Gibbs[1], Guyader 등[2]과 Boisson 등[3]은 모드해석을 이용하여, Cuschieri[4]는 모빌리티를 이용하여 진동에너지의 전파를 해석하였다. 그러나 일반적인 3차원 격자 구조물에 대해서는 연구결과가 극히 드물다.

본 논문에서는 직사각형 평판이 박스형 또는 격자형으로 연결된 3차원 구조물의 진동에너지 전파 해석방법을 연구하였다. 각각의 판의 경계에서 발생하는 모멘트를 외력으로 간주하면 단일판의 모드를 이용하여 지배방정식의 해를 표현할 수 있으며 모멘트에 대한 연립방정식을 풀어 최종적으로 진동변위를 구하는 방법을 제시하였다. 본 연구에서는 굽힘파(bending wave)의 전달만 고려하였는데 실제로는 보 및 비틀림 모드도 존재하나 고주파수 대역에서는 굽힘모드가 지배적이며 소음의 발생도 굽힘모드에 의해 주로 발생하므로 보 및 비틀림모드의 생략이 큰 오차를 가져오지는 않는다. 테스트 모델에 대해 실험을 수행하여 결과

를 비교하였다. 또한 구조물의 고주파수 진동소음 해석방법으로 널리 쓰이는 통계적 에너지해석법(SEA)[5]을 이용한 결과와 비교하였다.

#### 2. 이론

직사각형 평판  $i$ 에 단순조화하중  $F \exp(i\omega t)$ 이 좌표  $(a_i, b_i)$ 에 작용할 때 평판의 굽힘진동변위  $W_i(x_i, y_i, \omega)$ 는 경계에서 발생하는 모멘트를 외력으로 간주할 때 다음 식에 의해 지배된다

$$D_i \nabla^4 W_i - \rho_i \omega^2 W_i = F \delta(x_i - a_i, y_i - b_i) + T_{x0}(y_i) \delta'(x_i) + T_{xL}(y_i) \delta'(x_i - L_{ix}) + T_{y0}(x_i) \delta'(y_i) + T_{yL}(x_i) \delta'(y_i - L_{iy}) \quad (1)$$

단,  $D_i = E_i h_i^3 / 12(1 - \nu_i^2)$

$\rho_i =$  surface density

$L_{ix}, L_{iy} :$   $(x_i, y_i)$  방향으로의 길이

$T_{x0}, T_{xL} :$   $x_i = 0, L_{ix}$ 에서 발생하는 모멘트

$T_{y0}, T_{yL} :$   $y_i = 0, L_{iy}$ 에서 발생하는 모멘트

여기서

\* 한국기계연구원 음향연구그룹

$E_i$  = 탄성계수,  $h_i$  = 판  $i$ 의 두께

경계조건으로 연결부위에서 평판의 변위는 없으며 기울기만 변하는 단순지지된 경우를 가정한다.

$$W_i(0, y_i) = W_i(L_{ix}, y_i) = 0$$

$$W_i(x_i, 0) = W_i(x_i, L_{iy}) = 0$$

평판  $i$ 의 진동변위는 주위의 판으로부터 분리된 단일 판의 경우와 같으며 단순지지된 모드로 전개할 수 있다

$$W_i = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm}^i \phi_n(x_i) \phi_m(y_i) \quad (2)$$

단,

$$\phi_n(x_i) = \sin(\pi n x_i / L_{ix})$$

$$\phi_m(y_i) = \sin(\pi m y_i / L_{iy})$$

식 (2)를 (1)에 대입한 후 양변에  $\phi_n(x_i) \phi_m(y_i)$ 를 곱하고 적분을 취하면

$$\int_0^{L_x} \int_0^{L_y} ( ) dx_i dy_i$$

계수  $A_{nm}^i$ 은 다음과 같이 결정된다

$$A_{nm}^i = \frac{4}{M_i H_{nm}^i} [ F \phi_n(a_i) \phi_m(b_i) - T_{xo}^m \phi_n(0) + T_{xL}^m \phi_n(L_{ix}) - T_{yo}^n \phi_m(0) + T_{yL}^n \phi_m(L_{iy}) ]$$

