

주기적 외란을 제거하기 위한 효율적인 적응제어기

나 희승, 박 영진*

(A Novel Adaptive Controller for Periodic Disturbances Rejection)

(Hee-Seung Na and Youngjin Park)

1. 서론

자동제어 시스템을 설계할때 일어나는 많은 어려움 중의 하나는 외란에 의한 영향을 줄이는 것이다. 이들 외란중 특히 좁은대역의 외란 (narrow-band disturbances)은 공학적인 시스템에서 흔히 발생되며, 많은 문제점을 야기시킨다.

예를 들면, 회전펌프⁽¹⁾, 마그네틱 베어링 (magnetic bearing)⁽²⁾, 데이터 저장시스템⁽³⁾등 회전체를 갖고있는 기계적 시스템은 회전체의 정밀가공한계 때문에 불균형 질량 (unbalance mass)을 갖게되며, 이것은 회전시 주기적 외란 (periodic disturbances)으로 센서에 감지된다. 전기 모터에서도 고유특성상 회전주파수에서 펄스를 발생시키며, 이는 주기적 외란을 유발한다⁽⁴⁾. 수중함의 자동심도 제어시스템 (depth control system)은 1차계 해파력이 좁은대역의 외란으로 작용한다. 이는 함 센서를 오염시켜 심도 정보의 정확도를 떨어뜨린다^(5,6). 따라서, 자동제어 시스템의 올바른 설계는 이러한 외란성분을 제거하고, 제어가능한 신호만을 제어기에 입력 시킴으로써 제어시스템의 성능을 개선할 수 있다.

본 논문의 목적은 Fig.1과 같은 피드백 제어시스템에서 주기적 외란 (periodic disturbances), d_0 ,이 출력센서에 감지될 경우, 이를 제거하기 위한 새로운 적응제어기 (adaptive controller)를 설계하는 것이다. 2장에서는 주기적 외란을 제거하기 위한 방법으로 많이 사용되어온 피드백 제어기 (feedback controller)와 피이드포워드 제어기 (feedforward controller)를 설명한다. 3장에서는 적응 피이드포워드 제어기가 페루프 전달함수를 변경시키는 점에서 피이드백 제어기와 동일함을 보이고, 전달함수를 변경시키지 않아 페루프시스템의 강건성을 저하시키지 않는 효율적인 피이드포워드 제어기를 설계한다. 4장에서는 제안된 피이드포워드 제어기의 학습알고리즘을 유도

* 한국과학기술원 기계공학과 NoVIC 센터

한다. 5장에서는 모의실험을 통하여 제안한 피이드포워드 제어기 및 학습 알고리즘의 효율성을 검증하기로 한다.

2. 주기적 외란제거를 위한

피이드백 제어기와 피이드포워드 제어기

Fig. 1과 같은 피이드백 제어시스템에서 주기적 외란 d_0 이 출력센서에 감지될 경우 ω_0 의 주파수를 갖는 외란 d_0 는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$d_0(t) = D \sin(\omega_0 t + \varphi) = a \sin(\omega_0 t) + b \cos(\omega_0 t) \quad (1)$$

여기서 $D = (a^2 + b^2)^{1/2}$, $\varphi = \tan^{-1}(b/a)$ 이다. 이 시스템에서 주기적 외란을 제거하기 위한 방법은 여러가지가 있으나 다음과 같이 두가지로 분류할 수 있다. 첫번째 방법으로 Fig. 2는 피이드백 제어에 의한 외란제거 시스템을 나타낸 블럭선도이다. 이 방법은 피이드백 제어 시스템에 $N(s, \omega_0)$ 이라는 노치필터 (notch filter)를 추가하여 내부적으로 주기적외란을 제거하는 방법이다⁽⁷⁾. 필터 $N(s, \omega_0)$ 의 전달함수는 다음과 같다.

