

유한요소법을 이용한 다공성금속의 고온변형해석

한홍남, 이용기, 오규환, 이동녕
서울대학교 금속공학과 및 신소재공동연구소

Analysis of the Hot Deformation of Porous metals by Finite Element Method

Heung Nam Han, Yong-gi Lee, Kyu Hwan Oh and Dong Nyung Lee
Department of Metallurgical Engineering,
and Center for Advanced Materials Research,
Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

Abstract

The thermomechanical elasto-plastic problems in hot forging of the porous metals are analyzed using the thermo-elasto-plastic finite element method. This finite element program has been formulated using the yield condition advanced by Lee and Kim and developed using the thermo-elasto-plastic time integration procedure. Thermomechanical responses and densification behaviors of the porous metals during hot forging are calculated at various initial relative densities, strain rates and temperatures. The calculated results are in good agreement with experimental data.

1. 서론

다공성 금속소결체의 변형거동 및 밀도분포를 이해하는 것은 양질의 PM제품을 얻는데 매우 중요하다. 다공성 소결금속의 고온변형에 있어서, 재료의 열탄소성 변형거동은 소결체 내부의 기공과 소결체의 온도분포에 많은 영향을 받는다. 소결금속의 기계적 성질은 기공도 뿐만아니라 온도에도 의존하므로, 다공성 소결금속의 고온변형해석에는 열전달 해석과의 연결해석이 요구된다.

Fischmeister등[1]은 다공성 철 소결체의 열간단조 실험을 통하여 거시적변형과 치밀화 거동 및 밀도분포를 조사하였다. Im과 Kobayashi[2]는 Shima와 Oyane[3]의 항복식을 바탕으로 한 강점소성 유한요소법을 이용하여 Fischmeister등[1]의 철 소결체의 평면변형해석을 수행하였다. Kim과 Cho[4]는 합금철 소결체를 대상으로 여러 온도와 변형속도에서 단순압축변형을 수행하여 변형 및 치밀화 거동을 해석하였다. 최근에 Cho등[5]은 합금철 소결체의 열소성 거동과 치밀화를 새로운 항복함수를 제안하여 해석하였다. 이 항복식에는 고온변형에서 이론적 예측값과 실험결과가 잘 일치하도록 하기 위해 세개의 인자가 도입되었다.

Lee와 Kim[6]은 소결금속에 관한 여러 항복식[3,7-10]이 대부분 상대밀도가 0이 되면 항복응력이 0이되는 불합리성을 갖는것을 발견하고, Doraivelu등[5]의 항복식을 수

정하여 단 한개의 인자만을 갖는 다음과 같은 항복식을 제안하였다.

$$(2 + R^2) J_2' + (1 - R^2) J_1^2 / 3 = \eta Y_0^2 \quad (1)$$

여기서 $\eta = Y_R^2 / Y_0^2 = [(R - R_C) / (1 - R_C)]^2$

$$J_2' = \frac{1}{6} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2$$

$$J_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$$

J_2' 과 J_1 는 2차편차응력 불변량과 1차응력 불변량이다. 그리고 Y_R 은 다공성금속의 항복응력, Y_0 는 비다공성 기지금속의 항복응력이며 η 는 이것들의 비율로 기하학적 경화에 관한 매개변수이다. 여기서 R_C 는 물리적으로 다공성 소결금속의 항복응력이 0이 되는 임계상대밀도를 의미한다. Han등[11-13]은 이 항복식을 적용하여 여러 기공도를 갖는 철 소결체의 정수압압축을 해석하였으며, 탄소성 유한요소법을 적용하여 단순압축과 압흔 및 링압축 문제를 해석하였다.

