

## 평면이방성을 고려한 알루미늄 판재의 유한요소해석

윤정환\*, 양동열\*, 송인섭\*\*, 정관수\*\*\*

\*한국과학기술원 정밀공학과 \*\*삼성중공업 CAE 팀 \*\*\*ALCOA

## FE analysis of Al sheet metal considering planar anisotropy

J.W.Yoon\*, D. Y. Yang\*, I. S. Song\*\*, K. Chung\*\*\*

\*KAIST, Precision Eng. & Mechatronics \*\*Sam-Sung Heavy Industry \*\*\*ALCOA

### Abstract

A variational formulation and the associated finite element equations have been derived for general three-dimensional deformation of a planar anisotropic rigid-plastic sheet metal which obeys the strain-rate potential proposed by BARRAT et al [13]. By using the natural convected coordinate system, the effect of geometric change and the rotation of planar anisotropic axes are considered efficiently. In order to check the validity of present formulation, a cylindrical cup and a square cup deep drawing test was modeled. Good agreement was found between the FE simulation and the experiment. The results have shown that the present formulation for planar anisotropic deformation can be efficiently applied to the analysis of sheet metal working processes for planar anisotropic nonferrous metals.

**Keyword** : strain-rate potential, planar anisotropy, natural convected coordinate system

### 1. 서론

대부분의 박판은 어느 정도 이방성을 가지고 있고, 프레스 성형공정 동안에도 이방성이 변하게 된다. 그러나, 현재 박판 성형공정을 해석할 때 널리 받아들여지고 있는 가정은 압연과정중에 발생한 이방성이 박판 프레스 성형 공정 중에는 더이상 변하지 않는다는 것이다. 지금까지 등방 가공경화 (isotropic work hardening) 에 관련된 많은 이방성 항복 이론들이 발표되었다. Hill[1,2], Hershey[3], Hosford[4], Bassani[5], Gotoh[6], Logan and Hosford[7], Jones and Gillis[8] and Budianski[9] 등이 그것이다. 그러나 위의 항복함수들이 평면이방성을 나타내는 박판의 일반적인 경우를 표현하는 데에는 다소 불완전하거나 부정확한 것으로 Barlat[10]에 의해 보고된 바 있다.

최근에 Barlat등[12]은 특히 polycrystal에 적합한 직교 대칭성(orthotropic symmetry) 을 갖는 이방성 재료에 대해서 응력 포텐셜로 표현되는 항복함수를 발표하였다. 그러나, 정의된 응력 포텐셜에 대해서 변형률 포텐셜(strain-rate potential)에 대한 표현식이 외연적(explicit)으로 표현되지 않기 때문에, 특히 강소성 재료 모델을 쓰는 유한요소 프로그램에는 적용하기가 어려웠다. 그래서, 최근에 Barlat등[13, 14]은 직교성을 갖는 재료에 대해 변형률 포텐셜을 발표하였는데, 제안된 변형률 포텐셜이 응력 포텐셜과 정확하게 dual은 아니지만 많은 수치 해석 결과, 그들이 근사적으로 거의 conjugate하다는 것이 보고된 바 있

다.

지금까지 이방성 현상을 시뮬레이션 하려는 많은 노력이 있어 왔다. Gotoh와 Ishies[15]는 Gotoh의 항복함수로 Yang과 Kim[16], Doege와 Seydel[17]은 Hill의 2차 항복식을 사용하여 귀발생 (earing)문제를 해석한 바 있다. 최근에는 Chung과 Shah[18]가 Barlat등[12]이 제안한 6-성분 응력 포텐셜을 사용하여 Al 2008-T4에 대해 시뮬레이션한 바 있다.

본 논문에서는 Barlat등[13]이 제안한 변형률 포텐셜에 기초한 일반적인 변분 수식화와 이와 관련된 유한요소 방정식을 유도하였다. 국소 질점 좌표계 (natural convected coordinate system)을 사용함으로써 기하학적 비선형성(geometric nonlinearity)과 이방성 축의 회전을 효과적으로 고려하였다. 본 수식화의 검증을 위해서 실린더형 컵과 사각형 컵 드로우잉 문제에 대해서 시뮬레이션하여 실험치와 비교하였다.

## 2. 기하학적 비선형성 고려와 이방성축의 회전

Updated Lagrangian 수식화로 비정상 변형 (nonsteady deformation)을 해석하는데 있어서, 시간  $t_0$ 에서 시간  $t_0 + \tau$ 까지의 변형을 고려해 보자 (그림 1). 박판이 충분히 얇다고 가정하면 응력상태를 평면응력 상태로 근사화시킬 수 있다. 이때  $\theta^1, \theta^2$ 는 국소 질점 좌표계 (natural convected coordinate system)에서 정의되며  $\theta^3$ 축은 박판 표면에 수직하게 정의된다. 이와 같이 국소 질점 좌표계를 도입하여, 유한요소의 국부좌표계(local coordinate)를 질점 좌표계(convected coordinate)로 사용함으로써 계산시간을 현저히 줄이면서 효과적으로 기하학적 변화 효과를 고려할 수 있다.