$$N(s, \omega_0) = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad (2)$$

여기서 Q 는 노치필터의 성능과 대역폭 (bandwidth)을 조절하는 상수이다. 그러나 노치필터 $N(s, \omega_0)$ 은 제어루프로부터 주파수가 ω_0 인 모든신호를 제거하므로 페루프전달함수를 변형시켜 계를 불안정하게 만들 수 있는 문제점이 있다. Fig.3은 $\omega_0 = 100$ rad/sec, $Q = 10$ 에서 노치필터 $N(s, \omega_0)$ 의 보드선도 (bode plot)이다. 위상선도를 보면 제거하려는 외란의 주파수 ω_0 에서 큰 음의 위상여유 (negative gain margin)를 갖고 있으며, 이는 제어시스템의 강건성 (robustness)을 저하시킨다.

두번째 방법으로는 주기적 외란 d_o 를 상쇄시키기 위해 외부에서 2차 제어입력 r_o 를 가하는 피드포워드 제어가 있다⁽²⁾. Fig.4는 피드포워드 제어를 나타내는 블록선도이다. 시스템출력은 다음과 같이 세항의 합으로 나타낼수있다.

$$y(s) = T(s) r(s) + T(s) (r_o(s) - d_o(s)) \quad (3)$$

여기서 $T(s) = P(s) C(s) / (1 + P(s) C(s))$ 은 폐루프 전달함수(closed-loop transfer function)이다. $C(s)$ 는 주기적 외란 $d_o(s) = 0$ 인 가정하에서 시스템을 안정화하도록 설계된 보상기이다. $r_o(s) - d_o(s) = 0$ 가 되도록 2차 제어 입력 r_o 를 가하는 피드 포워드 제어를 설계한다면, 폐루프 전달함수에 영향을 주지않으므로 불안정하게 만드는 문제점을 해결할 수 있다.

3. 효율적인 피드 포워드 제어기 설계

시불변 피드 포워드 제어기는 2차 제어 입력으로 주기적 외란을 제거하는 방법이며, 앞절에서 설명한 바와같이 제어시스템의 강건성에 영향을 주지 않는다. 그러나, 이방법은 외란에 대한 정확한 정보가 필요하므로 적응 피드 포워드 제어기가 많이 사용되고 있지만 이 제어기는 설계 방법에 따라 제어시스템의 강건성에 영향을 줄수 있으며, 다음과 같은 피드 포워드 제어기 설계로부터 이를 검증하기로 한다. Fig.5와 같은 적응 제어시스템을 설계했을 경우, 피드 포워드 제어기는 적응 노치필터로 표현되고, 적응 알고리즘에는 LMS (least mean square) 알고리즘이 많이 사용되고 있다⁽⁸⁾. 2차 제어입력 r_o 의 이산식은 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$r_o(k) = w_o(k) \sin(k\omega_o) + w_i(k) \cos(k\omega_o) \quad (4)$$

이 피드 포워드 제어기의 적응 알고리즘인 LMS알고리즘은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} w_o(k+1) &= w_o(k) + 2\eta u(k) \sin(k\omega_o) \\ w_i(k+1) &= w_i(k) + 2\eta u(k) \cos(k\omega_o) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $\omega_o = 2\pi f_o T$ 이며, η 는 수렴상수 (convergence factor)이다. 위의 적응 노치필터 알고리즘은 등가 전달함수 (equivalent transfer function)로 나타낼수 있으며, 시불변 전달함수 (LTI)로 근사화 하면 다음과 같다.^(8,9)

$$\frac{U(z)}{I(z)} = \frac{z^2 - 2z \cos\omega_o + 1}{z^2 - 2(1-\eta)z \cos\omega_o + 1 - 2\eta} \quad (6)$$

이식은 노치 필터식으로 수렴상수 η 에 의해 필터의 성능과 대역폭을 조절할수 있다. 결과적으로 Fig.5와 같은 피드 포워드 제어기는 Fig.2와 같은 피드 백 제어기와 등가를 이룬다. 이는 제어시스템의 설계 방법에 따라 피드 백과 피드 포워드 제어기간에 상사성 (similarity)이 있음을 보여준다. 그러므로 Fig.5와 같은 피드포워드 제어기 설계는 피드백 제어기처럼 제어시스템의 강건성을 저하시킨다. 이는 $r_o(k) - d_o(k) = 0$ 를 만족하는 피드 포워드 제어를 설계하지 않았기 때문이다.