여기서는 식 (1)을 사용하여 열전달 해석과 연결해석된 열탄소성 유한요소코드를 작성하고 이를 다공성 금속의 고온변형문제에 적용하였다. 유한요소법의 수식화에는 온도 및 상대밀도에 의존하는 구성행렬이 고려되었으나, 크리프변형은 무시되었다. 완전히 치밀화된 기지금속의 온도 및 변형속도에 의존하는 경화법칙이 제안되었으며, 이를 적용하여 다공성 소결금속의 유한요소해석을 수행었다.

2. 다공성 금속의 열탄소성 유한요소모델

식 (1)에 대하여, 등방성 경화법칙을 가정하면 항복함수 F 는 시간 t 에서 다음과 같이 표현된다.

$${}^tF = (2 + {}^tR^2) {}^tJ_2' / 3 + (1 - {}^tR^2) {}^tJ_1^2 / 9 - \eta {}^tY_0^2 / 3 \quad (2)$$

여기서 tR 과 η 는 소성변형률, ${}^t\varepsilon_0$ 에 의존하는 상태변수이며, 유동응력, tY_0 는 소성변형률과 온도에 의존하는 상태변수이다. 소성변형률중분, $d\varepsilon_0$ 와 응력중분의 행렬행태, $d\sigma$ 는 항복함수 F 를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$d\varepsilon_{ij}^p = {}^t\lambda \frac{\partial {}^tF}{\partial {}^t\sigma_{ij}} = \frac{{}^tq^T C^E (d\varepsilon - d\varepsilon^{TH}) + ({}^tq^T {}^tg - {}^tr) d{}^tT}{{}^tp^T {}^tq + {}^tq^T C^E {}^tq} \frac{\partial {}^tF}{\partial {}^t\sigma_{ij}} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} d\sigma &= C^E (d\varepsilon - d\varepsilon^p - d\varepsilon^{TH}) \\ &= C^{EP} (d\varepsilon - d\varepsilon^{TH}) + [{}^tg - \frac{({}^tq^T C^E)^T ({}^tq^T {}^tg - {}^tr)}{{}^tp^T {}^tq + {}^tq^T C^E {}^tq}] d\varepsilon \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$C^{EP} = C^E - \frac{{}^tq^T C^E ({}^tq^T C^E)^T}{{}^tp^T {}^tq + {}^tq^T C^E {}^tq} \quad (5)$$

윗 식에서, $d\varepsilon$ 와 $d\varepsilon^{TH}$ 는 미소총변형률중분과 열변형률중분의 행렬행태이고, ${}^t\lambda$ 는 양의 스칼라, tT 는 온도, C^E 와 C^{EP} 는 상대밀도와 온도에 의존하는 탄성 및 탄소성

응력-변형률이다. 또, 스칼라, t_r 와 벡터, t_g^T , t_p^T , t_q^T 는 다음과 같이 정의된다.

$$t_r = -\frac{\partial t_F}{\partial t_T} \quad (6)$$

$$t_g^T = [t_{g11} \ t_{g22} \ t_{g33} \ t_{g12} \ t_{g23} \ t_{g31}] \quad (7)$$

$$t_p^T = [t_{p11} \ t_{p22} \ t_{p33} \ t_{p12} \ t_{p23} \ t_{p31}] \quad (8)$$

$$t_q^T = [t_{q11} \ t_{q22} \ t_{q33} \ 2t_{q12} \ 2t_{q23} \ 2t_{q31}] \quad (9)$$

$$t_g = \frac{dC^E}{d^t t_T} C^{E-1} g, \quad t_{p_{ij}} = -\frac{\partial t_F}{\partial t_{\epsilon_{ij}^p}}, \quad t_{q_{ij}} = \frac{\partial t_F}{\partial t_{\sigma_{ij}}} \quad (10)$$

여기서 t_g^T 와 t_p^T 와 t_q^T 는 t_g 와 t_p 와 t_q 의 전치행렬이며, C^{E-1} 는 C^E 의 역행렬이다. 열변형률중분, $t d\epsilon_{ij}^{TH}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$t d\epsilon_{ij}^{TH} = \left[\frac{d\alpha_R}{d^t t_T} (t_T - T_{ref}) + \alpha_R d^t t_T \right] \delta_{ij} \quad (11)$$

여기서 α_R 와 T_{ref} 와 δ_{ij} 는 각각 상대밀도와 온도에 의존하는 등방성 선형열팽창계수와 응력이 없는 상태의 온도와 Kronecker delta이다.