단

$$H_{nm}^i = (\omega_{nm}^i)^2 - \omega^2 - i\eta_i \omega^2$$

$$M_i = \rho_i L_{ix} L_{iy}$$

$$\eta_i = \text{loss factor}$$

여기서 평판  $i$ 의 고유주파수  $\omega_{nm}^i$ 은

$$\omega_{nm}^i = \pi^2 (D_i / \rho_i)^{1/2} [ (n/L_{ix})^2 + (m/L_{iy})^2 ]$$

변수  $T_{xo}^m, T_{yo}^n$ 은 다음과 같이 정의된다

$$T_{xo}^m = \int_0^{L_y} T_{xo}(y_i) \phi_m(y_i) dy_i$$

$$T_{yo}^n = \int_0^{L_x} T_{yo}(x_i) \phi_n(x_i) dx_i$$

$T_{xL}^m, T_{yL}^n$ 도 같은 방법으로 정의된다.

미지수인 모멘트에 대해서 다음과 같은 선형방정식을 세울수 있다.

$$[ A ] \{ \vec{T} \} = \{ \vec{F} \}$$

단, 모멘트 벡터  $\vec{T}$ 는 모든 모드를 포함한다.

$$\{ \vec{T} \} = \{ T_1^n, T_2^n, \dots \}, n = 1, 2, \dots$$

선형방정식의 크기는 무한대이나 계산과정에서는 유한한 모드만 고려해야 하는데 포함해야하는 최소한의 모드  $m_{crit}$ 이 존재하다.  $x$  방향으로의 모드에 대해서  $m_{crit}$ 은

$$m_{crit} = k_x L_{iy} / \pi$$

모드  $m$ 이  $m_{crit}$ 보다 작으면 모멘트는 propagating wave를 포함하지만 이보다 큰 경우는 non-propagating wave를 나타내며 모멘트는 급격히 수렴하여 거의 변화를 보이지 않는다. 실제 계산시 이보다 충분한 여유를 두어 모드 수를 선택한다. 주파수가 커지거나 판의 크기가 증가함에 따라, 또는 판의 두께가 감소함에 따라  $m_{crit}$ 이 증가한다. 한 쪽 방향으로  $N$ 개의 모드를 고려하고 모멘트수가  $M$ 개라면 선형방정식의 matrix 크기는  $N^2 M \times N^2 M$ 이 된다.

### 3. 실험

본 연구에서 개발된 방법을 적용하기 위한 테스트 모델로 Fig. 1과 같이 21개의 강판으로 구성된 박스형 구조물을 제작하여 실험을 수행하였으며 계산값과 측정치를 비교하였다.

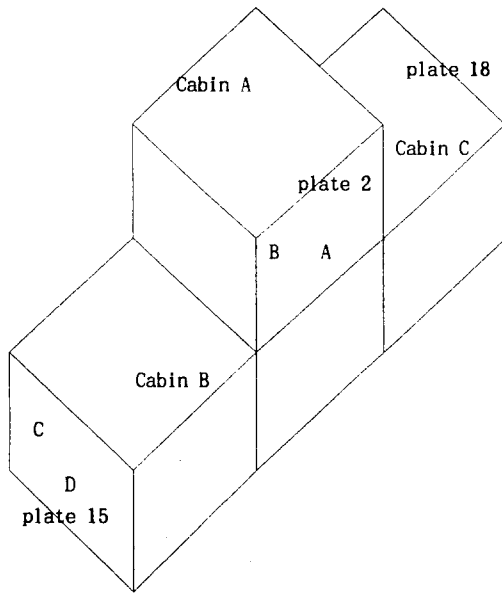


Figure 1. Test Model

가진기(shaker)로 판 2의 중심(point A)을 가진하였으며 20kHz까지의 white noise를 가했다. 가속도계는 판 2, 15, 18(판 15의 반대 편)에 각각 2군데 설치하였으며(point A, B, C, D, E, F) cabin A, B, C의 소음을 측정하였다.

