

초소성재료의 압력성형에 관한 삼차원 유한요소해석

이 기석, 허 훈
한국과학기술원 정밀공학과

3-D Finite Element Analysis of Superplastic Blow Forming

Ki-Seok, Lee and Hoon, Huh
Department of Precision Engineering and Mechatronics
Korea Advanced Institute of Science and Technology

Abstract

The analysis of superplastic sheet forming process is studied by the use of the finite element method using a convected coordinate system and a skew boundary condition. In the formulation, the large inelastic behavior of the superplastic material is described as incompressible, nonlinear, viscous flow. The formulation is then approximated to the finite dimensional space with the use of membrane elements, which results in algebraic linear equations. In addition to the finite element formulation, a pressure cycle control algorithm is combined in the analysis for optimization of the forming time, which deals with the maximization of the strain rate sensitivity, the protection of thickness reduction, the consistency of the desired strain rate and improvement of formability.

1. 서론

초소성 재료는 최종 파단전까지 매우 큰 인장 변형을 갖는 특정한 금속합금을 말하며 낮은 유동응력과 뛰어난 연신율을 가지므로 복잡한 형상을 한번에 성형할 수 있다. 초소성 재료는 다른 일반 연성 재료와는 달리 국부변형이 매우 적으나 복잡한 형상과 큰 연신율을 가지는 초소성 재료를 성공적으로 성형하기 위해서는 성형공정변수와 성형시의 제품의 모양과 두께의 관계를 예측할 수 있는 능력이 필요하다. 이를 위하여 초소성 재료의 성형 해석 프로그램이 필요하고, 실제적인 성형공정을 해석하기 위해서는 3차원 성형공정을 해석할 수 있는 프로그램이 요구된다 하겠다.

초소성 재료의 실제 성형공정에서 온도와 변형률속도가 유동응력과 변형률 속도민감계수에 영향을 주는 인자로서 실제적으로 성형시간에 영향을 준다. 초소성 재료의 성형은 보통 용융온도의 40% 이상의 특정 온도에서 행하여지는 느린 공정이다. 초소성 성형의 큰 단점인 긴 성형 시간을 최소화하기 위해서는 변형률속도민감계수를 최대로 유지하기 위한 특정변형률속도에서 성형하여야 한다. 따라서, 성형해석을 통하여 변형률속도민감계수를 최대로 유지할 수 있는 성형외부변수를 구함으로써 초소성 재료 성형공정을 최적화할 수 있고 아울러 성형제품의 모양과 두께를 예측함으로써 예비설계를 할 수 있는 프로그램 개발

이 필수적이다.

2. 지배방정식

초소성 재료의 변형특성을 역학적인 수식화를 위해 비탄성 비압축성 변형을 한다고 가정하면 구성방정식을 다음과 같이 가정하여 표현할 수 있다.

$$\sigma = K\dot{\epsilon}^m \quad (1)$$

(1)식은 점소성 재료의 구성방정식과 같은 형태로, 멱법칙에 의하여 직접 점성 전단 변형 모델로 연계시켜 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2\mu} \hat{\sigma}_{ij} \quad (2)$$

$$\mu = \frac{(\dot{\epsilon}/C)^{1/n}}{3\dot{\epsilon}} = \frac{1}{3}K\dot{\epsilon}^{m-1} \quad (3)$$

여기서, 박판의 두께가 다른 방향의 수치에 비해 충분히 작고 초소성 재료의 성형이 대변형이므로, 굽힘효과는 무시할 수 있다. 따라서 박막 식으로 재료의 변형과 평형상태를 나타낼 수 있다. 가상일의 원리를 Kobayashi 와 Kim 이 제안한 증분 변형 해석을 이용하여 임의의 속도장 δu^* 에 대하여 나타내면 다음과 같다.

$$\delta \left(\int_{S_0} \bar{\sigma} \delta(\Delta \epsilon) T_0 dS - \int_{S_0} F \delta u dS \right) = 0 \quad (4)$$

$$\text{at } \delta u = \delta u^*$$

여기서, S_0 는 두께 T_0 를 갖는 초기 경계면을 나타낸다. $\delta \bar{\epsilon}$ 는 상당응력 $\bar{\sigma}$ 하의 시간 증분 δt 내에서 상당변형률 증분을 나타낸다.