한편, 그림 2에서 이방성축의 회전을 생각해 보자.  $b_i$ 는 유한요소 국부 좌표계를 따르는 기초벡터이고  $\lambda$ 와  $\mu$ 는 이방성 축을 따르는 단위 벡터이다. 그림 2에서 점선은 일반적인 변형 상태에서 이방성 축을 나타낸다. 그러면 다음과 같은 분리가 가능하다.

$$\lambda = \lambda^i b_i = \lambda_i b^i = \lambda^i e_i, \quad \mu = \mu^i b_i = \mu_i b^i = \mu^i e_i \quad (1)$$

그림 3에서 주질점 좌표계를 도입하면  $\tau$ 동안 변형할 때 직교망을 형성하게 된다. 이때  $\tau$ 동안 변형 경로가 최소일의 경로를 따라서 변형한다고 가정하면, 이방성 축과 변형률 주방향의 각도는 일정하게 유지된다고 말할 수 있다.[19] 이와 같은 평면이방성 축의 회전에 관한 가정으로부터 다음의 관계가 성립한다.[16]

$$\hat{\lambda}^i = {}^0\hat{\lambda}^i \sqrt{\frac{{}^0g^i}{g_i}} \quad \text{and} \quad \hat{\mu}^i = {}^0\hat{\mu}^i \sqrt{\frac{{}^0g^i}{g_i}} \quad (\text{not summed, } i = 1, 2) \quad (2)$$

이때 다음 단계의 계산을 위해서는  $\tau\lambda^i$ 와  $\tau\mu^i$ 를 알 필요가 있는데 식(2)와 텐서방정식의 불변량 성질을 이용하여 다음과 같이 근사화시킬 수 있다.

$$\tau\lambda^i = {}^0\lambda^i - \frac{1}{2} g^{ij} {}^0\lambda^k E_{ij} + \frac{3}{2} g^{il} g^{jm} {}^0\lambda^k E_{jk} E_{lm} \quad (3)$$

비슷한 관계를  $\tau\mu^i$ 에 대해서도 구할 수 있다.

여기에서 초기 첫 단계에서  $\lambda^i$ 와  $\mu^i$ 는 다음의 변환으로부터 얻을 수 있다.

$$\lambda^i = \lambda^c_j e_j b^i \quad \mu^i = \mu^c_j e_j b^i \quad (4)$$

### 3. 평면이방성 박판재료의 강소성 유한요소 수식화

Barlat등[13]이 제안한 이방성 재료의 변형에 대한 포텐셜은 재료가 변형속도와 무관하고, 강소성 가공경화를 하며 재료가 최소일의 원리에 따라 변형한다고 가정하면 다음과 같이 표현된다.[19]

$$\Psi(\Delta\epsilon_i) = |p|^m + |q|^m + |p+q|^m = 2\Delta\bar{\epsilon}^m$$

$$\text{여기서 } [P_i] = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\Delta\epsilon_1 - \Delta\epsilon_2 - \Delta\epsilon_3}{3} \\ \frac{2\Delta\epsilon_2 - \Delta\epsilon_3 - \Delta\epsilon_1}{3} \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (5)에서  $\Delta\epsilon_{i=1,2,3}$ 은 양축응력 상태에서 진변형을 증분 (logarithmic strain increment)의 성분으로 정의되는 다음의 대칭행렬 L의 주값(principal value)이다.

$$L = \begin{bmatrix} \frac{C_3(\Delta\epsilon_{xx} - \Delta\epsilon_{yy}) - C_2(\Delta\epsilon_{zz} - \Delta\epsilon_{xx})}{3} & C_6\Delta\epsilon_{xy} \\ C_6\Delta\epsilon_{xy} & \frac{C_1(\Delta\epsilon_{yy} - \Delta\epsilon_{zz}) - C_2(\Delta\epsilon_{xx} - \Delta\epsilon_{yy})}{3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)에서 x, y, z은 압연방향, 횡방향, 두께방향을 나타낸다. 행렬 L은  $C_{i=1,2,3,6} = 1$ 일 때 편차 변형을 행렬로 변환된다. 지수 m은 결정구조와 관련되어 있는데,  $m > 1$ 일 때 항복 곡면은 convex하게 된다. 지수 m의 추천값은 FCC 금속일 때  $m = 4/3$ 이며 BCC 금속일 때  $m = 3/2$ 이다. 본 논문에서는 등방성 경화(isotropic hardening)를 가정하였기 때문에 소성 변형동안 모든 재료 상수는 일정하다.

질점좌표계 (convected coordinate system)에서  $\Delta\bar{\epsilon}$ 의 표현식에 대해 생각해 보자. 주질점좌표계(principal convected coordinate system)은 일반적으로 미리 알 수 없기 때문에 임의의 좌표계에서  $\Delta\bar{\epsilon}$ 의 표현식을 얻는 것이 필요하다. 동안 미소변형을 가정하면 임의의 좌표계에서 다음과 같은 변형을 불변량(strain invariant)를 고려할 수 있다.

$$I = \lambda^i \lambda^j E_{ij}, \quad J = \mu^i \mu^j E_{ij}, \quad K = \lambda^i \mu^j E_{ij} \quad (7)$$

그러면 식 (5)에서  $\Delta\bar{\epsilon}$ 는 결국 I, J, K라는 변형을 불변량의 함수로 표현되어진다.

$$\Delta\bar{\epsilon} = f(I, J, K) \quad (8)$$

강소성 재료가  $t_0 + \tau$ 에서 응력장이 평형을 이루기 위한 필요충분조건은 가상일의 원리와 최소에너지 경로의 가정에 의하여 다음과 같이 유도된다.

