

진동시험치구제어를 위한 기준입력 스펙트럼의 결정

김준엽\*, 정의봉\*\*

( Determination of Reference Input Spectrum for the Control of Fixture in Vibration Testing )

( Jun-Yeop Kim and Weui-Bong Jeong )

1. 서론

산업의 발달과 더불어 환경시험( Environmental Test )에 대한 관심이 증대되고 있으며 환경시험 중에서도 진동시험은 각종장비나 부품이 비행 또는 수송 등 실제상황에서 겪게되는 진동환경에 얼마 만큼 견디는지 여부를 확인하고, 예상되는 동적하중에 의한 오동작이나 성능저하가 일어나지 않는지를 확인하기 위해 방위산업, 우주산업, 항공산업을 중심으로 발전하고 있다.<sup>1)</sup> 특히 MIL-STD-810D 의 방법 514.3 및 MIL-STD-810E 의 방법 514.4 에서는 각종 군수품의 진동시험에 관한 규격을 지정하고 있고, 민수품 분야에서는 자동차 관련 산업을 중심으로 광범위하게 응용되고 있으며 품질 향상에 중요한 역할을 하고 있다. MIL 규격중에서도 랜덤진동시험( Random Vibration Test )은 최근에 중요한 시험으로 대부분 사용되고 있으며, 또 민수품 분야에서는 종래 정현파진동시험( Sinusoidal Vibration Test )이 많이 이용되었지만 최근에는 랜덤진동시험을 추진하는 기업들이 늘어나고 있다.

랜덤진동시험사에는 시험규격에 정해진 기준스펙트럼( Reference Spectrum )이 시험물부착점들에 전달되도록 제어하는 것이 이상적이지만 가진기 자체의 동특성, 치구( Fixture ) 및 시험물의 공진현상으로 인하여 기준스펙트럼과는 달리 증가 또는 감소된 스펙트럼이 시험물부착점을 통해서 전달되므로서 시험물은 주파수에 따라 과대시험( Overtest ) 또는 과소시험( Undertest )을 겪게된다. 이것은 치구 및 시험물의 공진현상으로 인한 피할 수 없는 현상으로서 랜덤진동시험에서는 제어하고자 하는 점에 가속도계를 부착하여 여기에서 되돌아오는 신호와 기준스펙트럼을 비교하여 제어하게 된다.<sup>2)</sup> 이와같이 하여 가진기에서 시험물로 전달되는 힘은 진동테이블( Armature Table ) 또는 치구에 설치된 제어가속도계( Control Accelerometer )로부터 직접 제어될 수 있다. 그러나 이 때의 제어는 제어가속도계가 부착된 점에서의 제어로서 실제 시험물이 부착될 점의 가속도스펙트럼은 기준스펙트럼과는 달리 왜곡되어 전달되므로서 진동시험 중이나 후에 시험물의 성능저하나 파손 등의 원인 규명 및 해석이 어렵게 된다.

본 논문에서는 진동테이블의 가속도스펙트럼에 대한 치구 위의 제어점 및 시험물부착점들에서의 가속도스펙트럼을 실제 진동시험조건에서 낮은 진동레벨로 측정한 후, 측정된 전달함수를 이용하여 기준스펙트럼과 시험물부착점들에서의 스펙트럼의 차이를 최소화하기 위한 진동테이블( Armature Table )에서의 가속도스펙트럼 및

제어점에서의 기준스펙트럼을 최소자승법( Least Square Method )의 원리를 적용하여 구하는 방법을 제안하였다. 본 방법은 시험규격에서 정해진 기준스펙트럼으로 제어할 경우와 제안된 기준스펙트럼으로 제어할 경우, 시험물부착점들로 전달되는 스펙트럼을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 간단히 예측할 수 있으므로 제안 전·후 결과를 쉽게 비교, 확인할 수 있고 실험을 통해 이를 증명하므로서 본 논문에서 제안된 방법의 유용성을 확인할 수 있다. 이와같이 제안된 기준스펙트럼을 랜덤진동제어의 기준스펙트럼으로 사용하므로서 시험규격에 정해진 기준스펙트럼을 가능한 정확히 시험물에 전달할 수 있고, 시험물부착점들에서의 과대시험 또는 과소시험을 최대한 줄이므로서 보다 정확한 진동시험을 수행할 수가 있다.

