

# 인장변형에 의한 강판의 직교이방성 대칭축의 회전

인정제, 김권희  
자동차부품연구원 전장개발연구부

## Rotation of Orthotropy Axes of Steel Sheets by Tensile Elongation

J.J. Yin, K.H.Kim  
Automotive Electronics Division  
Korea Automotive Technology Institute

### ABSTRACT

A series of tensile tests have been performed to investigate the hardening behavior of rolled steel sheets. Tensile tests consist of three stages. At the 1st stage, full size tensile specimens were prestrained in the direction of rolling, then mid-sized tensile specimens were cut from the gauge sections of the full size specimens at angles to the rolling direction. At the 2nd stage, mid-sized specimens were prestrained by predetermined magnitudes of strains and miniature tensile specimens were prepared from each of the mid-sized specimens at every 10 degrees. At the final stage, from tests on miniature tensile specimens the hardening behavior of the prestrained sheets has been investigated. According to the experimental results, orthotropic symmetry is reserved during tensile elongation, and one of the orthotropy axes is continuously rotated to specimen axis. Existing theories seem to fail to explain the rotation of orthotropy axes. A new phenomenological model is proposed to explain the strain induced rotation of orthotropy axes.

**Key words :** rolled steel sheet, finite deformation, rotation of orthotropy axes, plastic spin

### 1. 서 론

이방성 이론들 중에서 현재까지 가장 널리 이용되는 것은 Hill<sup>(1)</sup>의 이론이다. 이 이론은 직교대칭성을 갖는 압연판재에 대한 것으로 압연방향, 폭 방향을 대변하는 직교 대칭축 X, Y의 방향이 변형에 의하여 변화하지 않으며 Baushinger 효과를 무시할 수 있는 경우에 적용할 수 있는 이론이다. 이외에도 항복조건이 이방성 이론의 핵심부분

으로 생각되어 항복조건을 개선하기 위한 많은 노력이 있었다<sup>(2-7)</sup>. 그러나 실제의 판재 성형 과정에서는 변형량이 수 % 를 초과하는 경우가 대부분이며 판재에 가해지는 주 응력의 방향과 직교대칭축의 방향이 반드시 일치하지는 않는다. 가장 단순한 경우로서 Fig. 1 에 보인 것과 같은 상황을 생각할 수 있다. 압연판재에 형성된 직교이방성 대칭 축과 다른 방향으로 수 %의 인장변형을 가하는 경우 직교대칭성이 지속적으로 유지 될지, 유지된다면 직교 대칭축의 방향이 어떻게 변화할지 불분명하다.

따라서 Hill의 이론을 포함하여 기존의 이론들을 판재성형 문제에 적용하고자 할 때에는 이 같은 한계에 도달하게 된다. 즉 직교대칭축의 방향변화를 간과하고 항복조건 자체만으로 금속판재의 가공경화특성을 구명하려는 시도는 성공할 수가 없게 된다. 대변형 과정에서 직교대칭축 방향의 변화에 대한 연구는 비교적 그 역사가 짧다고 볼 수 있다. Mandel<sup>(8)</sup>, Dafalias<sup>(9)</sup> 등에 의하여 시작된 소성회전(plastic spin)에 대한 연구는 직교대칭축의 방향 변화와 밀접한 관련이 있다고 생각된다. 그러나 이들의 연구는 이방성 구성식의 현실적인 필요성보다는 대변형 문제에 있어서 구성식의 일반적 체계에 대한 이론적 관점에서 시작된 것으로서 이들 이론을 실험적으로 검증하기 위한 노력은 거의 없었다.

판재의 이방성을 구명하기 위한 종래의 실험 방법은 압연판재의 직교대칭축에 대한 각 방향으로의 단축인장시험이다. 이 시험법은 비교적 간단한 장비를 이용하여 수행할 수 있으며 가장 널리 사용되어온 방법이다<sup>(10-12)</sup>. 그러나 이 실험법으로는 직교대칭축의 회전량을 확인하기 어려운 문제가 있다. 판재는 아니지만 금속소재의 이방성에 대한 실험법으로 얇은 원관(tube) 형의 시편에 대한 축방향 인장(axial tension) - 비틀림(torsion) - 내압(internal pressure) 의 상호 조합으로 원관 벽면에 평면응력 상태를 발생시켜 변형을 측정하는 방법이 있다<sup>(13-16)</sup>. 후자의 방법은 비교적 다양한 응력상태를 얻을 수 있으나 실험자체가 어렵고 고가의 실험장비를 필요로 한다. 또한 튜브형태 이외의 시편에 대하여는 적용할 수 없는 방법이므로 금속판재의 기계적 변형특성을 직접적으로 측정하기 위하여는 부적절하다.