$$\tau \delta W_{int} = \int_{\circ_A} \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\epsilon}) \circ_t \circ dA = \tau \delta W_{ext} \quad (9)$$

유한요소 수식화 과정을 거치면 식(9)의 변분 표현식은 다음과 같은 비선형 방정식으로 귀결된다.

$$Q(\bar{U}) = P(\bar{U}) + F$$

여기서

$$Q(\bar{U}) = \sum_e \int_{\circ_A(e)} \tau \bar{\sigma} \frac{\partial \Delta \bar{\epsilon}}{\partial U^T} \circ_t \circ dA \quad \text{이다.}$$

## 4. 결과 및 토론

### 4.1 실린더형 컵의 디프드로잉

Al 재료에 대한 평면이방성 거동을 평가하기 위해서 컵 드로잉 과정을 통하여 귀발생 현상을 시뮬레이션 하였는데, 직교 대칭성의 관점에서 컵의 90°만을 해석하였다. 그림 4는 공정의 개략도를 보여주고 있으며, 그림 5는 해석에 쓰인 유한요소 격자를 보여주고 있는데 961개의 절점과 900개의 굽힘에너지가 보강된 박막요소 (Bending Energy Augmented Membrane element)를 사용하였다 [23].

해석에 쓰인 재료와 공정 변수는 다음과 같다.

박판재료 : Al 2008-T4      응력-변형률 관계 :  $\bar{\sigma} = 408 - 223 \exp(-6.14 \bar{\epsilon})$

블랭크 홀딩력 : 22.2 KN (1/4 영역에 대해서는 5.55 KN)

마찰계수 : (블랭크 / 펀치) = 0.2, (블랭크 / 다이) = 0.01, (블랭크/블랭크홀더) = 0.01

그림 6은 해석에 쓰인 금형면을 보여주고 있는데, 4개의 복합곡면 (540개이 매개변수 패치)를 사용하여 펀치와 다이 그리고 블랭크 홀더를 묘사하였다. 그림 7은 하중축과 압연 방향 사이의 각도에 대한 인장과 압축 응력의 실험적인 값을 보여주고 있다. 실린더형 컵의 드로잉 테스트에서는 플랜지의 부위에서는 압축력이 발생하고, 펀치의 코너 부위에는 인장력이 발생하므로 그림 7의 인장과 압축에 근거한 재료상수는 모두 유효하다. 따라서 Table 1에 나타난 바와 같이 두가지 종류의 항복응력 (인장과 압축)을 사용하여 유한요소 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 8는 인장과 압축응력을 바탕으로 도시한 변형률 포텐셜 곡면을 보여주고 있다.

#### 인장 테스트 데이터에 기초한 결과

그림 9은 컵의 최종 변형 형상과 이때의 두께변형률 컨투어(contour)를 보여주고 있는데 전체적으로 컵의 두께가 플랜지 쪽으로 가면서 두꺼워지고 있음을 알 수 있다. 그림 10은 압연방향에서 측정치와 해석치를 비교하였는데 본 이론과 참고문헌 [18]의 응력 포

텐설의 결과가 실험과 잘 일치하고 있다. 그림 10에서 보여주고 있는 두께변형률이 인장 테스트 데이터에 기초하여 계산되었기 때문에 인장이 일어나는 곳이 실험과 잘 일치하고 있는 것은 당연한 일이다. 그러나 압축이 지배적인 플랜지 부위에서는 약간의 차이를 보여주고 있다.

그림 11은 완전히 성형된 컵의 높이 프로파일을 실험치와 비교하였다. 본 이론에서 얻은 귀(earing)의 크기가 0°와 90° 사이에서는 약간 과도평가되고 90°와 180°사이에서는 약간 과소평가되지만 전체적으로 실험치와 잘 일치하고 있다. 반면에 응력포텐셜로 계산된 귀의 크기는 약간 과소평가되고 있다.

### 압축 테스트 데이터에 기초한 결과

이경우 이방성 계수는 Table 1에서 보여주는 것과 같이 압축 테스트 데이터에 기초하고 있다. 그러나 응력-변형률 곡선은 인장 시험 결과로부터 얻은 데이터를 사용하였는데 그 이유는 높은 변형률 레벨에서는 단순압축으로부터 응력-변형률 데이터를 얻을 수 없었기 때문이다. 그림 12는 성형된 컵에 대해서 변형 형상과 두께 변형률 컨투어를 보여주고 있는데 빨려들어간 양이 45° 방향에서 가장 많고, 이 방향을 중심으로 전체적으로 대칭을 보여주고 있다. 그림 13은 완전히 성형된 컵에 대해서 압연 방향으로의 두께 변형률 분포를 보여주고 있는데, 압축 테스트 데이터에 기초한 결과가 압축이 크게 발생하는 플랜지 부위에서 잘 맞고, 인장이 지배적인 부위에서는 약간의 차이가 남을 알 수 있다. 그림 14는 압축테스트 결과에 기초한 귀발생 현상을 보여주고 있는데 귀의 크기가 본 이론과 응력포텐셜[18] 모두 약간 과대평가되지만 실험치와 아주 잘 일치하고 있다. 실제로 플랜지 부위에서 응력상태는 압축응력이 지배적이므로 압축 테스트로부터 얻은 이방성 계수를 이용하는 것이 귀발생 예측에는 더 유리하다.