다음은 제어 시스템의 강건성을 저하시키지 않는 효율적인 피드 포워드 제어를 설계해 보자. 식 (3)으로부터 이산 시간영역에서 다음과 같은 목적 함수 (cost function)를 정의 한다.

$$\begin{aligned} J = \epsilon(k)^2 &= \{ \hat{y}(k) - \hat{T}(z^{-1}) r(k) \}^2 \\ &= \{ T(z^{-1}) (r_o(k) - d_o(k)) \}^2 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\hat{T}(z^{-1})$ 은 폐루프 전달함수 $T(z^{-1})$ 의 공칭 전달함수 (nominal transfer function)이다. 위의 목적함수를 최소화할 경우, $\hat{T}(z^{-1}) = T(z^{-1})$ 이면 $r_o(k) - d_o(k) = 0$ 를 만족한다. 따라서, 폐루프 전달함수에 영향을 주지 않는 강건한 피드 포워드 제어기를 설계할수 있다. 이러한 피드 포워드 제어기의 블록선도는 Fig.6과 같다. 이 제어기의 적응 알고리즘을 다음장에서 유도하기로 한다.

4. 적응 노치 필터의 학습 알고리즘

본 절에서는 목적함수인 식(3)을 최소화하는 적응 노치 필터 (adaptive notch filter)의 학습알고리즘을유도해 보고, 수렴상수의 수렴범위를 알아 본다.

폐루프 전달함수 $T(z^{-1})$ 가 평가오차 없이 오프라인 (off-line) 모델링되었다고 가정하면, 주기적 외란의 주파수 ω_o 에서 $T(e^{j\omega_o}) = T e^{j\Phi}$ 로 표현될 수 있다. 과도응답을 무시하면, 식(7)에서 $T(z^{-1}) r_o(k)$ 의 시간영역신호 $f(k)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(k) &= T(z^{-1}) r_o(k) \\ &= T w_o(k - \frac{\Phi}{\omega_o}) \sin(k\omega_o + \Phi) + T w_i(k - \frac{\Phi}{\omega_o}) \cos(k\omega_o + \Phi) \end{aligned} \quad (8)$$

목적 함수 $\epsilon(k)^2$ 자승치를 최소화하기 위하여 최급하강법 (steepest descent)에 의해 제어기의 필터계수를 매샘플마다 적응시키면, 필터계수는 최종적으로 최적필터인 Wiener필터 W^* ⁽²⁾에 수렴하게 될 것이다. 적응 알고리즘은 다음과 같이 표현될 수 있다. (i=0,1)

$$w_i(m+1) = w_i(m) - \eta \frac{\partial \epsilon(m)^2}{\partial w_i(m)} = w_i(m) - 2\eta \epsilon(m) \frac{\partial \epsilon(m)}{\partial w_i(m)} \quad (9)$$

여기서 η 는 수렴상수이다.

제어기 $W(k)$ 가 시불변 (time invariant) 이라는 가정 하에 (9)식의 적응 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

$$w_0(k+1) = w_0(k) + 2 \eta \epsilon(k) T \sin(k\omega_0 + \Phi) \quad (10)$$

$$w_1(k+1) = w_1(k) + 2 \eta \epsilon(k) T \cos(k\omega_0 + \Phi)$$

식(10)은 기존의 filtered-x LMS알고리즘과 동일하다^(8,10).

Snyder⁽¹¹⁾, Morgan⁽¹²⁾등은 $T(z^{-1})$ 가 순수한 시간지연의 특성을 갖는 경우에 한하여 filtered-x LMS알고리즘의 수렴특성을 정량적으로 규명하였으며, 수렴상수 η 의 수렴 범위는 다음과 같다.

$$0 < \eta < \frac{1}{(q+1) T_n^2 \sigma_x^2} \sin\{\pi / (4n+2)\} \quad (11)$$

여기서, σ_x^2 는 필터입력신호의 분산이다.