다공성 금속소결체의 단위부피당 겉보기 소성변형에너지중분, $d^t w^p$ 과 기지금속의 소성변형에너지 중분, $d^t w^g$ 와의 관계는

$$d^t w^p = t_R d^t w^g, \quad t_{\sigma_{ij}} d\epsilon_{ij}^g = t_R t_{Y_0} d\epsilon_{ij}^g \quad (12)$$

여기서 $d\epsilon_{ij}^g$ 는 기지금속의 유효소성변형률중분이다. 유동응력은 단위부피당 소성일의 함수이므로 t_r , $t_{p_{ij}}$, $t_{q_{ij}}$ 는 다음과 같이 유도된다.

$$t_r = \frac{2}{3} t_\eta^2 Y_0 \frac{d^t Y_0}{d^t t_T} \quad (13)$$

$$t_{p_{ij}} = \frac{2}{3} \frac{t_\eta}{t_R} \left[\frac{E_b E_T}{E_b - E_T} \right] t_{\sigma_{ij}} \quad (14)$$

$$t_{q_{ij}} = \frac{2+t_R^2}{3} t_{\sigma_{ij}'} + \frac{2}{9} (1-t_R^2) t_{J_1} \delta_{ij} \quad (15)$$

여기서 E_b , E_T , $t_{\sigma_{ij}'}$ 는 기지금속의 탄성계수와 선형경화지수 그리고 편차응력이다. 위의 식 (13)은 뒤에서 언급할 온도에 의존하는 경화법칙에 의해 계산된다.

3. 기지금속의 유효소성 변형률속도와 유동응력

일반적으로 고온변형에서, 기지금속의 유효소성 변형률속도, $\dot{\epsilon}_{ij}^g$ 는 다음과 같은 스칼라 함수로 표시가 가능하다.

$$\dot{\epsilon}_{ij}^g = f(Y_0, F_{def}^p, T) \quad (17)$$

여기서 Y_0 와 T 는 기지금속의 유동응력과 절대온도이고, 구조변수인 F_{def}^p 는 기지금속의 소성변형에 대한 저항응력으로 기지금속의 등방성 가공경화를 나타낸다. F_{def}^p 는 다음과 같이 제안된다.

$$F_{def}^p = Y_s \{1 + K_s [1 - \exp(-\varepsilon/\varepsilon_s)]\} (1 - T/T_m)^m \quad (18)$$

여기서 Y_s , K_s , ε_s , m 은 양의 상수이고 T_m 절대온도 단위의 용융온도이다. Garofalo[14]에 의해 제안된 형태의 식 (17)과 식 (18)을 합치면 다음과 같은 온도와 유효변형률속도에 의존하는 기지금속의 경화법칙이 유도된다.

$$\dot{\varepsilon} = A \exp(-Q/R_g T) [\sinh(Y_0/F_{def}^p)]^n \quad (19)$$

여기서 A 와 n 은 상수이고 Q 와 R_g 와 Y_0 는 각각 변형에 관련된 활성화 에너지와 기체 상수와 기지금속의 유동응력이다.

4. 다공성 금속의 열전달 및 기계적 성질

다공성 금속의 에너지 평형식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (k_R \nabla T) - \rho_{RCR} \dot{T} + \omega Y_R \dot{\varepsilon}_R^p = 0 \quad (20)$$

여기서 하첨자 R 은 다공성 금속의 겉보기 성질을 의미한다. 즉, k_R , c_R , ρ_R 은 다공성 금속의 열전도도, 비열, 밀도이다. ω 는 열발생 효율로써, 소성변형에너지가 열로 전환되는 분율을 의미하고 대략 0.9로 사용된다.