## 4.2 사각형 컵의 디프드로잉

사각컵 드로잉 공정은 재료거동을 평가하기 위한 테스트일 뿐 아니라 비대칭 디프드로잉 공정 가운데 대표적인 공정에 속한다. 본 연구에서는 NUMISHEET'93위원회로부터 제공받은 데이터를 이용하여 AI판재에 대해 시뮬레이션을 수행하고 Hill의 1979년 항복이론 및 실험치와 비교하였다. 시뮬레이션에 사용된 재료와 공정변수는 다음과 같다.[20]

박판두께 : 0.81 mm      응력-변형률 곡선 :  $\bar{\sigma} = 576.79 (0.0165 + \bar{\epsilon})^{0.3593}$

이방성 계수(tensile test) :  $m = 1.35$ ,  $C_1 = 1.018$ ,  $C_2 = 1.049$ ,  $C_3 = 1.130$ ,  $C_6 = 1.080$

마찰계수 : 0.162      블랭크 홀딩력 : 19.6KN (4.9 KN for 1/4 region)

그림 15은 금형의 개략도를 보여주고 있는데 41개의 복합곡면으로 이루어져 있다. 그림 16은 유한요소 격자로서 841개의 절점과 1600개의 삼각형 굽힘에너지가 보강된 박막요소를 사용하였다. NUMISHEET'93 위원회의 실험결과에 대한 발표에 의하면 주어진 조건하에서 AI판재는 펀치행정 40mm 까지는 성형할 수 없는 것으로 보고되었다. 따라서, AI

판재의 경우 15mm에서의 실험치만이 비교 가능하다. 그림 17은 편치행정 15mm에서 변형 형상과 두께변형률 컨투어 (contour) 를 보여주고 있는데 편치쇼울더 부근에서 국부적인 네킹의 가능성이 보이고 있으며, 기하학적 구속조건 때문에 평면이방성 효과는 보이지 않는다. 이는 그림 18의 팔러들어간양 분포를 보더라도 이방성 효과가 적다는 것이 확연하다. 그림 19은 OA, OB, OC 방향으로의 두께변형률 분포를 보여주고 있는데 본이론이 Hill의 이론보다 실험치에 좀더 가까이 있음을 확인할 수 있다. 그림 20은 편치행정 15mm이후의 AI 판재의 네킹거동을 확인하기 위해서 국부네킹이 가장 심각한 요소를 추적하여 FLD상에 표시하였고 이와 관련된 두께변형률 분포를 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 편치행정 20 mm 에서 파단이 예측되며, 이는 보고된 실험결과와 잘 일치하고 있다.[20]

## 5. 결론

Barlat의 변형률 포텐셜을 따르는 평면이방성 강소성 박판재료의 비정상 상태의 대변위 문제의 증분해석을 위해서 변분식과 이와 관련된 유한요소 방정식을 유도하였다. 국소 질점 좌표계를 사용하는 것이 계산시간 절감과 기하학적 비선형성의 고려 및 이방성축 회전의 고려에 효과적이었음을 입증하였다. 개발된 유한요소 프로그램을 실린더형 컵과 사각형 컵의 해석에 적용하여 Barlat의 변형률 포텐셜의 결과가 Barlat의 응력포텐셜의 결과와 잘 일치함을 확인하였다. 이러한 수치 예제를 통해서 Barlat의 변형률 포텐셜에 기초한 본 논문의 수식화가 특히 AI재료의 박판성형 공정에 효과적으로 적용될 수 있음을 알 수 있었다.

## 참고문헌

1. R. Hill. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals, Royal Soc. London Proc. 193A, 281 (1948)
2. R. Hill, Theoretical plasticity of textured aggregates, Math. Proc. Camb. Phill. Soc. 85, 179 (1979)
3. A. V. Hershey, The plasticity of an isotropic aggregate of anisotropic face centered cubic crystals, J. Appl. Mech., 30, 241(1954)
4. W. F. Hosford, A generalized isotropic yield criterion, J. Appl. Mech., 39, 607 (1992)
5. J. L. Bassani, Yield characterization of metals with transversely isotropic plastic properties, Int. J. Mech. Sci., 19, 151(1977)
6. M. Gotch, A theory of plastic anisotropic based on a yield function of fourth order (plane stress state), Int. J. Mech. Sci., 19, 505(1977)
7. R. W. Logan and W. F. Hosford, Upper-bound anisotropic yield locus calculations assuming  $\langle 111 \rangle$ -pencil glide, Int. J. Mech. Sci., 22, 419(1980)
8. S. E. Johns and P. P. Gillis, A generalized quadratic flow law for sheet metals, Met. Trans. 15A., 129(1984)
9. B. Budianski, Anisotropic plasticity of plane-isotropic sheet, in G. J. Dvorak and R. T. Shield(ed), Mechanics of Material Behavior, Elsevier, Amsterdam, Netherlands, pp. 15-29 (1984)
10. F. Barlat, Crystallographic texture, Anisotropic yield surface and forming limit of sheet metals, Mat. Sci. Eng., 91, 55 (1987)
11. F. Barlat and J. Lian, Plastic behavior and stretchability of sheet metals part I: A yield function for orthotropic sheet under plane stress conditions, Int. J. Plasticity, 5, 51-66 (1991)
12. F. Barlat, D. J. Lege and J. C. Brem, a six-component yield function for anisotropic metals, Int. J. Plasticity, 7, 693-712 (1991)
13. F. Barlat, K. Chung and O. Richmond, Plastic dual potential for FCC metals and application to

minimum plastic work path calculation, *Int. J. Plasticity*, 9, 1-13 (1993)