식(25)에서 알 수 있는 바와 같이 수렴계수의 수렴범위는 $T(z^{-1})$ 의 시간지연 샘플수 n 이 커지게 됨에 따라 수렴계수의 범위가 매우 작게 되어 제어기의 적응속도는 낮아진다. 이로부터 일반적인 형태에서의 $T(z^{-1})$ 일 경우에도 이러한 현상이 나타남을 추정할 수 있다. 과도응답을 무시할 경우, 식 (8)은 주파수 ω_0 에서 $n = \Phi / \omega_0$ 의 시간지연을 갖는다. 그러나 과도응답은 존재하며, 그 정도에 따라 수렴 범위는 식 (11)보다 작아지므로 식 (11)은 정상상태에서만 만족한다.

5. 모의 실험

앞에서 제안한 피이드포워드 제어기 및 학습알고리즘의 효율성을 검증하기 위하여 간단한 모의실험을 수행한다.

시스템은 플랜트 $P(s)$ 는 2차 순수 적분시스템 ($= 1 / ms^2$)으로 가정하였으며, 페루프를 안정화하기 위하여 속도궤환제어를 하였으며, 감쇠비가 0.5되도록 설계한 이산 궤환 제어기로부터 페루프 전달함수 $T(z^{-1})$ 를 다음과 같이 구하였다.

$$T(z^{-1}) = \frac{0.198 z^{-1} + 0.198 z^{-2}}{1 - 1.044 z^{-1} + 0.442 z^{-2}}$$

이 제어시스템에 다음과 같은 $\omega_0 = 0.1$ 인 주기적외란 $d_0(k)$ 에 의하여 오염되었다고 가정한다.

$$d_0(k) = 1.0 \sin(0.1k) + 2.0 \cos(0.1k)$$

주기적 외란제거의 모의실험은 제안한 Fig. 6의 제어기와 식 (10)의 학습알고리즘으로 수행하였다. Fig. 7, Fig. 8은 일반 피이드 포워드 제어기 및 제안한 피이드 포워드 제어기로 제어했을 때, 제어후의 결과와 적응 노치필터계수의

변화이다. Fig8에서 보듯이 피이드 포워드 제어기가 추종 성능이 더 우수하고, 필터계수가 각각 1.0, 2.0으로 수렴함을 알 수 있다. 모의실험으로부터 제안한 제어기 및 알고리즘의 효율성을 검증하였고, 제어 시스템의 성능 및 강건성이 제어기 설계에 따라 달라짐을 알 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 제어 시스템에 주기적 외란이 센서에 감지될 경우 이를 제거 하기 위한 피이드백 과 피이드 포워드 제어기를 비교하였고, 제어 시스템의 강건성을 저하시키지 않는 피이드 포워드 제어기를 설계하였다. 피이드 포워드 제어기, 즉 적응 노치 필터의 학습알고리즘을 유도 하였다. 모의실험을 통하여 제안한 피이드포워드제어기 및 학습알고리즘의 효율성을 검증하였다.

향후 연구 방향으로서는 목적함수에서 공칭 플랜트를 이용할 경우 플랜트 모델링 오차에 의한 학습 알고리즘의 안정도-강건성 (stability - robustness) 문제의 연구가 필요하다.