여기서는 다공성 금속의 열 및 열탄성성질을 Budiansky[15]에 의해 제안된 "self consistent" 방법으로 상대밀도의 의존성을 고려하였다.

5. 응용

고온 단순 압축

Cho등[5]은 지름이 11.28mm, 높이가 14mm인 원통형 다공성 합금철 시편의 고온압축 실험을 800°-1200°C의 온도와 축방향 속도, 0.12mms⁻¹과 1.2mms⁻¹에서 실시하였다. 비다공성 기지금속의 용융온도[5]와 탄성성질[16]을 표 1에 나타냈다.

그림 1의 (a)와 (b)에 여러 변형률속도와 온도에서 비다공성 기지금속의 응력-변형률 실험값[5]과 식 (18)과 (19)로부터 계산한 값을 비교하였다. 식 (18)과 (19)의 상수는 실험값을 이용하여 비선형 수식화 방법을 이용하여 구하였다. 구해진 식 (18)과 (19)의 상수값을 표 2에 나타내었다. 그림 1로부터 비다공성 기지 합금철의 고온변형 거동이 식 (18)과 (19)을 이용하여 잘 묘사됨을 알 수 있다.

그림 2에 여러 온도와 변형률속도에서 얻어진 정규화된 초기항복응력을 초기상대밀도에 따라 나타내었다. 이 그림으로부터 식 (1)의 R_c 값을 결정할 수 있으며, 결정된 R_c 값은 0.648이다. 그림 3에는 여러 초기상대밀도와 축방향 속도에서 실험[5]을 통해 구한 하중-변위 곡선과 무마찰에서의 유한요소해석을 통한 계산값을 비교하였다. 계산결과와 실험값이 잘 일치함을 보이고 있으며, 이것은 식 (1)이 여러 온도와 변형률속도에서도 유용한 다공성 소결금속의 항복식임을 의미한다.

고온 링 압축

Cho등[5]은 초기온도가 1000°C, 축방향 속도가 1mms⁻¹로 고온 링의 압축실험을 수

행하였다. 사용된 시편은 치수가 바깥지름이 11.93mm, 안지름이 5.2mm, 높이가 10mm인 다공성 합금철소결체를 사용하였으며, 이 소결체의 초기 상대 밀도는 0.866 이었다. 이 시편을 사용하여 일정온도와 그림 4와 같은 경계조건하에서의 변화하는 온도를 가지는 열 및 변형이 연결된 유한요소해석을 실시하였다. 변화하는 온도를 갖는 시편의 열 및 변형의 연결해석시에서는 표 3과 같은 열 및 기계적 성질[2,17,18]이 사용되었다. 이 때의 다이와 시편의 초기온도는 각각 25°C와 1000°C로 하였다.

그림 5에 25% 압축시에 일정온도와 변화하는 온도를 갖는 시편의 유한요소해석을 통해 구한 변형모양과 실험[5]으로부터 구한 변형모양을 비교하였다. 계산은 마찰계수를 0.1로 하였다. 시편의 바깥쪽 중심부의 바깥 방향의 배불름 현상이 변화하는 온도를 가정한 해석 결과에서 일정 온도를 가정한 해석 결과보다 크며, 변형모양이 실험을 통해 얻은 모양과 더욱 일치함을 보인다. 그림 6에는 25%압축시 계산된 다공성 합금철의 온도분포를 나타냈다. 등온선은 거의 직선적이며 온도는 다이와의 접촉부가 온도가 낮고 시편의 중심부가 온도가 높다. 따라서 시편의 중심부의 유동응력이 낮음으로 일정온도를 가정한 경우보다 더욱 큰 배불름을 예상할 수 있다. 그림 7에는 25% 압축시 경도를 바탕으로 측정된 밀도분포[5]와 마찰계수 0.1을 가정하고 계산한 상대 밀도분포를 실었다. 계산결과는 실험적 경향과 일치함을 보이고 있다.