14. F. Barlat and K. Chung, Anisotropic potential for plasticity deforming metals, *Modeling and Simulation in Mat. Sci. and Eng.*, 1, 403-416 (1993)

15. M. Gotch and F. Ishise, A finite element analysis of rigid-plastic deformation of the flange in a deep-drawing process based on a fourth-degree yield function, *Int. J. Mech. Sci.*, 20, 423 (1978)

16. D. Y. Yang and Y. J. Kim, A rigid-plastic finite element calculation for the analysis of general deformation of planar anisotropic sheet metals and its application, *Int. J. Mech. Sci.*, 28, 825 (1987)

17. E. Doege and M. Seydel, Influence of anisotropy in sheet metal forming, in J. L. Chenot and E. Orate(ed). *modeling of metal forming processes*, Kluwer Academic Publishers, Rotterdam, Netherland, pp. 123-130 (1988)

18. K. Chung and K. Shah, Finite element simulation of sheet metal forming for planar anisotropic metals, *Int. J. Plasticity*, 8, 453-476 (1992)

19. K. Chung and O. Richmond, A deformation theory of plasticity based on minimum work paths, *Int. J. Plasticity*, 9, 907-920 (1993)

20. NUMISHEET' 93 organizing committee, Proceedings of the 2nd international conference NUMISHEET'93 in A. Machinouch et. al (ed.), 441, Isehara, Japan (1993)

21. W. J. Chung, Y. J. Kim and D. Y. Yang, Rigid-plastic finite element formulation considering the effect of geometric change and its application to hydrostatic bulging, *Int. J. Mech. Sci.*, 31, 193-206 (1989)

22. Y. J. Kim and D. Y. Yang, A rigid-plastic finite element formulation considering the effect of geometric change and its application to hydrostatic bulging, *Int. J. Mech. Sci.*, 27, 4531 (1985)

23. D. J. Yoo, I. S. Song, D. Y. Ynag and J. H. Lee, Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming processes using continuous contact treatment and membrane element incorporating bending effect, *Int. J. Mech. Sci.*, 36, 6, 513-546(1994)

24. J. W. Yoon, I. S. Song, D. Y. Yang, K. Chung, F. Barlat, FE formulation considering planar anisotropy based on a strain-rate potential within the framework of the convected coordinate system and its application, *Int. J. Mech. Sci.* Submitted (1994)

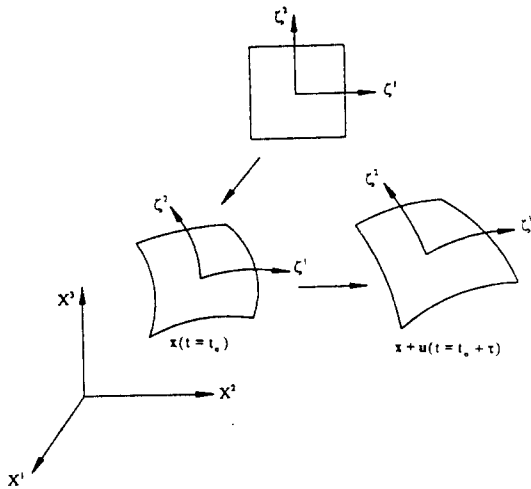


Fig. 1 Natural convected coordinate system in deformation process

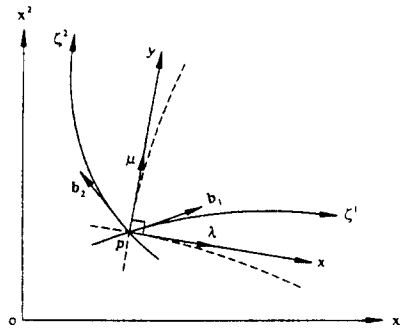


Fig. 2 Local coordinate system used in analysis and the axes of anisotropy

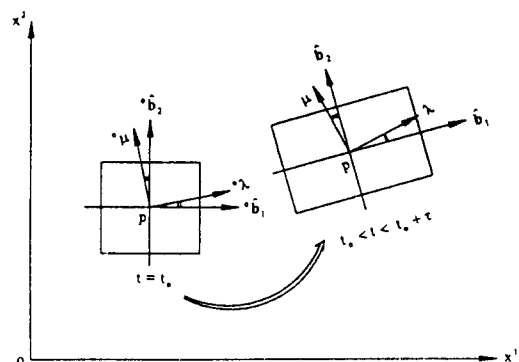


Fig. 3 Relation between anisotropic axes and principal axes of strain during deformation