테스트 모델은 동일한 크기의 박스 4개가 결합된 모양으로 박스의 높이는 0.8m, 폭은 1m, 길이는 0.8m로 강판으로 이루어졌고 수직판의 두께는 0.005m, 수평판의 두께는 0.0032m이다. Cabin C의 6면은 ㄱ자 형상의 보강재(50mm×50mm×4mm)를 설치하였으며 보강재 사이의 간격은 0.2m이다.

모빌리티를 측정하기 위하여 가진점(point A)에는 force transducer를, 판 안쪽 같은 지점에는 가속도계를 부착하였다. 판 15와 18의 경우에도 중심 및 중심에서 30cm 떨어진 곳에 각각 가속도계를 설치하였다.

#### 4. 실험결과와 예측치와의 비교

본 실험의 목적은 고주파수에서의 진동에너지의 전파를 보기위한 것으로 고주파수에서 발생하는 많은 수의 진동모드의 주파수와 진폭을 특정 모드에 대해 계

산값과 측정치를 비교하기에는 무리가 따른다. 계산값과 측정값의 비교는 두 가지 측면에서 가능한 데 전달함수(transfer function)의 스펙트럼 비교와 1/3 band pass filter를 사용한 각 밴드에서의 평균 레벨의 비교를 수행하였다.

테스트 모델은 4개의 박스로 구분하여 모델링하였으며 각 박스의 모멘트 수는 12개(경계선 당)로 전체 모멘트 수는 48개가 된다. 부분구조 합성법을 이용하여 박스 1, 2, 3내의 모멘트는 박스 4의 모멘트로 표현할 수 있으며 최종적으로 박스 4의 모멘트에 대해서만 연립방정식을 세워서 풀 수 있다.

최대 주파수는 8kHz까지 계산하였으며 이 경우 모드 수는 35개로 선택하였고 미지수 모멘트의 수는  $35 \times 12 = 420$ 개이다.

보강재의 영향은 저주파수대에서는 강성(stiffness)을 증가시켜 고유진동수 및 모드에 영향을 줄 것으로 예상된다. 그러나 본 연구에서는 보강재의 영향을 단순한 판의 질량증가로만 처리하였으며 이는 고주파수대에서는 파장이 매우 작아 보강재의 크기나 간격에 따른 강성의 변화가 전체적인 진동레벨에 영향을 주지 않을 것으로 예측되기 때문이다.

#### 전달함수(transfer function)

무한한 평판에 단순조화하중이 한 점에 작용하고 있을 때 가진점의 모빌리티(driving point mobility)는 주파수에 관계없이 일정한 값으로 주어진다[5].

$$M_{inf} = \left| \frac{V}{F} \right| = \frac{1}{8\sqrt{D\rho}}$$

유한한 단일 평판의 경우에 저주파수에서는 공진의 영향으로 변화를 보이나 고주파수로 갈수록 경계에 가까운 영역을 제외하고는 무한 평판의 값에 수렴한다[6]. 유한한 판의 진동모드는 가진점으로부터 전파되는 파(wave)와 경계에서 반사되어 오는 파 및 경계근처의 영역에 나타나는 국부효과(near field effects) 세가지로 구분되는데 고주파수로 갈수록 반사파 및 국부효과 크기는 감소하여 가진점 주위에서는 무한 평판의 경우와 같은 양상을 보인다.

3차원인 본 테스트 모델의 가속도계 부착위치에서의 전달함수  $|V/F|$ 를 계산하였으며 결과를 Fig. 2에 보였다. 무한판의 driving point mobility를 참고로 표시하였다.

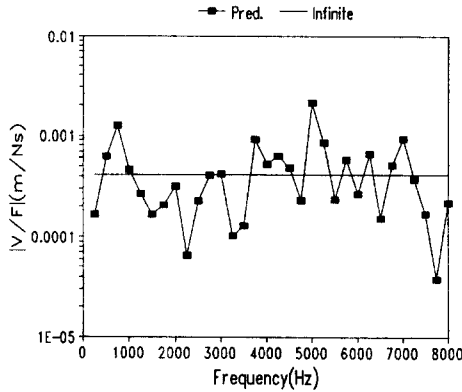


Figure 2. Driving point mobility(prediction)

Fig. 2에서 driving point mobility(point A)는 고주파수로 갈수록 무한 평판의 값에 수렴함을 볼 수 있다. 그러나 point B에서의  $|V/F|$ 는 고주파수로 갈수록 point A의 값보다 작아진다. Fig 3에 예측된 driving point mobility를 보였다.