이러한 배경에서 저자 등은 금속 판재의 이방성 가공경화 특성을 측정하기 위한 새로운 실험 방법을 제시하고 이로부터 직교이방성 대칭축의 방향 변화를 관측할 수 있었다. 그러나 실험에 사용된 강판의 초기 이방성이 미약하여 대칭축의 변화가 2% 이내의 예비변형만으로도 거의 완료됨을 관측하였다<sup>(17-18)</sup>. 본 연구에서는 변형에 따른 직교대칭축의 변화 양상을 좀 더 상세하게 파악하기 위하여 초기상태의 압연강판에 예비 변형을 가함으로써 직교이방성 대칭축의 변화속도를 완만하게 조절한 새로운 실험을 수행하고, 이 실험 결과를 설명하기 위한 직교 대칭축의 회전모델을 제시한다.

## 2. 실 험

### 2.1 실 험 방 법

자동차 차체 외판의 재료로 쓰이는 AK (Aluminum Killed) 저탄소강판 (포항제철

제공, 모델 SPC3, 두께 0.75t)을 실험의 재료로 사용하였다. 이 재료는 열간 압연 - 냉간 압연 - 열처리 - 스킨페스압연의 과정을 거쳐서 생산된다. 이 판재는 스킨페스 압연에 의하여 약간의 초기 이방성을 갖는다. 이러한 초기 이방성의 직교 대칭축은 2% 미만의 인장 스트레인에 의하여 인장 방향으로 급격히 회전하는 것이 관찰된 바 있다<sup>(17)</sup>. 본 연구에서는 직교이방성 대칭축의 방향 변화 속도를 완만하게 조절하기 위하여 Fig. 2에 보인 대형 인장시편을 만들어서 압연방향으로 3% 또는 6%의 균일한 인장 변형을 통하여 이방성을 더욱 발달시킨다. 이렇게 얻어진 초기 이방성이 추가적인 변형에 의하여 어떤 상태로 변화하는지를 측정하기 위하여 Fig. 2에 보인 것처럼 대형 시편의 측정부(gauge section)로부터 중간 크기의 인장시편을 판재의 압연 방향에 대하여 30°, 45°, 60°, 90° 방향으로 추출하여 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 의 인장 예비변형(prestrain)을 가한다. Table 1은 본 연구에서 수행한 실험에 있어서 대형시편에 대한 1차 인장 예비변형과 이어서 중간시편에 가한 2차 인장 예비변형의 조합을 나타낸다. 중간시편에 예비변형을 가하면 초기 이방성 상태에 변화가 발생하고 이러한 변화는 최종적으로 소형시편에 대한 인장시험을 통하여 측정된다. 소형시편을 중간시편의 측정부에서 예비변형축에 대하여 10° 간격으로 추출하여 18 개의 항복응력을 측정하였다. 또한 원판형으로 추출한 시편을 적층하여 판재 두께 방향으로 압축시험을 수행함으로써 2축인장 항복응력(equi-biaxial yield stress)을 측정하였다. 인장, 압축시험에서 항복응력은 0.2% offset strain을 사용하여 측정하였다<sup>(17)</sup>. 이와 같이 측정된 data point들을 Hill의 2차 항복함수로 fitting 하여 직교대칭축 X와 Y의 방향을 계산한다. Fig. 3은 이러한 계산을 위하여 사용된 각도들의 정의를 도식적으로 보여주고 있다. 단축 인장 응력 data 및 압축시험 data 들은 X축의 각도 θ를 추정하면 응력공간의 좌표 ( $\sigma_x^e$ ,  $\sigma_y^e$ ,  $\tau_{xy}^e$ ) 가 각각 정해지고, 이 data point들에 가장 가까이 위치한 Hill의 항복곡면을 구하기 위하여 다음과 같이 오차를 정의한다.(Fig. 4 참조)

$$\begin{aligned} E &= \sum_{i=1}^n (\|\overrightarrow{OA}\| - \|\overrightarrow{OB}\|)_i^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \{ (\sigma_x^e)^2 + (\sigma_y^e)^2 + (\tau_{xy}^e)^2 \} \\ &\quad \times [1 - \{ (G+H)(\sigma_x^e)^2 - 2H\sigma_x^e\sigma_y^e + (H+F)(\sigma_y^e)^2 + 2N(\tau_{xy}^e)^2 \}^{-1/2}]_i^2 \end{aligned} \quad (1)$$