2. 이론적 배경

2.1 랜덤진동시험

랜덤진동제어에서는 기준스펙트럼이라고 하는 파워스펙트럼 밀도함수( Power Spectral Density Function : PSD 또는 간단히 "스펙트럼" )를 사용한다. 이 경우 제어 계통도는 그림 1 에 표시한 것과 같으며 진동테이블 또는 치구에 설치한 제어가속도계로부터의 출력스펙트럼을 기준스펙트럼과 비교하여 그 차이를 작게하는 형태로 Feedback 한다.

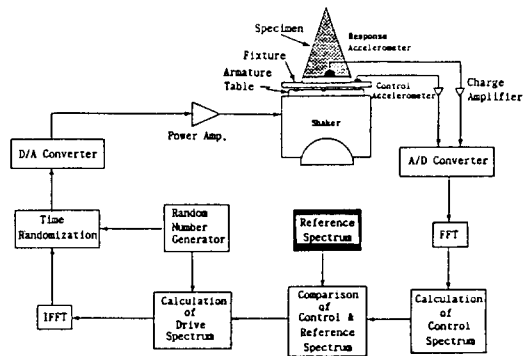


Fig. 1 Block Diagram of Random Vibration Control System

선형계의 랜덤진동해석의 모델로서 몇 개의 임의점  $j$  에 랜덤 가우시안 노이즈( Random Gaussian Noise ) 로 가진하는 경우, 점  $l$  의 응답스펙트럼은

\* 국방과학 연구소

\*\* 부산대학교 정밀기계공학과 및 기계기술 연구소

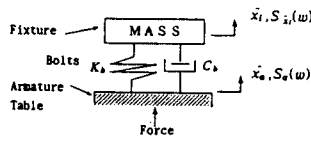
$$\{S_{x_i}(w_k)\} = \sum_{j=1}^{N_j} [|H_{ij}(w_k)|^2] \cdot \{S_{f_j}(w_k)\} \quad \text{-----}(1)$$

로 주어진다. 여기서

- $\{S_{x_i}(w_k)\}$  : 점  $i$  의 응답변위스펙트럼 벡터
- $\{S_{f_j}(w_k)\}$  : 점  $j$  의 가진력스펙트럼 벡터
- $[H_{ij}(w_k)]$  : 시스템 전달함수 행렬
- $i=1,2,\dots,N_r$  : 응답점의 수
- $j=1,2,\dots,N_f$  : 가진점의 수
- $k=1,2,\dots,N_w$  : 이산주파수의 수

이다.

일반적으로 진동테이블이 시험주파수 범위내에서 Diaphragming 모드<sup>3)</sup> (또는 Oil Canning 모드) 가 일어나지 않는 가진기의 경우, 진동테이블은 강체 모드를 나타내기 때문에 진동테이블과 치구를 연결하는 여러 개의 볼트에 동일한 가진력이 전달되는 단일입력 시스템으로 고려될 수 있다. 또한 랜덤진동시험에서는 그림 2 에서처럼 시스템의 입력에 대한 정보로서 가진력스펙트럼 대신에 제어가속도계로부터의 제어가속도스펙트럼 (또는 진동테이블 가속도스펙트럼)  $S_a(w)$  에 대한 임의점에서의 응답가속도스펙트럼  $S_{x_i}(w_k)$  을 측정한다. 이 경우 식 (1) 은 식 (2) 로 표현될 수 있다.



- $\ddot{x}_a(w)$  : 진동테이블 가속도
- $\ddot{x}_i(w)$  : 임의점 응답가속도
- $S_a(w)$  : 진동테이블 가속도스펙트럼
- $S_{x_i}(w)$  : 임의점 응답가속도 스펙트럼
- $K_s$  : 볼트 동가스프링 상수
- $C_s$  : 볼트 동가댁핑 상수

Fig. 2 Vibration Test Model

즉,

$$\{S_{x_i}(w_k)\} = [|H_i(w_k)|^2] \cdot \{S_a(w_k)\} \quad \text{-----}(2)$$

이다. 식 (2) 에서 임의점 응답가속도 스펙트럼  $S_{x_i}(w_k)$  를 1 개의 제어점 응답가속도 스펙트럼  $S_c(w_k)$  와 시험물부착점 응답가속도 스펙트럼  $S_s(w_k)$  로 분리하여 표현하면

$$\begin{Bmatrix} S_c(w_k) \\ \vdots \\ S_s(w_k) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} |H_c(w_k)|^2 \\ \vdots \\ |H_s(w_k)|^2 \end{Bmatrix} \cdot S_a(w_k) \quad \text{-----}(3)$$

이다. 여기서

- $H_c(w_k)$  : 제어점 전달함수
- $H_s(w_k)$  : 시험물부착점 전달함수
- $i=1,2,\dots,N_s$  : 시험물부착점 수

이다.