6. 결론

Lee와 Kim에 의해 제안된 항복식을 기초로 다공성 소결금속의 열탄소성 유한요소 코드를 작성하였다. 이 코드는 상대밀도와 온도에 의존하는 구성행렬을 사용하였으며, 크리프변형은 무시되었다. 비다공성 기지금속의 소성경화거동을 모사하기 위해 변형률속도와 온도에 의존하는 경화법칙을 제안하였으며 이를 다공성 소결금속의 유한요소 해석에 적용하였다. 다공성 합금철의 열간 압축과 링 압축을 열 및 변형의 연결해석 방법으로 해석하였으며 계산결과는 실험값과 잘 일치하였다.

7 참고 문헌

1. H. F. FISCHMEISTER, B. AREN and K. E. EASTERLING: *Powder Metall.*, 1971, **14**, 144
2. Y. T. IM and S. KOBAYASHI: *Advanced Manufacturing Processes*, 1986 **1**, 18
3. S. SHIMA and M. OYANE: *Int. J. Mech. Sci.*, 1976, **18**, 285
4. K. T. KIM and Y. H. CHO: *Powder Metall.*, 1993, **36**, 129
5. H. K. CHO, J. SUH and K. T. KIM: *Int. J. Mech. Sci.*, 1994, **36**, 317
6. D. N. LEE and H. S. KIM: *Powder Metall.*, 1992, **35**, 275
7. S. M. DORAIVELU, H. L. GEGEL, J. S. GUNASEKERA, J. C. MALAS, J. T. MORGAN and J. F. THOMAS: *Int. J. Mech. Sci.*, 1984, **26**, 527
8. A. L. GURSON: *J. Engng. Mater. Tech. (Trans. ASME)*, 1977, **99**, 2
9. V. TVERGAARD: *Int. J. Fracture*, 1982, **18**, 237
10. S. B. BENER and W. A. SPITZIG: *Acta Metall. Mater.*, 1990, **38**, 603
11. H. N. HAN, H. S. KIM and D. N. LEE: *Scr. Metall. Mater.*, 1993, **29**, 1211
12. H. N. HAN, H. S. KIM, K. H. OH and D. N. LEE: *Powder Metall.*, 1994, **37**,

13. H. N. HAN, H. S. KIM, K. H. OH and D. N. LEE: *Powder Metall.*, 1994, to be published
14. F. GAROFALO: *Trans. TMS-AIME*, 1963, 227, 251
15. B. BUDIANSKY: *J. Comp. Mats.*, 1970, 4, 286
16. P. J. WRAY: in 'Modeling of Casting and Welding Process', (ed. H. D. BRODY and D. APELIAN), 245; 1981, AIME, New York
17. K. KINOSHITA, T. EMI and M. KASAI: *Testu-to-Hagane*, 1979, 65, 40
18. M. N. OZISIK: 'HEAT TRANSFER', 736; 1985, McGraw-Hill

Table 1. Elastic preproperties[15] and melting temperature[3] of alloy steel

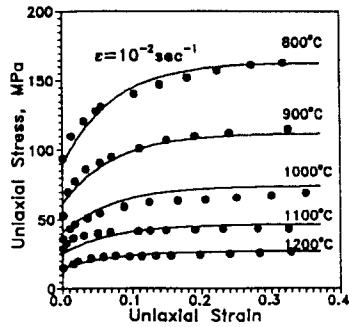
Melting temperature, T_m ($^{\circ}\text{C}$)	1536									
Temperature, $^{\circ}\text{C}$	RT	300	600	700	800	900	1000	1100	1200	
Poisson's ratio, ν	0.275	0.280	0.310	0.320	0.375	0.450	0.370	0.370	0.370	
Young's modulus, E (MPa)	171	163	144	131	107	93	99	93	87	