(4)식에서 내부일과 외부일의 증가량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta W_{int} = \int_{S_0} \bar{\sigma} \delta \epsilon T_0 dS \equiv \delta u Q(u) \quad (5)$$

$$\delta W_{ext} = \int_S F \delta u dS = \int_{S_r} f^p \delta u dS + \int_{S_c} f^c \delta u dS \quad (6)$$

여기서, f^p 는 압력에 의한 힘이고, f^c 는 접촉 경계면에서의 힘이다.

접촉 경계 조건은 강체 표면과 변형체 표면 사이의 불침투조건과 강체와 변형체간의 마찰 경계에서의 마찰력을 hyperbolic tangent 로 수정된 함수로 나타내어 처리하였다.

유한 요소 수식화를 위해 (5)식은 가상일의 원리를 적용해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \delta W_{int}}{\partial \delta u} = \int_{S_0} \bar{\sigma} \frac{\partial \delta \epsilon}{\partial \delta u} T_0 dS = Q(u) \quad (7)$$

한편, (6)식을 가상일의 원리를 적용하고, F^c 는 u 의 함수이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\delta W_{ext}}{\delta u} = P \frac{\delta V}{\delta u} + F^c = P(u) + F^c \equiv pF(u) \quad (8)$$

따라서, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q(u) = P(u) + F^c = pF(u) \quad (9)$$

3. 유한요소근사화

본 연구에서는 Lagrangian 수식을 이용하여 문제를 해석하기 위해 초기의 변형전의 체적 V와 경계면 S의 물체형상을 기준계로 사용하였고 단위 시간당 상당변형률의 증가율은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta \bar{\epsilon} = \left[\frac{1}{3} \left\{ \left(\ln \left(1 + \frac{2E_1}{g_1} \right) \right)^2 + \left(\ln \left(1 + \frac{2E_1}{g_1} \right) \right) \left(\ln \left(1 + \frac{2E_2}{g_2} \right) \right) + \left(\ln \left(1 + \frac{2E_2}{g_2} \right) \right)^2 \right\} \right]^{1/2}$$

(10)

한편, 작은 시간 증분 Δt 동안의 변형과 환류좌표계에서의 변형률 불변항을 이용하여 (10)식은 다음과 같이 근사화하여 나타낼 수 있다.

$$(\Delta \bar{\epsilon})^2 \equiv \frac{2}{3} \left(E_1^2 + E_2 + E_1^3 - 5E_1E_2 - \frac{19}{6}E_1^4 + \frac{23}{3}E_1^2E_2 + \frac{17}{6}E_2^2 \right) \quad (11)$$

따라서, 내부일과 외부일의 증가량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta W_{int} = \int_{S_0} \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\epsilon}) T_0 dS \equiv \int_{e \in S_0^{(e)}} \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\epsilon}) T_0 dS \equiv \delta \tilde{U}^T \tilde{Q}(\tilde{U}) \quad (12)$$

$$\delta W_{ext} = \delta \tilde{U}^T (P(\tilde{U}) + F^c) \quad (13)$$

따라서, (9)식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\tilde{Q}(\tilde{U}) = P(\tilde{U}) + F^c \quad (14)$$

4. 성형압력제어기법

성형압력 제어를 위해 초소성 재료의 유한 요소식 (14)식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q(u, x) = p(t) F(u, x, t) \quad (15)$$

(15)식은 주어진 시간에서 내부응력 Q가 압력계수 p와 p로 크기가 정해지는 단위 외력 F와의 평형상태를 나타낸다. (15)식의 해는 절점의 단위 시간당 변위 증분 u, 기하학적 형상 x와 압력계수 p로 나타내어지는데 상당변형률속도를 재료의 특성 값으로 조절하기 위하여 다음의 제약식을 추가한다.

$$L(u, x) = \dot{\epsilon}_0 \quad (16)$$

여기서, L은 상당변형률속도에 가중치를 부과하는 해석과정의 함수로 정의하고, $\dot{\epsilon}$ 는 목표하는 상당변형률속도이다.