## 2.2 최적 기준스펙트럼의 결정

랜덤진동시험시 시험물부착점에서의 스펙트럼은 치구 및 시험물의 공진현상으로 인하여 시험규격에 정해진 기준스펙트럼과 많은 차이를 보이게 된다. 따라서 목적함수는 기준스펙트럼과 시험물부착점에서의 스펙트럼의 차

이를 최소화하는 것이며 이것을 최소자승법으로 표현하면 식 (4) 와 같다.

$$\text{minimize } J = \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{i=1}^{N_i} (S_{s_i}(w_k) - S_{ref}(w_k))^2 \quad \text{-----}(4)$$

여기서,

- $J$  : 목적함수
- $S_{s_i}(w_k)$  : 시험물부착점에서의 응답가속도 스펙트럼  $[G^2/Hz]$
- $S_{ref}(w_k)$  : 시험규격에 정해진 기준스펙트럼  $[G^2/Hz]$

이다. 또한 식 (3) 으로 부터 임의 한 점의 시험물부착점 응답가속도 스펙트럼은

$$S_{s_i}(w_k) = |H_{s_i}(w_k)|^2 \cdot S_a(w_k)$$

로 표현할 수 있으므로 식 (4) 는

$$\text{minimize } J = \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{i=1}^{N_i} (|H_{s_i}(w_k)|^2 \cdot S_a(w_k) - S_{ref}(w_k))^2 \quad \text{-----}(5)$$

로 된다. 목적함수를 최소화 하기 위한 가진기의 진동테이블에서의 가속도스펙트럼  $S_a(w_k)$  는

$$\frac{\partial J}{\partial S_a(w_k)} = 0 \quad \text{-----}(6)$$

로부터 구해지며 이 때 얻어진  $S_a(w_k)$  를 제한전의  $S_a(w_k)$  와 구분하기 위해  $S_{ma}(w_k)$  로 두면

$$S_{ma}(w_k) = \frac{S_{ref}(w_k) \cdot \sum_{i=1}^{N_i} |H_{s_i}(w_k)|^2}{\sum_{i=1}^{N_i} |H_{s_i}(w_k)|^4} \quad \text{-----}(7)$$

이다.

## 2.3 응답 스펙트럼의 계산

### 2.3.1 기준방법에 의한 스펙트럼

일반적으로 랜덤진동시험에서는 제어하고자 하는 1 점의 가속도계를 제어가속도계로 정하고서 제어점에서의 가속도스펙트럼  $S_c(w_k)$  가 정해진 기준스펙트럼  $S_{ref}(w_k)$  가 되도록 제어한다. 즉,

$$S_c(w_k) = S_{ref}(w_k)$$

이다. 이 경우 진동테이블에서의 가속도스펙트럼  $S_a(w_k)$  는 식 (3) 에서 측정된 제어점 전달함수  $|H_c(w_k)|^2$  를 이용하면

$$S_a(w_k) = \frac{S_c(w_k)}{|H_c(w_k)|^2} = \frac{S_{ref}(w_k)}{|H_c(w_k)|^2} \quad \text{-----}(8)$$

이다. 그러므로 시험물부착점에서의 응답가속도 스펙트럼은 식 (3) 과 (8) 로 부터

$$\begin{aligned} S_{s_i}(w_k) &= |H_{s_i}(w_k)|^2 \cdot S_a(w_k) \\ &= \frac{|H_{s_i}(w_k)|^2}{|H_c(w_k)|^2} \cdot S_{ref}(w_k) \quad \text{-----}(9) \end{aligned}$$

으로 표현할 수 있다.