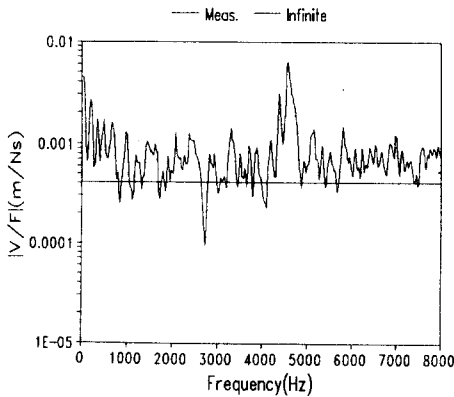


Figure 3. Driving point mobility(measurement)

### 평균가속도레벨

밴드를 갖는 white noise로 단일 평판을 가진할 경우 가진점은 진동에너지가 집중하는 특이점(singular

point)의 성질을 가지며[7] 경계를 제외한 나머지 대부분의 영역은 비슷한 진동레벨을 보인다. 판 2의 경우 평균가속도 레벨로 point B에서의 가속도 레벨을 취하였고 판 15는 point C, D 판 18은 E, F(E, F는 C, D와 대칭되는 위치)의 값의 평균을 취하였다. 기준가속도 레벨로  $a_{ref} = 10^{-5} m/s^2$ 을 사용하여 dB로 표시하였다.

Fig. 4에는 판 2, 15, 18의 공간 평균 가속도레벨을 비교하였다. 판 15와 18은 두 점에서의 가속도 레벨을 평균하였으나 판 2의 경우는 가진점이 아닌 point B에서의 값을 사용하였다. 판 15와 18의 가속도 레벨은 가진판의 레벨보다 작는데 주목할 점은 저주파수대에서는 보강재의 영향이 있으나 고주파수대에서는 보강재가 있는 판(plate 18)이나 없는 판(Plate 15)이 거의 대등한 수준을 보인다는 점이다.

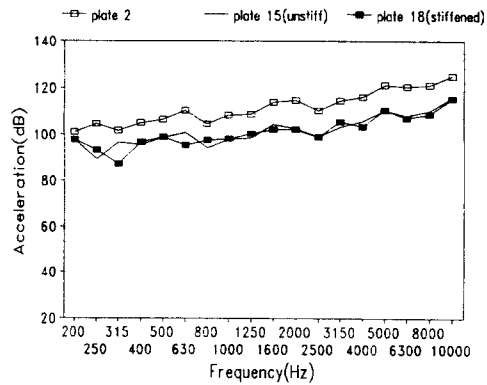


Figure 4. Comparisons of spatially averaged accelerations(meas.)

예측치의 경우 공간에 대한 평균은 식 (2)의 진동변위의 제곱을 각 판에 대해 적분하면

$$\begin{aligned} \langle a_i^2 \rangle &= \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{2} |\omega^2 W_i|^2 dy dx_i \\ &= \frac{1}{8} \sum_n \sum_m |\omega^2 A_{nm}|^2 \end{aligned} \quad (3)$$

가진판의 경우 force에 의한 항은 충분한 모드를 고려하지 않으면 수렴이 되지 않는데 이를 해결하기 위해

여 모멘트에 의한 항보다 많은 모드를 고려하여 평균치를 취하였다.

$$\begin{aligned}
 W_i &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm}^i \phi_n(x_i) \phi_m(y_i) \\
 &\approx \sum_{n=1}^{N_F} \sum_{m=1}^{N_M} F_{nm}^i \phi_n(x_i) \phi_m(y_i) \\
 &+ \sum_{n=1}^{N_M} \sum_{m=1}^{N_M} T_{nm}^i \phi_n(x_i) \phi_m(y_i) \quad (4)
 \end{aligned}$$

식 (4)에서  $F_{nm}$ 은 force에 의한 항으로  $N_F$ 개의 모드를 고려하였고  $T_{nm}$ 은 모멘트에 의한 항으로  $N_M$ 개의 모드를 고려하였다. 본 연구에서는 주파수에 관계없이  $N_F=200$ 개를 택하였고  $N_M$ 은 최소 10개에서 최대 35개(8kHz)를 택하였다.