(15)식과 (16)식은 시간에 대한 미분식이다. 또한, 초소성 재료의 구성방정식에서 알 수 있듯이 u, x, p에 대하여 비선형의 식이다. 그러나, x를 u의 적분형으로

로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = I(u, \tilde{u}, \tilde{x}) \quad (17)$$

여기서, \tilde{u}, \tilde{x} 는 기하학적 형상과 속도의 변화경력의 함수이다.

(17)식으로부터 평형방정식 (15)와 제약식 (16)식을 현재속도만의 함수로 나타내면 다음과 같다.

$$Q(u) = pF(u) \quad (18)$$

$$L(u) = \dot{\epsilon}_0 \quad (19)$$

제약식 (19)와 p 에 의해 결정되는 u 의 함수 (18)식을 통하여 (18), (19)식은 다음과 같이 최대화 수식화로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \Phi(u) = L(u) - \dot{\epsilon}_0 \\ &\text{subject to } Q(u) = pF(u) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, 압력계수 p 는 구속방정식에서 상수와 같이 첨가되어 있으므로 일반적인 정류치 해석으로는 해결할 수 없다. 그러나, 최대 p 값을 매개변수로 하여 (20)식을 만족시키는 p 값을 적변 뉴우톤 방법에 의하여 반복형태의 계산과정을 수행하여 구할 수 있다.

즉, (18)식의 u 값은 압력계수 p 값에 의해 결정되므로 (19)의 제약식을 확실히 만족시킬 수는 없다. 따라서, p 값의 변화에 따른 (19)식의 만족여부를 판별하여 각각의 경우에 대하여 제약식을 만족시키는 p 값을 적변 뉴우톤 방법으로 반복형태의 계산 과정을 통하여 해석할 수 있다.

$$p_{n+1} = \frac{p_n + p_{n+1}}{2} - \frac{p_n - p_{n-1}}{2} \frac{\Phi(p_n) + \Phi(p_{n-1})}{\Phi(p_n) - \Phi(p_{n-1})} \quad (21)$$

한편, u 에 대한 제약식을 만족시키기 위해서는 해의 수렴을 국부적으로 한계치를 지정하는 미소 제한조건을 부여하였다.

즉, 적변 뉴우톤 방법에 의한 반복단계에서 해가 발산하면, 전단계에서의 증분치 Δp 를 작게 제한하였다. 유한차분은 이론적으로 차분간격을 작게 할수록 정해에 가까운 p 값을 구할 수 있으나 계산에 소요되는 시간을 고려하여 적정차분치를 선정하여 계산하였다.

5. 결과 및 고찰

위와 같은 연구를 토대로 유한요소 프로그램을 완성하고 성형해석을 수행하였다. 해석에 사용된 각종 변수는 다음과 같다. 성형 온도는 변형률속도민감계수가 최대가 되는 온도인 470°C 로 일정한 것으로 가정하였고 재료의 거동은 정해진 성형 온도에서 일정한 것으로 간주하여 구성 방정식을 적용하였다.

재 질 : SUPRAL 150

재료 상수 : $K = 1300 [\text{sec}]^m \text{Pa}$

상당 변형률 속도: $\dot{\epsilon} = 6.93 \times 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$

최대 변형률 속도 민감 계수 : $m = 0.42$

마찰 계수 : $\mu = 0.4$

소재 반경 : $r = 60\text{mm}$

재료 두께 : $t = 3\text{mm}$

(ref [11] 결과 비교시 : 2.54mm, 0.88mm)

유도된 유한 요소 수식화와 성형 압력 제어 기법으로부터 초소성 성형을 위한 압력 제어 유한 요소 프로그램을 개발하였으며 초소성 축대칭 벌징 문제에 적용하여 해석하였다. 이때 성형 온도는 일정한 것으로 가정하였고 재료의 거동은 정해진 성형 온도에서 일정한 것으로 간주하여 구성 방정식을 적용하였다.