18 개의 인장 항복응력 data 와 1 개의 압축 항복응력 data에 대하여 E를 최소화시키는 θ 및 이방성 계수 F, G, H, N<sup>(1)</sup>의 값들을 구함으로써 직교이방성 대칭축 X의 방향과 항복곡면의 모양을 결정할 수 있다.

## 2.2 실험 결과

Fig. 5는 강판의 초기(as-received) 상태와 압연방향으로 각각 3% 와 6%의 1차

인장변형을 받은 3 가지 상태에서의 인장 항복응력의 분포와  $\sigma_x - \sigma_y$  응력평면 내의 항복곡선(yield locus)을 나타내고 있다. Fig. 5에서 볼 수 있듯이 항복응력의 분포는 Hill의 2차 항복함수로써 잘 표현되고 있다. 이 같은 3 가지 상태 중 1차 예비변형을 가하지 않은 상태에 대한 실험결과는 이미 발표된 바 있으므로<sup>(17,18)</sup> 여기서는 게재하지 않기로 한다. 3%, 6%, 15%의 2차 인장 예비변형을 가한 결과 얻어지는 항복응력의 분포와 항복곡선을 Fig. 6, Fig. 7에 나타내었다. Fig. 6, Fig. 7에서 볼 수 있듯이 압연과 1차 예비 변형에 의하여 소재에 생성된 직교 대칭성(orthotropy)은 중간시편에 의한 2차 인장변형 중에도 지속적으로 유지되며 직교 대칭축 X, Y의 방향은 비교적 빠른 속도로 변화한다. Fig. 8은 2차 인장변형에 따른 직교대칭축의 방향변화와 다음에 논의될 2 가지 해석모델에 의한 예측치를 보이고 있다. 중간시편을 압연방향에 대하여  $30^\circ$  방향에서 채취하여 2차 인장변형을 가하면 X 축이 인장축 방향으로 회전한다. 반면에 중간시편을 압연방향에 대하여  $60^\circ$  방향에서 채취한 경우에는 X 축 대신에 Y 축이 인장축 방향으로 회전한다. 중간시편을  $45^\circ$  방향에서 채취한 경우에는 2차 인장의 초기에 직교대칭축의 방향변화가 완만히 진행되다가 2% - 5% 사이의 2차 예비변형 구간에서 급격히 Y 축이 인장축 방향으로 회전한다.

### 3. 직교대칭축의 회전 모델

Hill<sup>(1)</sup>은 얇은 원관을 비틀을 때 길이 변화를 해석하기 위하여 직교 이방성의 대칭축은 소재를 구성하는 결정입자들의 평균 최대 인장 방향으로 형성된다고 가정하였다. Hill의 가설에 따라 초기에 직교이방성을 지닌 튜브를 비틀을 때 직교이방성 대칭축의 방향이 변화하는 현상을 실험적으로 측정하고 설명한 경우와<sup>(16)</sup> 일반적인 평면응력 상태에서 결정입자들의 최대 인장방향을 구하여 직교대칭축의 방향변화를 예측할 수도 있으나<sup>(17)</sup> 본질적으로 Hill의 가정은 튜브 비틀음 문제에만 국한시키는 것이 타당하다고 생각된다<sup>(19)</sup>. 따라서 평면응력하에서의 일반적인 변형상태에 대하여는 아직 확립된 이론체계가 없는 것으로 보인다.