참고 문헌

- (1) Y. Wei and A. Wu, 1992, " Demonstration of Active Vibration Control of The Hughes Cryocooler Testbed," Proceedings, 31st IEEE Conference on Decision and Control, Tuscon, Arizona, pp. 2580- 2585.
- (2) Beale, S., Shafai, B., LaRocca, P., and Cusson, E., 1992, "Adaptive Forced Balancing for Magnetic Bearing Control System," Proceedings, 31st IEEE Conference on Decision and Control, Tuscon, Arizona, pp. 3535- 3539.
- (3) Sidman, M. D., 1989, " Control System Technology in Digital Disk Drive," Dgital Technical Journal, Vol. 8, pp. 61-73.
- (4) D. Chen and B. Paden, 1990, " Nonlinear Adaptive Torque-Ripple Cancellation for Step Motors," Proceedings, IEEE Conference on Decision and Control, Honolulu, Hawaii, pp. 3319- 3324.
- (5) R. J. Daniel, 1988, " Submarine Today," warship 88 international symposium paper No. 1.
- (6) Lennart Bystrom, 1988, " Adaptive Control of a Submarine in a Snorting Condition in Waves," warship 88 international symposium paper No. 1.
- (7) Johnson, B. G., Hockney, R. L., and Misovec, K. M., 1988, " Active Synchronous Response Control of Rigid-Body Rotors ," Proceedings, IMechE 4th International Conference on Vibrations Machinery, pp. 33-39.
- (8) Widrow, B. and Stearns, S. D., 1985, "Adaptive Signal Processing," Prentice Hall.

- (9) J. R. Glover, Jr., 1977, "Adaptive noise canceling applied to sinusoidal interferences," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-25, no. 6.
- (10) Roure, A., 1985, "Self Adaptive Broadband Active Sound Control System," J. Sound and Vibration, Vol. 101(3), pp.429-441.
- (11) S.D.Snyder and C.H.Hansen, 1990, "The influence of Transducer Transfer Functions and Acoustic Time Delays on the Implementation of the LMS algorithm in Active Noise Control Systems," J. Sound and Vibration, Vol. 141(3), pp.409-424.
- (12) D.R.Morgan, 1980, "An Analysis of Multiple Correlation Cancellation Loops with a Filter in the Auxiliary Path," IEEE Trans. ASSP, ASSP-28, PP. 454-467.

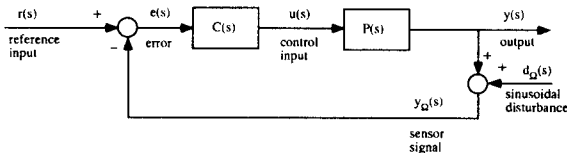
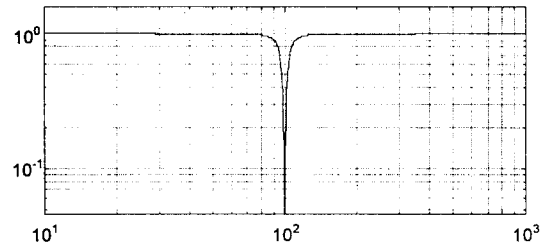


Fig. 1 Block diagram of feedback control system with periodic disturbance



(a) Magnitude plot

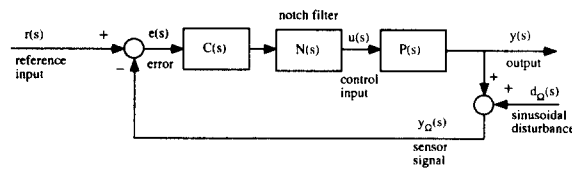
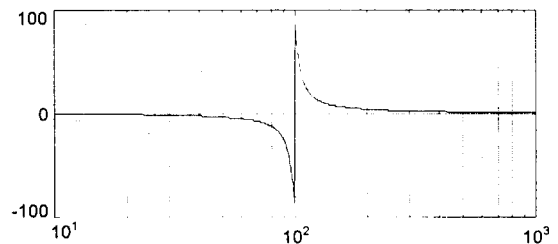


Fig. 2 Block diagram of feedback control using the notch filter for rejecting periodic disturbance