해석 결과는 압력제어를 하지 않은 경우 즉, 단계마다 일정하게 증가하는 압력하에서 성형하였을 때의 해석결과와 비교하였다. 또한, 실험 자료와 연속체 요소를 사용하여 초소성재료를 해석한 결과를 비교한 ref [11]의 결과와도 비교하여 보았다.

수치 해석에서는 성형 시간을 최소화 하기 위하여 최적 압력을 각 증분 단계에서 결정하여 성형을 제어하였다. 성형 시간을 최소화하기 위해서는 변형을 속도 민감 계수를 최대가 되게 하여야 하며, 이때의 상당 변형을 속도는 소재에 대한 자료로부터 주어진 $\dot{\epsilon}_0 = 6.93 \times 10^{-3} [\text{sec}]^{-1}$ 를 유지하여야 한다. 따라서, 상당 변형을 속도를 주어진 값으로 유지하기 위해서는 매 증분 성형 단계에서 압력을 적절히 조절하여야 한다.

Fig. 1 (a) 와 Fig. 1 (b) 는 압력제어를 한 경우와 하지 않았을 경우의 같은 높이에서의 변형형상이다. 여기서, 압력 제어를 한 Fig. 1 (a) 의 형태가 타원형의 형상을 보이는데 이는 H.S.Yang[10]등이 해석과 실험한 결과와도 잘 일치하고 있다. Fig. 2 (a) 는 압력제어시의 압력과 극점 높이의 변화를 나타낸 것이다. 여기서 성형 압력은 초기에는 비교적 빠른 속도로 증가하다가 성형이 진행됨에 따라, 성형 압력은 느린 속도로 감소해 감을 알 수 있는데 이것은 성형이 진행됨에 따라 소재의 전체적 두께 감소가 일어나고, 특히 극점에서 현저한 두께의 감소가 발생하여 이 부분의 변형 속도가 성형 압력에 비해 커져서 목적하는 값을 유지하기 위해서 보다 낮은 성형 압력이 요구되었기 때문이다. 그리고 극점의 높이는 완만하게 증가한다. Fig. 2 (b) 는 압력제어를 하지 않고 단계적으로 증가하는 압력을 주었을 때의 압력과 극점 높이의 변화를 나타낸 것이다. 극점의 높이 변화는 압력제어시와는 반대로 지수함수적인 증가 경향을 보인다. 또한, 압력제어를 하였을 경우에 더 높은 높이까지 해석이 진행됨을 알 수 있다. 이는 각 경우의 압력에 따른 극점 높이의 변화 경향에서도 예측할 수 있는 결과이다. 이것은 초소성재료 성형시 재료의 성형성을 향상시킬 때 압력제어가 유효함을 보여준다. 두 경우의 두께분포를 나타낸 Fig. 3 에서 압력제어를 하였을 경우가 압력제어를 하지 않은 경우보다 전반적으로 두꺼운 두께 분포를 나타냄을 알 수 있다.

또한, 재료의 두께는 2.54mm로 해석하여 ref [11]의 결과와 비교한 Fig. 4 과 Fig. 5 에서 같은 경향을 보임을 알 수 있다.