### 2.3.2 제안방법에 의한 스펙트럼

본 논문에서 제안하는 제어점에서의 기준스펙트럼  $S_{mc}(w_k)$  도 측정된 제어점에서의 전달함수  $|H_c(w_k)|^2$  을 이용하면

$$S_{mc}(w_k) = |H_c(w_k)|^2 \cdot S_{ms}(w_k)$$

로 표현되며, 구해진 식 (7) 의  $S_{ms}(w_k)$  를 대입하면 기준스펙트럼  $S_{mc}(w_k)$  는

$$S_{mc}(w_k) = \frac{S_{ref}(w_k) \cdot |H_c(w_k)|^2 \cdot \sum_{i=1}^{N_s} |H_{s_i}(w_k)|^2}{\sum_{i=1}^{N_s} |H_{s_i}(w_k)|^4} \quad -- (10)$$

로 된다. 그리고 측정된 전달함수  $|H_{s_i}(w_k)|^2$  를 이용하면 시험물부착점들에서의 응답가속도 스펙트럼도

$$\begin{aligned} S_{ms_i}(w_k) &= |H_{s_i}(w_k)|^2 \cdot S_{mc}(w_k) \\ &= \frac{S_{ref}(w_k) \cdot |H_{s_i}(w_k)|^2 \cdot \sum_{i=1}^{N_s} |H_{s_i}(w_k)|^2}{\sum_{i=1}^{N_s} |H_{s_i}(w_k)|^4} \quad -- (11) \end{aligned}$$

으로 표현된다.

### 3. 진동시험 결과

#### 3.1 전달함수의 측정

랜덤진동제어시 제어점에서의 제안된 기준스펙트럼을 구하기 위해서는 진동시험에 사용할 치구를 가진기에 설치한 후, 치구 위의 제어점 및 시험물부착점들에서의 전달함수를 먼저 측정해야 한다.

전달함수를 측정하기 위해 사용한 치구는 그림 3 과 같은 제원을 갖는 치구로서 원추형 (Corn Type) 의 시험물 (그림 1 참조) 을 고정시키기 위해 치구 위에 8 개의 볼트로서 체결된다. 전달함수를 측정하기 위해 진동테이블에 1개의제어가속도계를 설치한 후 치구를 17개의 볼트 ( 3/8"-16 UNC, 길이 50mm ) 로써 정격 토오크 31.64 N·m 로 체결하였다.

랜덤진동제어를 위해 치구 위의 1 곳을 제어점 ( "C<sub>1</sub>" 으로 표시 ) 으로 설정하고 시험물이 설치될 위치 중에서 3 곳을 시험물부착점 ( "S<sub>1</sub>", "S<sub>2</sub>", "S<sub>3</sub>" 로 표시 ) 으로 설정하였다. 그리고 10 Hz - 2 kHz 범위에서 0.001 G<sup>2</sup>/Hz 의 일정한 크기를 갖는 진동테이블 가속도 스펙트럼에 대한 제어점 및 시험물부착점들에서의 전달함수를 측정하였다. 측정시스템은 그림 4 와 같이 구성하였으며 전달함수를 구하기 위해 디지털가진제어 시스템으로 부터 제어된 신호를 직접 HP3565S 신호처리 시스템으로 받아들인 후 LMS CADA-X FMON 소프트웨어로 측정하였다. 실험의 오차를 줄이기 위해 30 번 평균하였으며 이때 사용된 주파수 분해능은 5 Hz 였다.

측정된 제어점 및 시험물부착점들에서의 전달함수는 그림 5 와 같다.

#### 3.2 기준스펙트럼 계산

실험을 통하여 얻은 제어점 및 시험물부착점들의 전달함수와 시험규격에 정해진 기준스펙트럼 - 여기에서는 10Hz - 2kHz 범위에서 0.01G<sup>2</sup>/Hz 의 일정한 크기의 입력스펙트럼을 사용 - 을 이용하여 제어점 가속도스