Fig. 8에 보인 직교대칭축 X, Y의 회전은 인장 변형에 의한 금속결정조직(crystallographic texture)의 지속적인 변화에 기인한다. 즉 금속의 변형에 의하여 재질의 '결' 방향이 바뀌는 것으로 볼 수 있다. 이러한 변화는 연속체 변형에 의한 강체회전(rigid body rotation)과는 구분되며 Mandel, Dafalias 등이 제안한 소성회전(plastic spin)의 개념과 부합된다고 볼 수 있다. 그러나 소성회전 이론은 아직 본 연구의 실험결과를 설명하는데는 미흡한 것으로 판단된다. 즉 현재의 소성회전 이론으로는 중간시편의 채취방향에 따라 달라지는 직교이방성 대칭축의 회전 방향 변화가 설명되지 않는다. 본 연구에서는 실험결과에 기초하여 직교대칭축의 회전 방향은 주응력축에 대한 전단스트레인의 방향에 따라 결정되며 회전 속도는 전단 변형율에 비례한다는 가설을 제안한다. 즉,

$$d\beta = d\varepsilon_{12} + C_s d\varepsilon_{12} \quad (2)$$

여기서 1, 2 는 각각 중간시편의 길이방향, 폭방향을 나타내며  $C_s$ 는 재질의 가공경화된 상태에 따라 정해지는 계수이다. 또  $\beta$ 는 직교대칭축과 최대주응력 방향간의 각도로서  $\beta \equiv \psi - \theta$ 로 정의된다 (Fig.3 참조). 식 (2)의 우변은 인장변형시 전단변형에 의한 강체회전량  $d\varepsilon_{12}$ 와 소재의 금속결정구조 변화에 의한 회전량  $C_s d\varepsilon_{12}$ 를 포함하고 있다.

한편 Dafalias 의 소성회전 이론<sup>(9)</sup>에 의하면

$$d\beta = d\varepsilon_{12} - \frac{1}{2} \{ (d\varepsilon_{11} - d\varepsilon_{22}) \sin 2\beta + 2 d\varepsilon_{12} \cos 2\beta \} \quad (3)$$

여기서  $\eta$ 는 응력상태와 직교대칭축의 현재 방향 그리고 기타 가공경화 특성을 나타내는 변수들의 등방함수이며  $\eta$ 의 구체적인 함수형태는 아직 알려진 바가 없다.

중간시편의 축 방향으로 가해진 인장 스트레인의 증분  $d\varepsilon_{11}$ 에 대한 전단 스트레인 증분  $d\varepsilon_{12}$ , 폭방향 스트레인 증분  $d\varepsilon_{22}$ 의 비는 Hill 의 항복함수로부터 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_{12}}{d\varepsilon_{11}} &= - \frac{( (g+2h) \cos^2 \beta - (f+2h) \sin^2 \beta + (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) ) \sin \beta \cos \beta}{g \cos^2 \beta + f \sin^2 \beta + h - (g+f+4h-2) \sin^2 \beta \cos^2 \beta} \\ \frac{d\varepsilon_{22}}{d\varepsilon_{11}} &= \frac{(f+g+h-2) \sin^2 \beta \cos^2 \beta - h}{g \cos^2 \beta + f \sin^2 \beta + h - (g+f+4h-2) \sin^2 \beta \cos^2 \beta} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $f \equiv F/N$ ,  $g \equiv G/N$ ,  $h \equiv H/N$ 로 정의된다.

Fig. 8 은 3% 의 1차 예비변형을 받은 경우에 대한 계수들의 비  $f$ ,  $g$ ,  $h$ 를 사용하고 등방경화를 가정하여 위에 언급한 2 가지 해석 모델 (2), (3)과 (4)를 이용하여 예측되는 값들을 실험 data 와 비교하여 나타내고 있다. 계수  $C_s$ 와  $\eta$ 의 값들은 임의로 선정되었다. Dafalias 이론에 비하여 본 연구에서 제안한 이론이 실험 data 의 특징을 잘 나타낸을 알 수 있다. Fig. 8(a)-(b) 는 2차 인장방향이 압연방향에 대하여 30°인 경우를 나타내는데 이 경우 Dafalias 의 이론으로는 실험치에 접근하는 예측치를 얻을 수가 없다. 또한 Fig. 8(c)-(d)는 2차 인장방향이 압연방향에 대하여 45°인 경우, Fig. 8(e)-(f) 는 60°인 경우를 나타내는데 이 경우 실험에 의하면 Y 축이 인장방향으로 접근하는 것이 관찰되었다. 그러나 Dafalias 의 이론은 실험과 반대의 방향변화를 예측하고 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 평면응력 상태에서 주응력 방향이 직교대칭축 방향과 일치하지 않는 경우에 금속 판재의 직교 대칭성이 지속적으로 유지되는지의 여부와 직교 대칭축의 방향 변화를 실험적으로 관찰하였다. 실험으로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 즉,

- 1) 주응력 방향이 직교이방성 대칭축 방향과 일치하지 않는 경우에도 직교이방성은 후속변형 중에 지속적으로 유지되나 직교대칭축의 방향은 변화한다.
- 2) 직교대칭축의 방향변화는 주응력 방향에 대한 전단 변형율에 따라 결정된다.