컵의 높이가 30mm 인 경우의 성형 해석으로, Fig. 6 (a) 와 Fig. 6 (b) 는 변형형을 나타낸 것으로 압력제어를 한 경우와 하지 않은 경우가 거의 같은 변형형을 보여 준다. Fig. 7 은 압력제어시의 압력과 극점의 높이의 변화를 나타낸 것이다. 극점이 다이의 상부와 접하기 전까지는 이 경우에도 Fig. 2 (a) 와 같은 경향을 나타낸다. 압력이 감소하기 전에 극점이 다이 상부와 접촉하기 때문에, 압력이 감소함이 없이 증가함을 알 수 있다. 성형이 계속 진행됨에 따라 다이와 접하는 재료의 면적의 변화에 따라서 압력이 변화하다가, 성형이 완료되면 압력이 급격히 증가함을 알 수 있다.

압력제어시의 성형단계에 따른 두께 분포는 Fig. 8 와 같다. 극점이 상부다이와 접촉한 후에 마찰에 의하여 두께 분포가 달라짐을 알 수 있다. 가장 얇은 부분이 극점에서 재료가 다이를 채워나가는 과정에서 다른 부분으로 이동하게 된다.

Fig. 9 은 압력제어를 하였을 경우가 압력제어를 하지 않은 경우보다 전반적으로 두꺼운 두께 분포를 나타냄을 보여준다. 이는 제품성형시 성형성 향상에 압력제어가 유효함을 보여준다. 재료의 두께는 0.88mm로 해석하여 ref [11]와 비교하였다. Fig. 10 은 ref [11]과 압력선도를 비교한 것으로 같은 경향을 보여준다. Fig. 11 은 ref [11]과 두께분포를 비교한 것으로 비슷한 경향을 보여준다.

본 해석결과에 있어서 압력제어를 하지 않은 경우에 체적이 보존되지 않는 현상이 생기는데 이는 압력제어시보다 매 계산단계에서 압력증분량이 커서 변형량이 크기때문으로 유한요소수식화의 선형화 조건에 맞지 않음 따른 계산상의 체적 손실에 의한 것이라고 생각된다.

6. 결론

본 연구에서는 초소성재료를 비선형, 비압축성, 점성 재료로 가정하고 증분 기법과 환류좌표계를 이용하고 박막요소를 사용하여 유한 요소 수식화를 유도하였다. 유도된 유한 요소 수식화로 부터 삼차원 공정해석을 할 수 있는 유한요소 프로그램을 개발하였다. 개발된 유한요소 프로그램으로 몇가지 수치예제와 성형공정 해석을 하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 본 연구에서 개발된 초소성 성형해석용 박막유한요소 프로그램의 해석결과를 기 발표된 연구의 실험결과와 연속체 유한요소에 의한 수치해석 결과등과 비교하여 그타당성을 입증하였다.

2) 원통형의 자유벌징해석에서는 압력제어를 하였을 경우와 압력을 선형으로 증가시켰을 경우의 성형형상및 두께를 비교하여 초소성재료 성형에서 압력제어를 하여야하는 이유를 예시하였다.

3) 원통형 컵 성형에서는 컵의 높이에 따른 성형압력제어선도를 구하였다. 이는 실제 공정에서 성형시에 최우선적으로 확보되어야하는 정보이다. 두가지 높이의 원통컵 성형에서 성형형상과 두께분포를 비교하였다.

참고문헌

1. J. H. Argyris and J. S. L. Doltsinis, ' A primer on superplasticity in natural formulation ', Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol45, pp.83-131 (1984)
2. O. C. Zienkiewicz, P. C. Jain and E. Onate, ' Flow of solids during forming and extrusion: some aspects of numerical solutions ', Int. J. Solids Structures., Vol 14, pp.15-38 (1978)
3. J. D. Bressan, ' Theoretical investigation on the constitutive equation for superplastic materials ', J. Mat. Proc. Tech., Vol. 31, pp.217-224 (1992)
4. N. Chandra, ' Analysis of superplastic metal forming by a finite element method ', Int. J. Numer. Meth. Eng., Vol.26, pp.1925-1944 (1988)
5. K. Chung and R. H. Wagoner, ' Numerical Improvement of Viscoplastic, Non-

Linear, Finite-Element Analysis ', Int. J. Mech. Sci., Vol.29, No.1, pp. 45-59, 1987