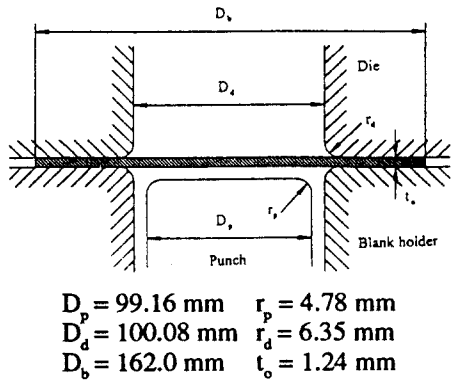


Fig. 4 Schematic view of geometric description for cylindrical cup deep drawing

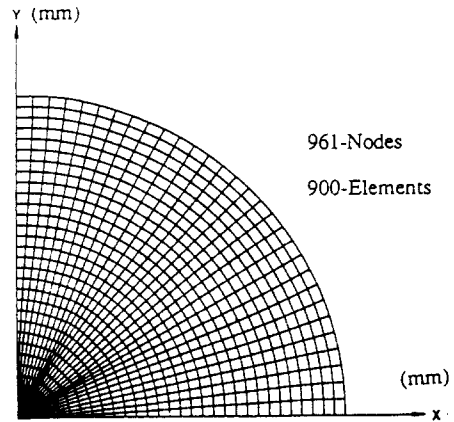


Fig. 5 Schematic view of initial mesh system for cylindrical cup deep drawing

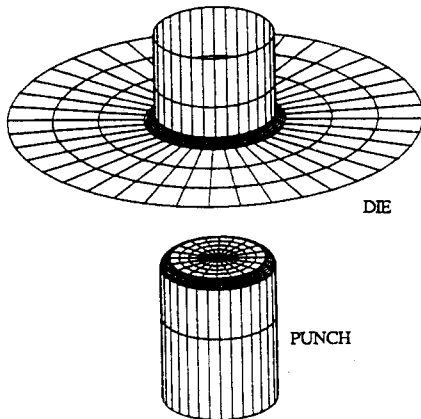


Fig. 6 Schematic view of tool surfaces for cylindrical cup deep drawing

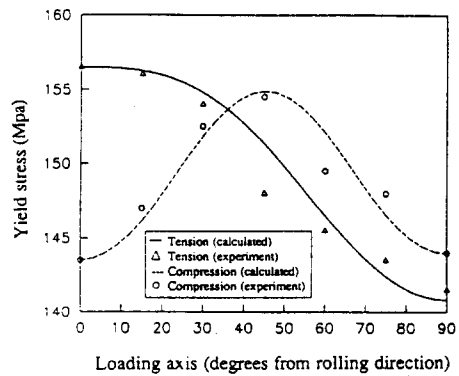


Fig. 7 Variation of tension and compression yield stresses of 2008-T4 with respect to angle between loading axes and rolling direction

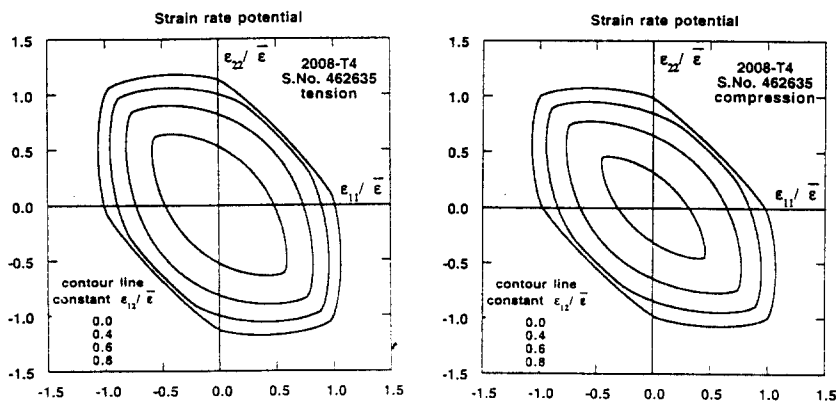


Fig. 8 Strain - rate potential of 2008-T4 with respect to tension and compression



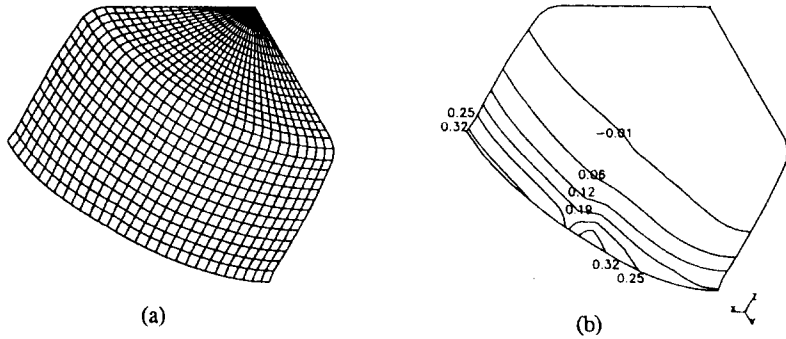


Fig. 9 The computed results by the present theory : results based on material constants derived from tension data : (a) the deformed configuration ; and (b) the contour of thickness strain

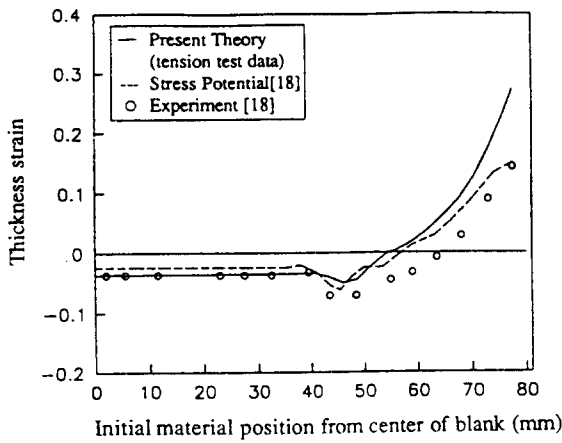


Fig. 10 Comparison of results from the present theory, the stress potential [18] and experiment [18] for thickness strain along the rolling direction : results based on tension test