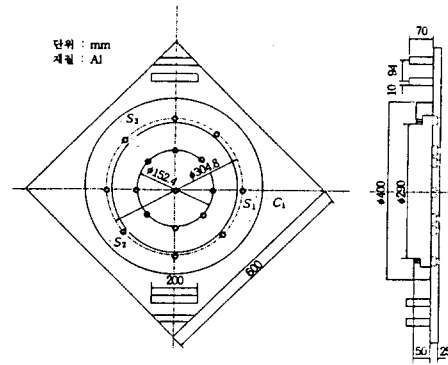


Fig. 3 Dimensions of Fixture

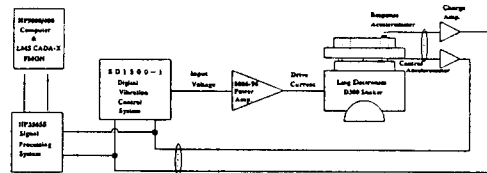
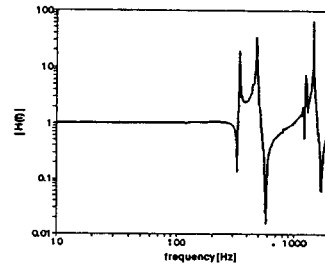
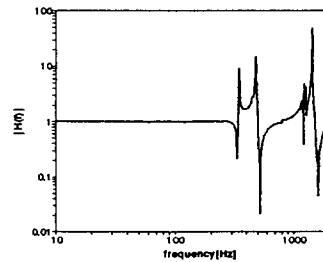


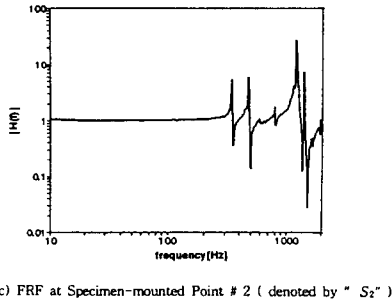
Fig. 4 Block Diagram of Vibration Test



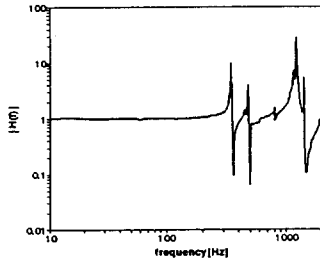
(a) FRF at Control Point ( denoted by "C<sub>1</sub>" )



(b) FRF at Specimen-mounted Point # 1 ( denoted by "S<sub>1</sub>" )



(c) FRF at Specimen-mounted Point # 2 ( denoted by " S<sub>2</sub>" )



(d) FRF at Specimen-mounted Point # 3 ( denoted by " S<sub>3</sub>" )

Fig. 5 Measured Frequency Response Functions

펙트럼과 시험물부착점 가속도스펙트럼의 차이를 최소화하기 위한 진동테이블 가속도스펙트럼  $S_{ma}(w_k)$  를 먼저 계산한다. 진동테이블에서의 가속도스펙트럼은 가진기의 가진력 ( 또는 구동전류 ) 에 비례하는 양으로서 제안 전 후 그림 6 처럼 나타났다.

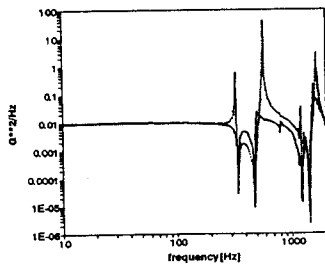


Fig. 6 PSD at Armature Table before and after modified

( Dot : before modified, Solid : after modified )

제안된 기준스펙트럼은 계산된  $S_{ma}(w_k)$  값과 제어점 전달함수를 이용하여 식 (10) 으로 부터 구해질 수 있으며 이때 얻어진 기준스펙트럼을 제안전의 시험규격에 정해진 기준스펙트럼(  $0.01 G^2/Hz$  ) 과 비교하여 나타내면 그림 7 과 같다.

### 3.3 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험 결과

측정된 전달함수를 이용하여 진동테이블에서의 가속도스펙트럼을 도출해내므로서 식 (10) 의 제안된 기준스펙트럼을 구할 수 있으며, 또한 제안된 기준스펙트럼으로 제어할 경우 시험물부착점에서의 응답가속도 스펙트럼을 식 (11) 에서 예측할 수 있다. 그림 8 은 제어점을 기존의 제어방식인 시험규격에 정해진 기준스펙트럼  $0.01 G^2/Hz$  으로 제어한 경우와 본 논문에서 제시한 제안된

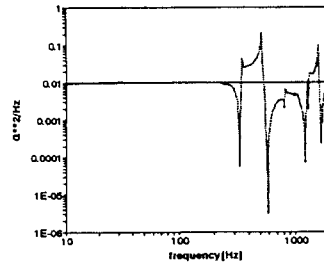
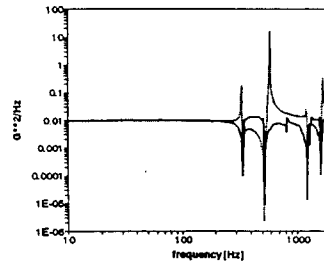


Fig. 7 Comparison of Reference Spectrum before and after modified

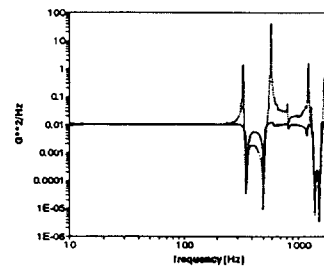
( Solid : before modified, Dot : after modified )

기준스펙트럼으로 제어할 경우, 시험물부착점에서의 응답가속도 스펙트럼을 비교한 결과이다.