식 (4)를 이용하면 식 (3)의 적분은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 \langle a_i^2 \rangle &= \sum_{n=1}^{N_F} \sum_{m=1}^{N_M} \frac{\omega^4}{8} |F_{nm}^i|^2 \\
 &+ \sum_{n=1}^{N_M} \sum_{m=1}^{N_M} \frac{\omega^4}{8} [ |T_{nm}^i|^2 + F_{nm}^i T_{nm}^{i*} + F_{nm}^{i*} T_{nm}^i ]
 \end{aligned}$$

단 (\*)는 complex conjugate를 나타낸다. 식 (3)의 가속도 레벨은 공간에 대해서만 평균한 값으로 주파수 밴드에 대해서도 적분을 수행하여야 하나 많은 계산을 요하는 작업으로 본 연구에서는 일정 주파수 간격에 대해서만 계산하였다.

### SEA

주파수 및 공간에 대한 평균진동에너지 레벨을 간편하게 구하는 방법으로 널리 알려진 SEA를 본 테스트 모델에 적용하였다. SEA는 일반적으로 밴드를 갖는 랜덤하중의 경우에 적용할 수 있으나 Dowell과 Kubota[7]는 단순조화하중의 경우에도 적용할 수 있음을 보였으며 이 경우 가진판에 주어진 파워는

$$P = |F|^2 / 2Z$$

단,  $Z$ 는 무한평판의 임피던스를 사용하였다.

각 판의 평균 진동에너지 레벨  $E_i$ 은 선형방정식을 풀어서 구할 수 있으며

$$[C] \{E\} = \frac{1}{\omega} \{P\}$$

matrix C의 계수는 damping과 coupling loss factor값에 의해 결정된다.

평균 가속도 레벨은

$$\langle a_i^2 \rangle = \frac{\omega^2 E_i}{M_i}$$

단  $M_i$ 는 판  $i$ 의 질량이다.

Fig. 5에는 판 2의 평균 가속도레벨에 대해서 계측치, 계산치 및 SEA에 의한 값을 각각 비교하였다. 가진판의 경우 세 가지 결과가 고주파수 대역에서는 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다. 그러나 판 15와 18의 경우 계측치와 예측치는 고주파수 대역에서 일치하나 SEA는 높은 레벨을 보인다. SEA도 보강재의 효과는 질량의 증가로만 처리하였는데 본 테스트 모델의 경우 보강재로 인한 질량의 증가는 대략 20%로 약 0.8dB의 평균 진동에너지레벨의 증가를 가져온다.

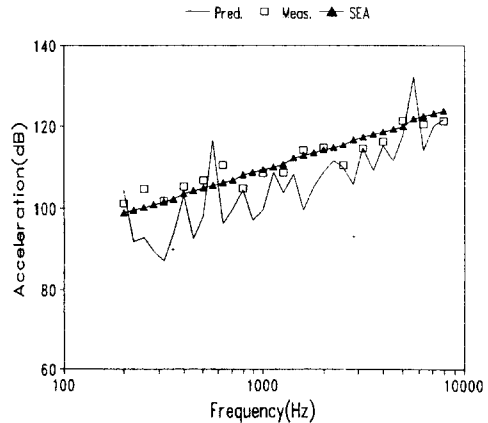


Figure 5. Spatially averaged acceleration of plate 2

### Cabin noise

판 2에 가해진 진동에너지에 의해서 각 cabin내에

발생되는 소음레벨을 Fig. 6에 보였으며 판 2에 가해지는 force가 1 Newton으로 일정한 경우의 레벨이다.