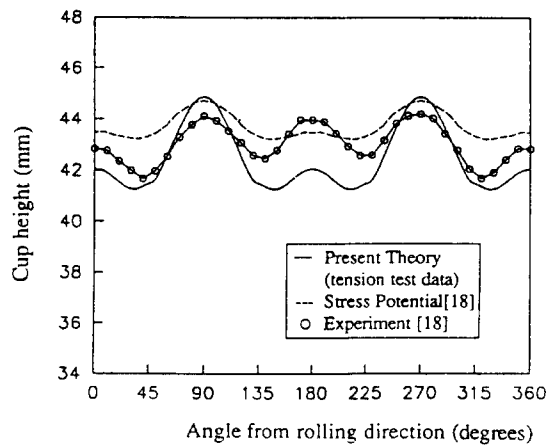


Fig. 11 Comparison of results from the present theory, the stress potential [18] and experiment [18] for cup height profile : results based on tension test data

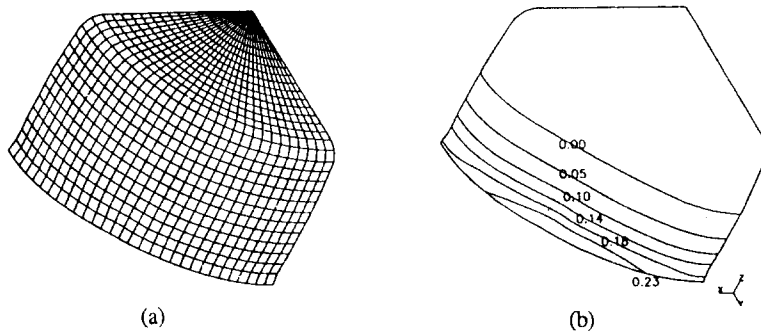


Fig. 12 The computed results by the present theory : results based on material constants derived from compression data : (a) the deformed configuration ; and (b) the contour of thickness strain

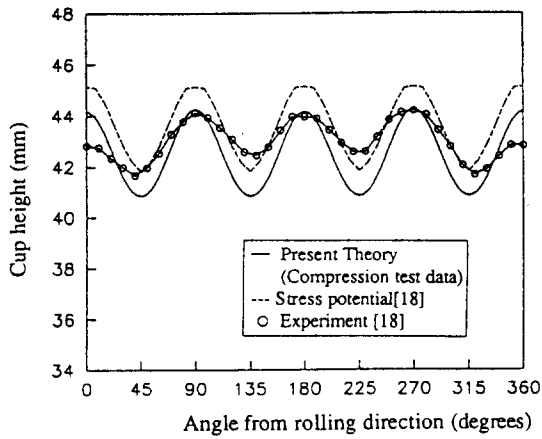


Fig. 13 Comparison of results from the present theory, the stress potential[18] and experiment[18] for thickness strain along the rolling direction : results based on compression test data

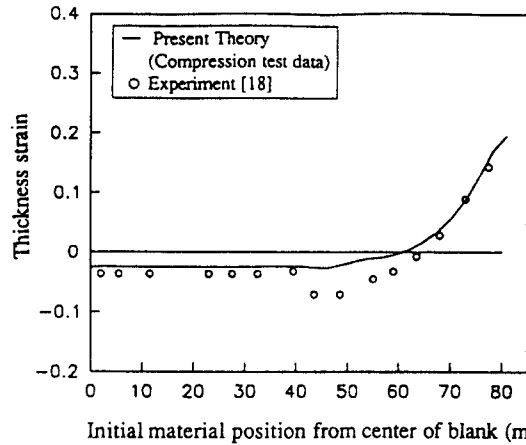


Fig. 14 Comparison of results from the present theory, the stress potential[18] and experiment[18] for cup height profile : results based on compression test data