6. D. J. Zhou and J. Lian,' Numerical analysis of superplastic bulging for cavity-sensitive materials ', Int. J. Mech. Sci., Vol.29, no.8, pp.565-576 (1987)
7. J. Bonet, A. H. S.Wargadipura and R. D. Wood,' A pressure cycle control algorithm for superplastic forming ',Comm. Appl. Num. Methods, Vol.5, pp.121-128 (1989)
8. J. Bonet, A. H. S. Wargadipura and R. D. Wood,' Simulation of the superplastic forming of thin sheet components using the finite element method ', Numiform 89 , pp.58-93 (1989)
9. M. Bellet and J. L. Chenet,' Numerical modelling of thin sheet superplastic forming ', Numiform 89, pp.401-406 (1989)
10. H.S.yang and A.K.Mukherjee,' An analysis of superplastic forming of a circular sheet diaphragm ', Int. J. Mech. Sci. Vol.34. No. 4, pp. 283-297, 1992
11. H. Huh and S. S. Han, ' Superplastic Sheet Forming Analysis by a Finite Element Method with Directional Reduced Integration ', Proceedings of the Asia - Pacific Symposium on Advanced in Engineering Plasticity and its Applications - AEPA '92 (1992)

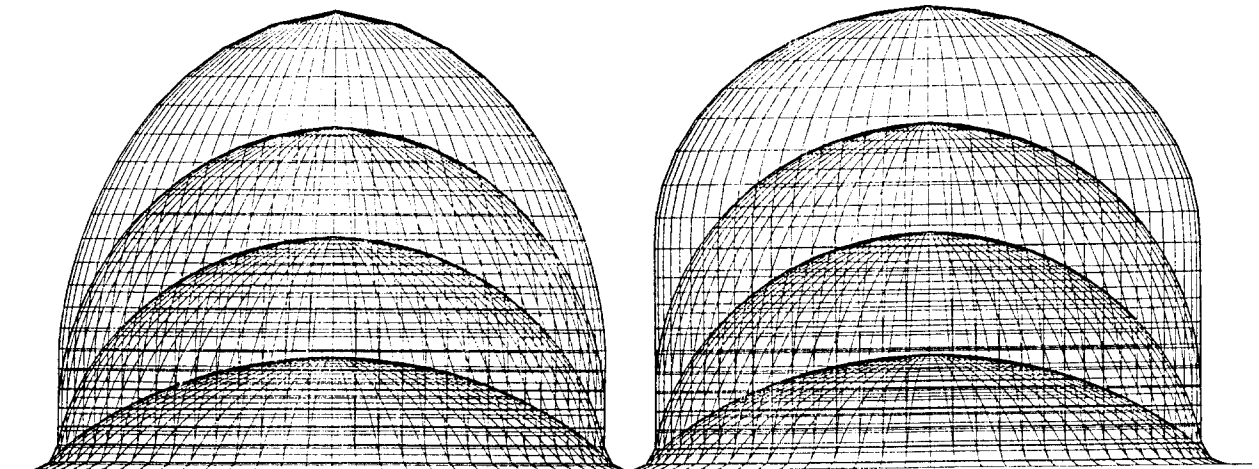


Fig. 1(a)

Deformed shape of blow forming of cylindrical wall with pressure control (pole height = 86.04, 64.27, 43.83, 21.21 (mm))

Fig. 1(b)

Deformed shape of blow forming of cylindrical wall with ramp pressure (pole height = 86.09, 64.26, 43.99, 21.05 (mm))

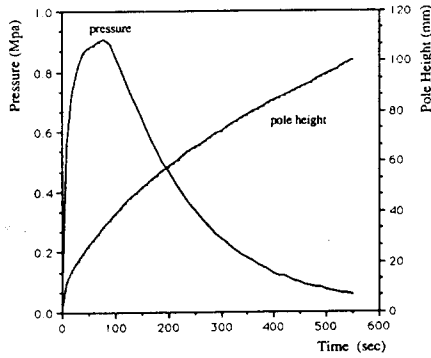


Fig. 2(a) The pole height vs. the forming time in the cylindrical wall blow forming (with pressure control)