본 연구의 실험결과를 기존의 이론과 비교하고 관찰된 결과를 기초로 직교대칭축 방향변화에 대한 현상학적인 모델을 제시하였다. 즉 직교 대칭축의 방향 변화율은 주응력 방향에 대한 전단변형율에 비례한다는 전제하에 식 (2)를 제안하였다. 이 모델은 기존의 Dafalias 모델에 비하여 실험 결과를 잘 수용하고 있다.

#### 후 기

본 연구의 수행을 위하여 RIST 재직시 압연 판재를 지원해주신 경북대의 김영석 교수님, 대형시편의 제작과 예비 인장변형을 지원해주신 대우중공업의 조효상 전무님, 중간시편, 소형시편의 가공을 도와주신 기계연구원의 황경현 박사님, 본 연구의 진행과정에서 많은 조언을 해주신 케임브리지 대학의 Rodney Hill 교수님 그리고 서울대학교의 김동원 교수님께 감사드립니다.

#### 참 고 문 헌

1. Hill, R., 1950, Oxford University Press
2. Bassani, J.L., 1977, Int. J. Mech. Sci., 19, 651
3. Gotoh, M., 1977, Int. J. Mech. Sci., 19, 505
4. Hill, R., 1979, Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 85, 179
5. Hill, R., 1990, J. Mech. Phys. Solids, 38, 405
6. Hill, R., 1991, J. Mech. Phys. Solids, 39, 295
7. Hill, R., 1993, Int. J. Mech. Sci., 35, 19
8. Mandel, J., Int. J. Solids Structures, 9, 725
9. Dafalias, Y.F. and Rashid, M.M., 1989, Int. J. Plasticity, 5, 227
10. Bourne, L. and Hill, R., 1950, Phil. Mag., 7th series, 41
11. Bramley, A.N. and Mellor, P.B., 1968, Int. J. Mech. Sci., 8, 101
12. Bramley, A.N. and Mellor, P.B., 1968, Int. J. Mech. Sci., 10, 211
13. Bailey, J.A., Haas, S.L. and Nawab, K.C., 1971, Trans. ASME, Paper No.

71-Met-Y

14. Stout, M.G., Hecker, S.S. and Bourcier, R., 1983, J. Eng. Mat. and Tech., Trans. ASME, 105, 242
15. Eisenburg, M.A. and Yen, C.F., 1986, J. Eng. Mat. and Tech., Trans. ASME, 108, 313
16. Kim, K.H., 1992, J. Mech. Phys. Solids, 40, 127
17. 인정제, 1992, 박사학위논문, 서울대학교
18. 김권희, 인정제, 김동원, 1992, 한국소성가공학회 추계학술대회 및 심포지움 논문집, 1992, pp.85-95
19. 김권희, 1993. 6. 1., R. Hill 과의 개인서신.

Table 1. Combinations of prestrains

| 1st prestrain | prestrain angle<br>w.r.t. R.D. ( $\psi$ ) | 2nd prestrain (%) |         |         |         |    |
|---------------|---|-------------------|---------|---------|---------|----|
|               |   | 1                 | 2       | 5       | 10      | -  |
| 3 %           | 30°                                       | 1                 | 2       | 5       | 10      | -  |
|               | 45°                                       | 1                 | 2       | 5       | 10      | -  |
|               | 60°                                       | 1                 | 2       | 5       | 10      | -  |
|               | 90°                                       | -                 | 2       | 5       | 10      | 15 |
| 6 %           | 30°                                       | 1                 | 2       | 5       | 10      | -  |
|               | 45°                                       | 1                 | 2       | necking | necking | -  |
|               | 60°                                       | 1                 | necking | necking | necking | -  |
|               | 90°                                       | -                 | 2       | 5       | 10      | 15 |