Table 2. Parameters in equations (18) and (19)

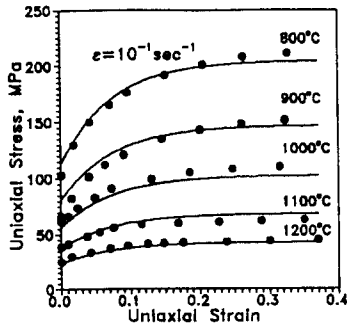
Y_s (MPa)	K_s	ϵ_s	m	A	Q(J/mol)	n
69.61	0.8067	0.07413	1.211	1370	171400	2.336

Table 3. Thermal and mechanical properties[2,17,18] of alloy steel

α_b , K^{-1}	1.98×10^{-5}									
h_c , $\text{Jsec}^{-1}\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}$	5500									
h_n , $\text{Jsec}^{-1}\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}$	10									
Temperature, $^{\circ}\text{C}$	RT	300	600	700	800	900	1000	1100	1200	
C_b , $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$	486	-	-	1062	861	659	659	659	659	
ρ_b , Kgm^{-3}	7900	7780	7660	7620	7580	7540	7500	7460	7420	
k_b , $\text{Jsec}^{-1}\text{m}^{-1}\text{K}^{-1}$	36	35	31	-	28	-	28	-	-	
k_v , $\text{Jsec}^{-1}\text{m}^{-1}\text{K}^{-1}$	0.001	0.026	0.047	0.052	0.058	0.063	0.068	0.073	0.078	



(a)



(b)

Figure 1. Comparisons between calculated curves (solid) and stress-strain data[5] (symbols) for non-porous base alloy steel cylinders at various temperatures and strain rates of (a) $\dot{\epsilon} = 10^{-2}$ and (b) $\dot{\epsilon} = 10^{-1}$.

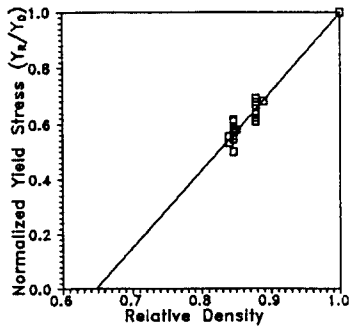
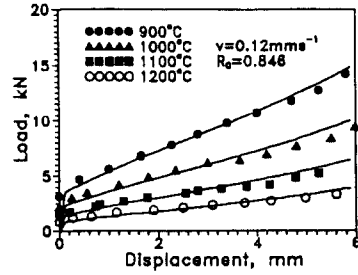
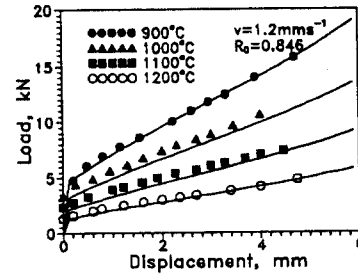


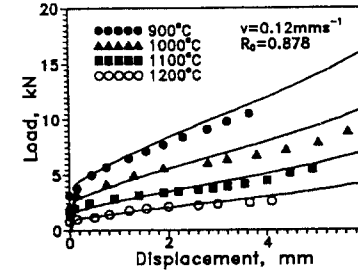
Figure 2. Normalized initial yield stresses of sintered porous alloy steel as a function of relative density[5]



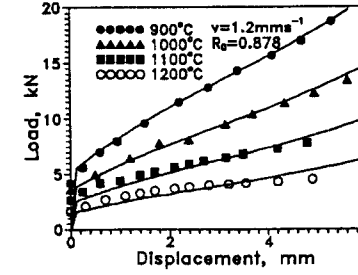
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 3. Comparisons between load-displacement data (symbols) and numerical predicts (solid) for porous alloy steel preforms: (a) $R_0=0.846$ and $v=0.12\text{mms}^{-1}$, (b) $R_0=0.846$ and $v=1.2\text{mms}^{-1}$, (c) $R_0=0.878$ and $v=0.12\text{mms}^{-1}$ and (d) $R_0=0.878$ and $v=1.2\text{mms}^{-1}$.