(b) Phase plot

Fig. 3 Bode plot of a notch filter

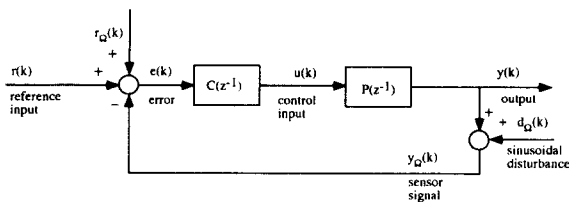


Fig. 4 Block diagram of feedforward control for rejecting periodic disturbance

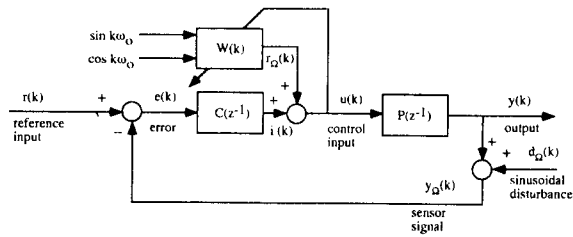


Fig. 5 Block diagram of feedforward control using the adaptive notch filter for rejecting periodic disturbance

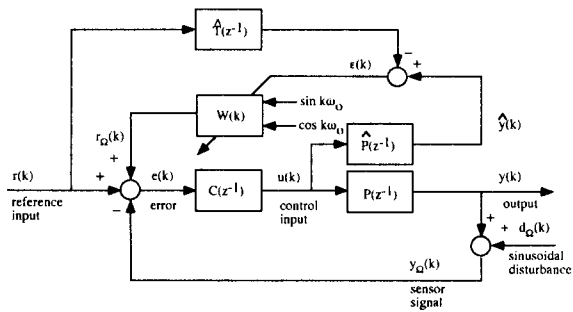
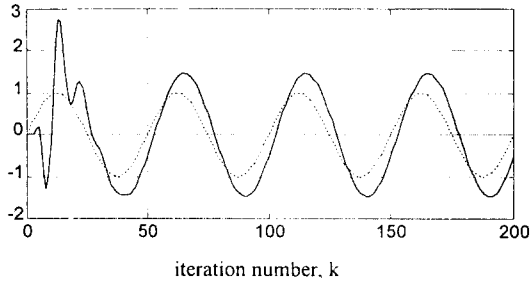
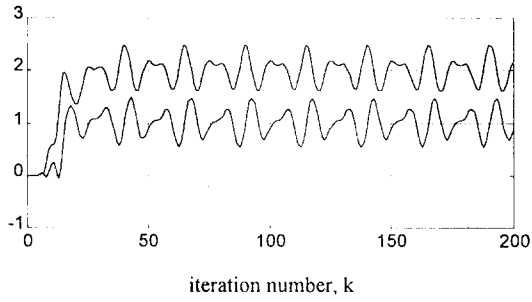


Fig. 6 Block diagram of feedforward control without altering the original closed-loop configuration

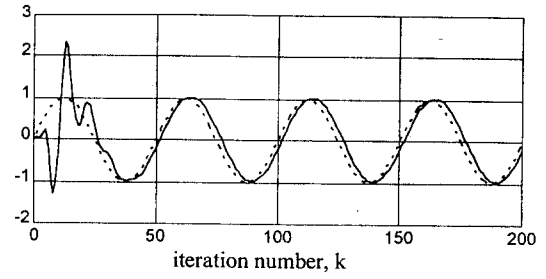


(a) Output response of tracking

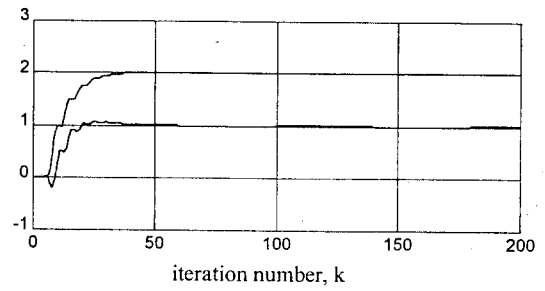


(b) Change of the filter coefficient , $W(k)$

Fig. 7 Output of conventional feedforward controller



(a) Output response of tracking



(b) Change of the filter coefficient , $W(k)$

Fig. 8 Output of proposed feedforward controller