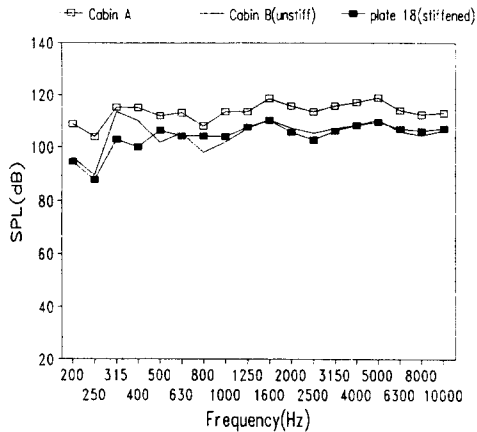


Figure 6. SPL in cabins

Cabin B와 C의 소음레벨은 A보다 작으며 보강재의 영향으로 저주파수대에서는 cabin C의 소음레벨이 B보다 작으나 고주파수대에서는 거의 대등한 수준을 보인다. 따라서 보강재는 고주파수대에서는 진동이나 소음감소 측면에서 거의 효과가 없음을 알 수 있다.

## 5. 결론

- 1) 예측치의 경우 가진점의 모빌리티는 고주파수로 갈수록 무한평판의 모빌리티에 접근하였다. 그러나 계측치는 고주파수대에서 일정한 값을 중심으로 oscillation을 보이며 평균값은 무한 평판의 모빌리티보다 1.7 - 2배 정도 큰 값을 보였다.
- 2) 가진점이 아닌 다른 위치에서의 전달함수는 예측과 계측값이 같은 레벨대에 있음을 알 수 있었다.
- 3) 각 판의 공간평균 가속도레벨을 SEA와 프로그램에 의한 예측치와 비교하였다. 가진판의 경우 세가지 값이 고주파수대에서는 잘 일치하나 다른 판의 경우 SEA는 높은 값을 보인다. 고주파수대에서는 보강재의 부착이 가속도레벨에 큰 영향을 주지않는 것으로 나타났다.

4) 좌우 cabin의 소음레벨 비교결과 고주파수대에서는 보강판의 영향이 미미한 것으로 나타났다. 이론적으로 보강판의 경우 방사효율을 증가시켜 동일한 진동레벨의 경우 소음발생이 큰 것으로 예측되나 질량증가로 인한 감소 등으로 계측결과는 큰 차이가 없음을 보였다.

## 후 기

본 연구는 과학기술처에서 시행한 1993년도 첨단연구 개발과제의 연구결과의 일부임을 밝혀둔다.

## 참 고 문 헌

1. Y. Shen and B. M. Gibbs, "An Approximate Solution for the Bending Vibration of a Combination of Rectangular Thin Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 105, 73-90, 1986.
2. J. L. Guyader, C. Boisson and C. Lesueur. " Energy Transmission in Finite Coupled Plates, Part I: Theory", Journal of Sound and Vibration, Vol. 81, 81-92, 1982.
3. C. Boisson, J. L. Guyader, P. Millot and C. Lesueur. " Energy Transmission in Finite Coupled Plates, Part II: Application to an L Shaped Structures", Journal of Sound and Vibration, Vol. 91, 93-105, 1982.
4. J. M. Cuschieri, "Structural Power Flow Analysis Using a Mobility Approach of an L-shaped Plate", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 87, 1159-1165, 1990.
5. R. H. Lyon, Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1975.
6. E. J. Skudrzyk, B. A. Kautz, and D. C. Greene, "Vibration of, and Bending -Wave propagation in Plates", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 33, 36-45, 1961.
7. E. H. Dowell and Y. Kubota, "Asymptotic Modal Analysis of Dynamical Systems", J. Appl. Mech. Vol. 52, 949-957, 1985.
8. Y. Kubota and E. H. Dowell, "Experimental Investigation of Asymptotic Modal Analysis for a rectangular Plate", Journal of Sound and Vibration, Vol. 106, 203-216, 1986.