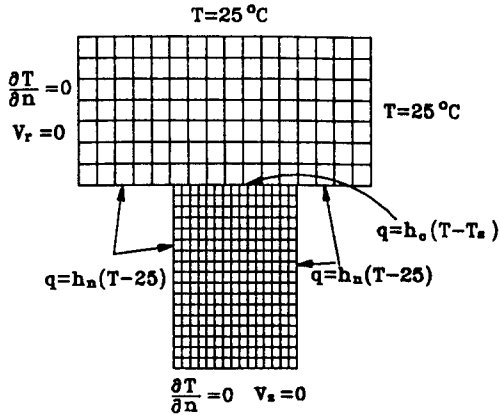


Figure 4. Initial mesh and boundary conditions for coupled analysis of porous alloy steel ring compression with varying temperatures.

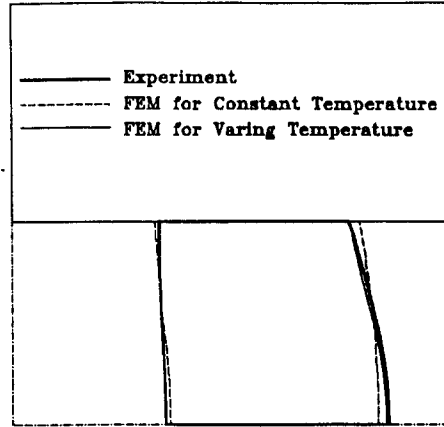


Figure 5. Comparison between experimental[5] and numerical deformed shape of the porous alloy steel with initial relative density, $R_0 = 0.866$ at 25% reduction. Samples were tested at initial temperature 1000°C and axial velocity 1mms^{-1} . Dashed and thin solid lines denote finite element calculations with constant and varying temperatures and thick solid lines denote experimental result[5].

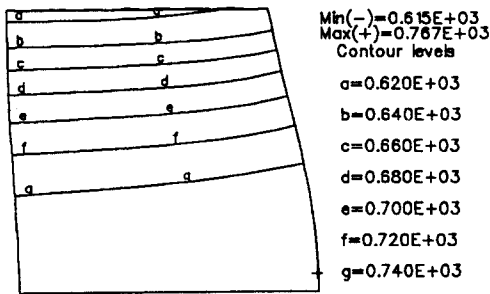


Figure 6. Calculated temperature distribution of the porous alloy steel ring for varying temperature case under coefficient of friction, 0.1 at 25% reduction.

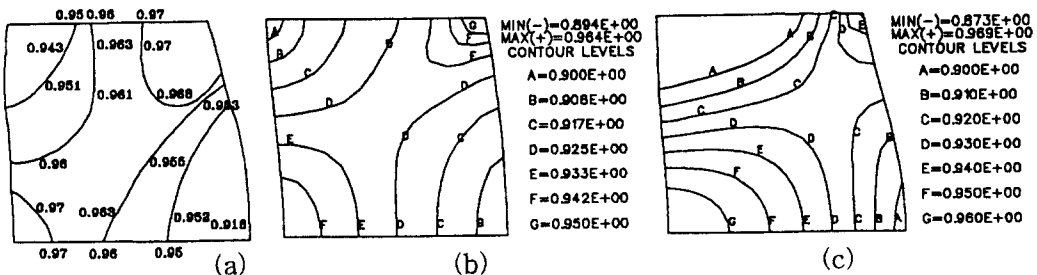


Figure 7. Comparisons between (a) experimental relative density distributions [5] for a porous alloy steel ring from hardness test and (b, c) finite element solutions at 25% reduction under coefficient of friction, 0.1: (b) and (c) denote finite element solutions from constant and varying temperatures, respectively.