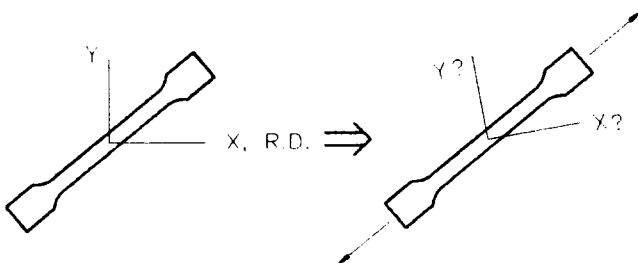


Fig. 1. Rotation of orthotropy axes

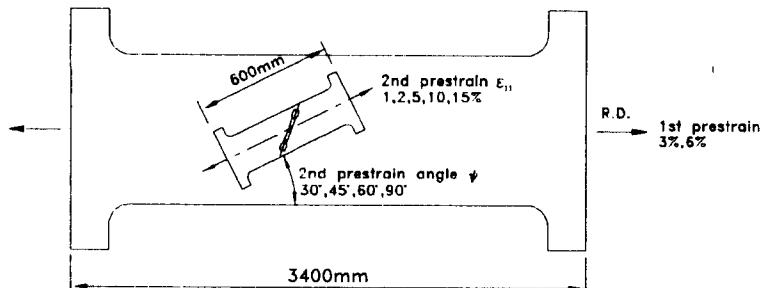


Fig.2. Schematic illustration of experimental procedure

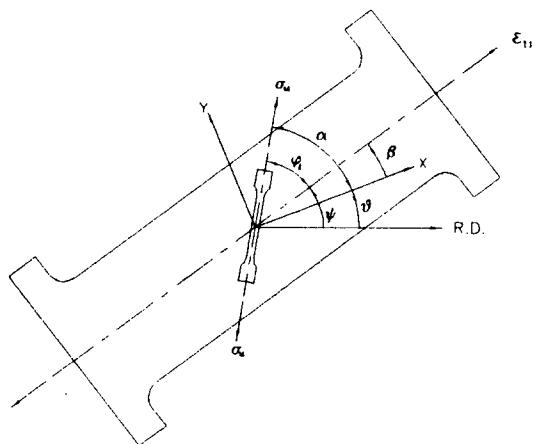


Fig. 3. Definition of various angles.

- ψ : prestrain angle w.r.t. rolling direction (R.D.).
- φ<sub>t</sub> : tensile angle w.r.t. 2nd prestrain axis.
- θ : X-axis angle w.r.t. R.D.
- α : tensile angle w.r.t. X-axis.
- β : angle of 2nd prestrain axis w.r.t. X-axis.

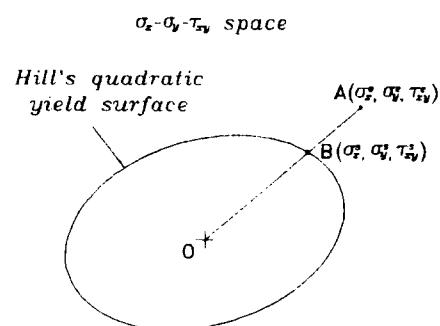
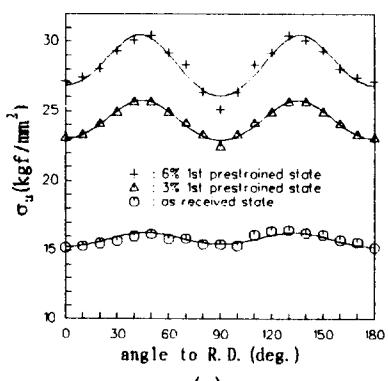
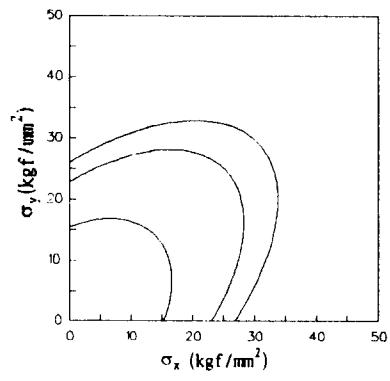


Fig.4. Stress vectors used for the definition of error measure in eq.(1).  
O : yield surface origin,  
A : experimental data point,  
B : intersection between stress vector OA and yield surface.