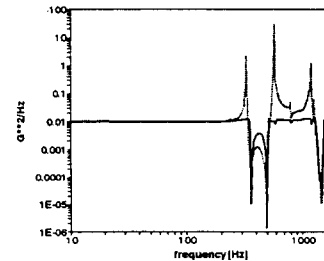
그림 8 의 (a),(b),(c) 에서 알 수 있는 바와 같이 제안된 시험규격에 정해진 기준스펙트럼으로 제어할 경우는 치구의 공진특성으로 인해 시험물부착점에 전달되는 스



(a) Comparison of PSD at Specimen-mounted Point # 1. S<sub>1</sub>



(b) Comparison of PSD at Specimen-mounted Point # 2. S<sub>2</sub>



(c) Comparison of PSD at Specimen-mounted Point # 3. S<sub>3</sub>

Fig. 8 Computer Simulation Results

( Dot : before modified, Solid : after modified )

펙트럼은 실제 기준스펙트럼과는 달리 상당한 과대 또는 과소 진동시험을 나타낼을 알 수 있다. 동일 제어점에 대해 제안된 기준스펙트럼으로 제어할 경우, 시험물부착 점들에 전달되는 스펙트럼은 제안전에 비해 반공진점 (Antiresonance) 부근에서는 시험물의 위치마다 반공진 주파수 및 크기가 달라지는 반공진 자체의 물리적 특성으로 인하여 많은 효과를 얻을 수 없으나 공진점 부근에서는 대부분의 값들이 주어진 기준스펙트럼인  $0.01G^2/Hz$ 에 접근된 제어가 이루어지고 있음을 알 수 있다. 이와같이 제안 전·후 기준스펙트럼으로 제어할 경우 시험물부착 점들에 전달되는 응답스펙트럼을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 쉽게 예측, 비교할 수가 있다.

그리고 랜덤진동제어장치로 진동시험을 수행하여 컴퓨터 시뮬레이션 결과의 타당성을 증명하였다. 그림 9는 제어점을  $0.01G^2/Hz$ 의 스펙트럼으로 제어한 경우 제어점 및 시험물부착점에서의 이론과 실험에 의한 결과를 나타내는 것으로 이론과 실험이 거의 일치하는 좋은 결과를 얻었다.

그림 10은 제어점을 제안된 기준스펙트럼으로 제어한 경우로서 제안된 기준스펙트럼을 27개의 절점주파수(Break Point Frequency)로 나눈 후, 각 절점주파수에 대한 스펙트럼 값을 입력하여 기준스펙트럼으로 사용하였다. 이 경우도 이론과 실험 결과가 잘 일치되고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

랜덤진동제어시 제어가속도계부착점만을 제어하므로써 실제 시험물부착점에서의 스펙트럼이 시험규격에 정해진 기준스펙트럼과는 달리 왜곡되어 과대 또는 과소시험이 수행되는 기존의 방법을 개선하기 위한 제어점에서의 기준스펙트럼 결정방법을 제안하였다.

시스템이 선형시불변시스템(Linear Time Invariant System)인 경우 실제 진동시험을 수행하기 전에 간단히 낮은 진동레벨시험을 수행하여 제어점 및 시험물부착점들의 전달함수를 측정하므로써 제어점 기준스펙트럼을 결정할 수 있으며 제안된 기준스펙트럼을 사용하여 실제 치구에 대해 랜덤진동시험을 수행한 결과, 제안방법의 유용성이 검증되었다.