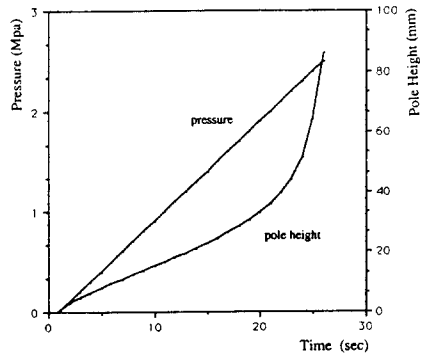


Fig. 2(b) The pole height vs. the forming time in the cylindrical wall blow forming (with ramp pressure)

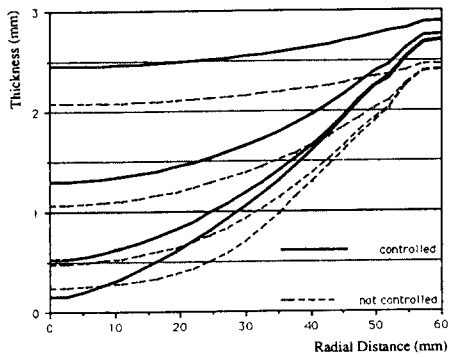


Fig. 3 Comparison of the thickness distribution between the pressure control and ramp pressure in the cylindrical wall blow forming

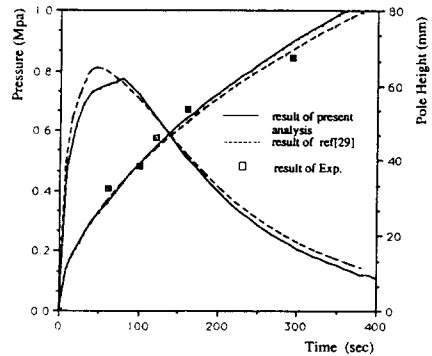


Fig. 4 Comparison of the controlled pressure and pole height vs. the forming time between result of ref[11] and result of present analysis in the cylindrical wall blow forming (thickness = 2.54 mm)

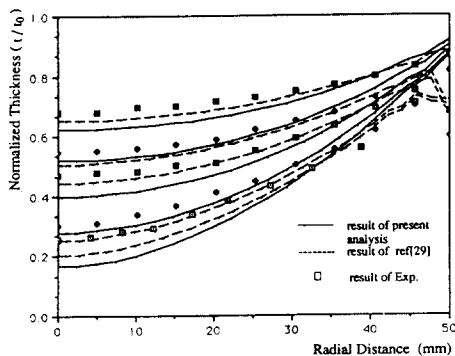


Fig. 5 Comparison of the normalized thickness distribution between result of ref[11] and result of present analysis in the cylindrical wall blow forming (thickness = 2.54 mm)

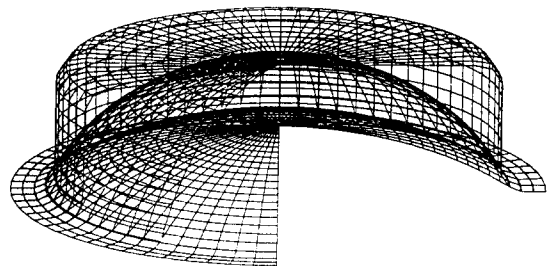


Fig. 6(a) Deformed shape of blow forming of cylindrical cap with pressure control (cap height = 30 mm, pole height = 30.00, 14.53 (mm))