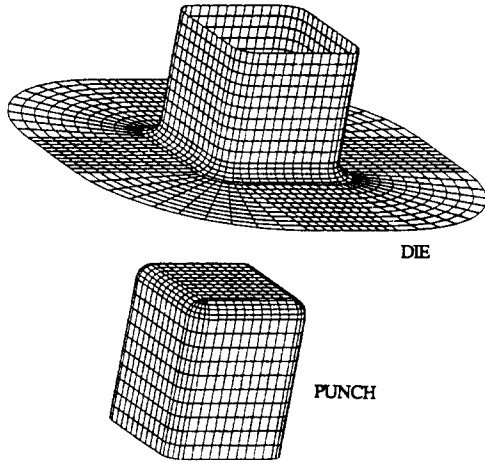


Fig. 15 Schematic view of tool surfaces for square cup deep drawing

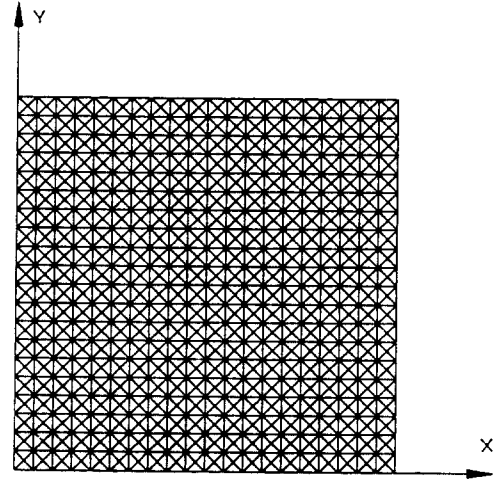


Fig. 16 Schematic view of initial mesh system for square cup deep drawing

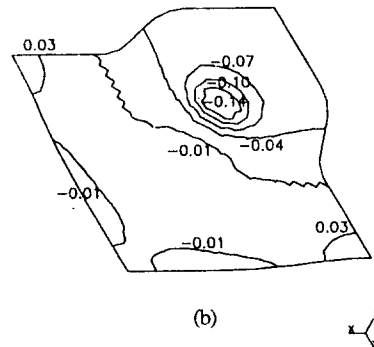
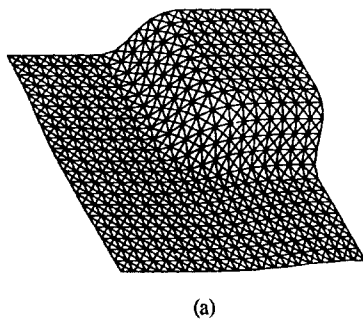


Fig. 17 The computed results by the present theory at the punch stroke of 15 m : (a) the deformed configuration ; and (b) the contour of thickness strain

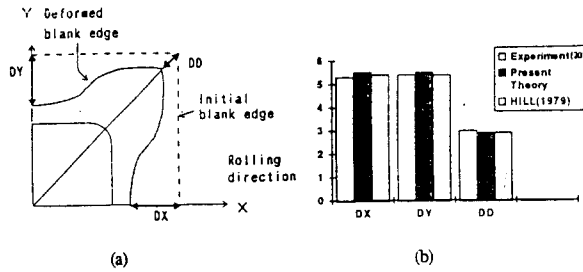
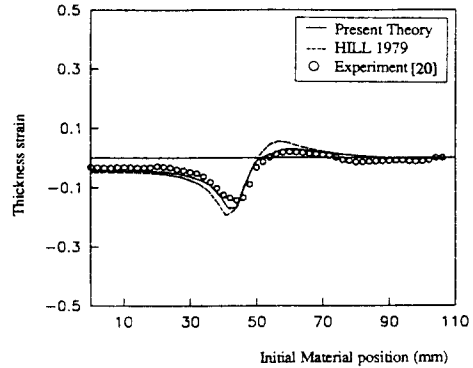
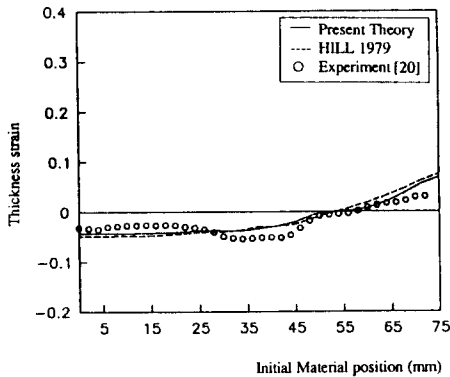


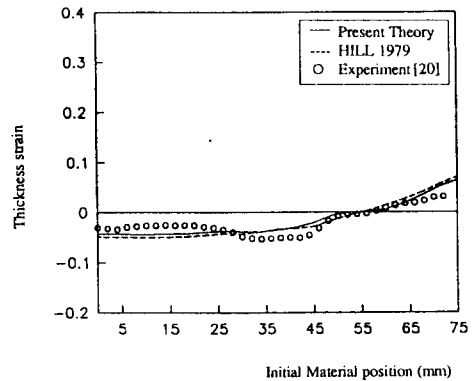
Fig. 18 Draw - in : (a) Schematic view ;  
and (b) AL - 15 mm DX,DY & DD



(a)



(b)



(c)

Fig. 19 Thickness strain distribution (AL - 15 mm) : (a) Diagonal direction, (b) Rolling direction, (c) Transverse direction

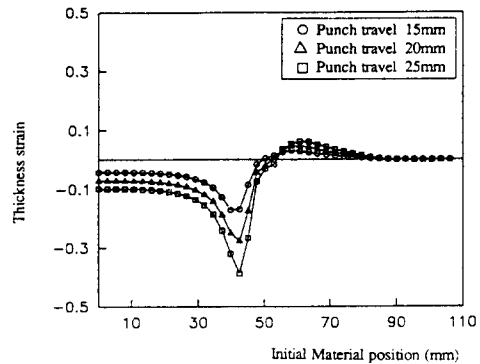
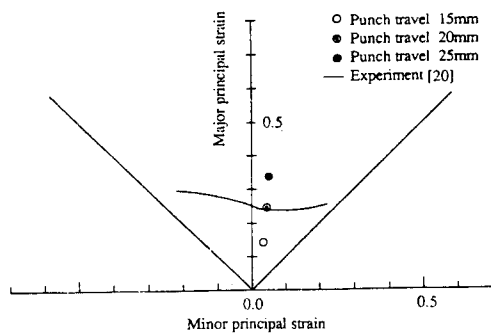


Fig. 20 (a) Strain paths of the severe element in FLD ; and (b) The locus of thickness strain distribution along the diagonal direction