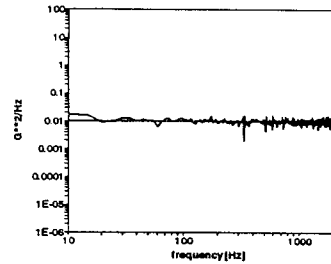
제안된 기준스펙트럼을 제어점 기준스펙트럼으로 사용하므로써 시험물부착점에서의 응답특성이 시험규격에 정해진 기준스펙트럼에 가장 가까운 운동을 나타낼 수 있고, 종전의 진동제어시 나타나는 시험물부착점에서의 과대 또는 과소시험을 최대한 줄일 수 있다. 이와같이 보다 정확한 진동시험이 수행되므로써 진동시험 중 또는 후에 나타나는 시험물의 파손이나 성능저하 등의 오동작에 대한 원인규명 및 해석이 정확하게 이루어질 수 있고 설계변경에 충분히 반영될 수 있다.

앞으로 랜덤진동제어시 반공진점에서의 시험물부착점 응답스펙트럼도 시험규격에 정해진 기준스펙트럼에 접근된 제어가 이루어지기 위한 치구의 구조적 측면에서의 연구가 동시에 이루어져야 한다.

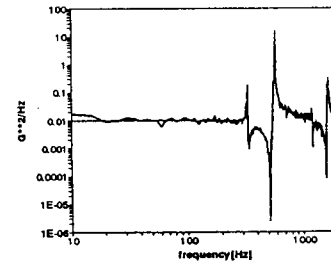
#### 참고문헌

- 김준엽, 윤을재, 장성조, 이상설, 이주진, 1993, "우리별 2호 위성의 진동/충격시험법에 관한 연구", 대한기계학회 추계학술대회.

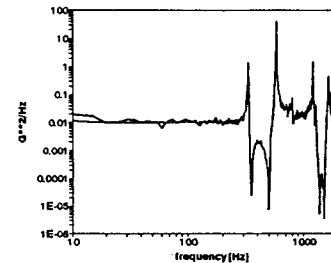
- C.M. Harris and C.E. Crede, 1976, "Shock and Vibration Handbook", 2nd Ed., McGraw-Hill, New York, pp27-1 ~ 27-14.
- B.J. Klee, D.V. Kimball and Wayne Tustin, 1971, "Vibration and Shock Test Fixture Design", Tustin Institute of Technology, California, pp12-1 ~ 12-6.



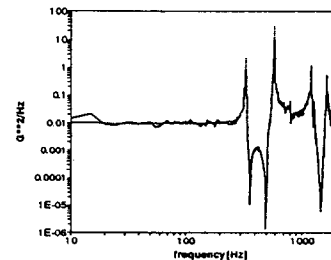
(a) PSD at Control Point,  $C_1$



(b) PSD at Specimen-mounted Point #1,  $S_1$

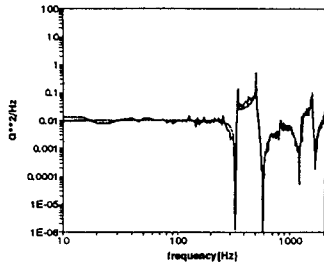


(c) PSD at Specimen-mounted Point #2,  $S_2$

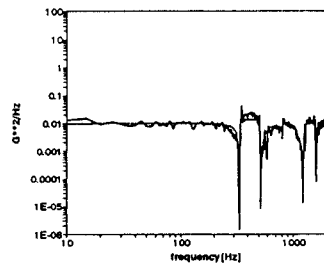


(d) PSD at Specimen-mounted Point #3,  $S_3$

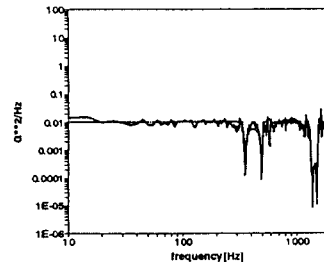
Fig. 9 Comparison of Theoretical and Experimental Results before modified  
(Dot : Theoretical, Solid : Experimental)



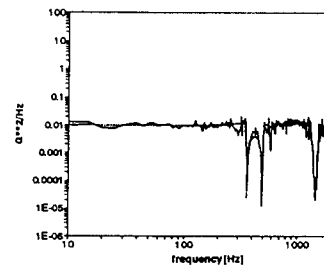
(a) PSD at Control Point,  $C_1$



(b) PSD at Specimen-mounted Point #1,  $S_1$



(c) PSD at Specimen-mounted Point #2,  $S_2$



(d) PSD at Specimen-mounted Point #3,  $S_3$

Fig. 10 Comparison of Theoretical and Experimental Results after modified  
( Dot : Theoretical, Solid : Experimental )