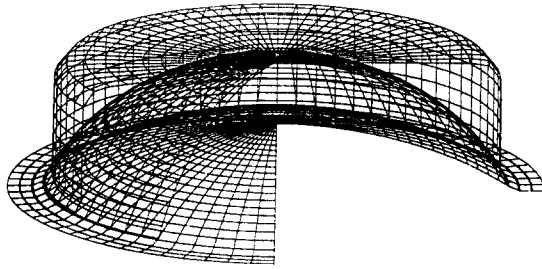


Fig. 6(b) Deformed shape of blow forming of cylindrical cap with ramp pressure (pole height = 30 mm, pole height = 30.00, 14.40 (mm))

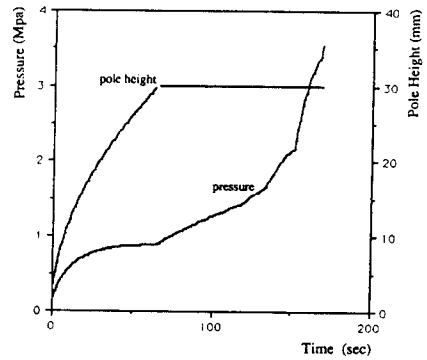


Fig. 7 The pole height vs. the forming time in the cylindrical cap blow forming with pressure control (cap height = 30 mm)

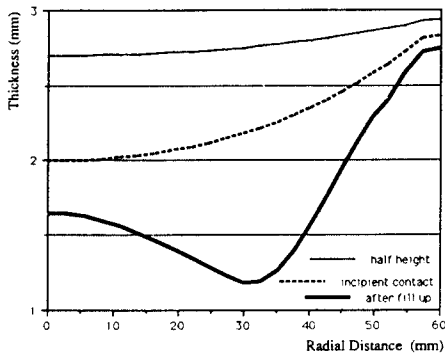


Fig. 8 Thickness distribution in the cylindrical cap blow forming (cap height = 30 mm)

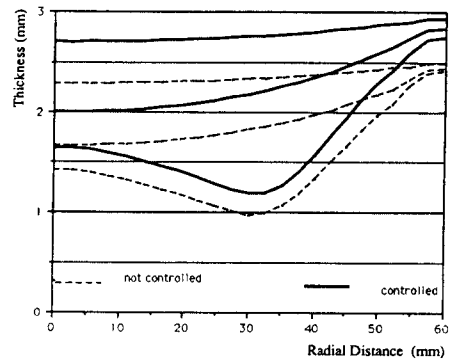


Fig. 9 Comparison of the thickness distribution between the pressure control and ramp pressure in the cylindrical cap blow forming (cap height = 30 mm)

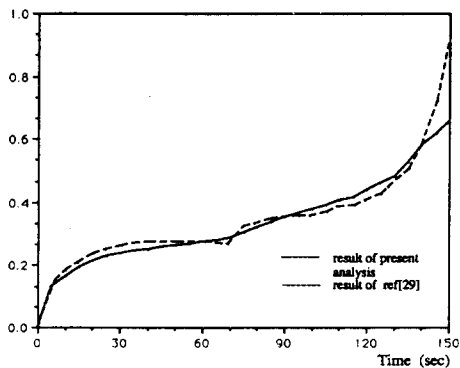


Fig. 10 Comparison of the controlled pressure and pole height vs. the forming time between result of ref[11] and result of present analysis in the cylindrical cap blow forming (thickness = 0.88 mm)

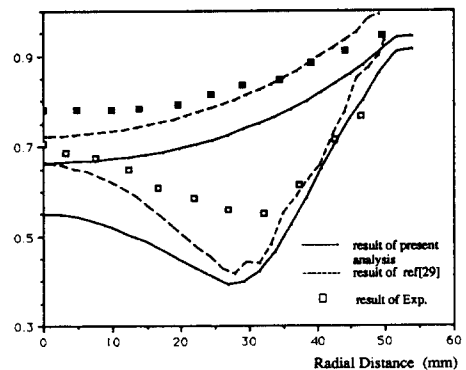


Fig. 11 Comparison of the normalized thickness distribution between result of ref[11] and result of present analysis in the cylindrical cap blow forming (thickness = 0.88 mm)