(a)



(b)

Fig.5. Uniaxial yield stress distribution and yield loci of cold rolled steel sheets for the as-received state and for the states after 3% and 6% elongation. Solid lines represent curve fit to experimental data by Hill's quadratic yield function.

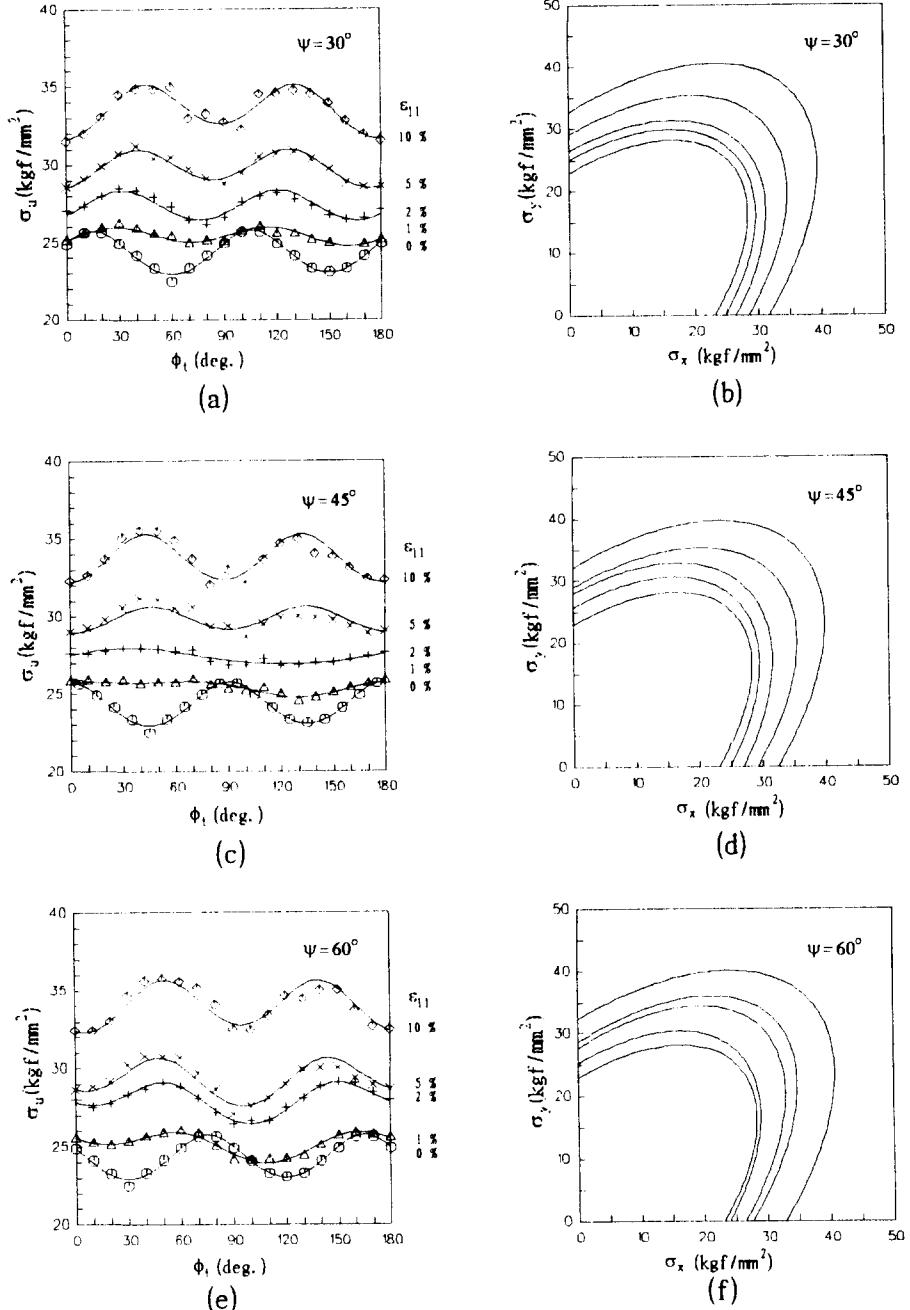


Fig. 6. Uniaxial yield stress distribution and yield loci of cold rolled steel sheets after 6% 1st prestrain to R.D.. Solid lines represent curve fit to experimental data by Hill's quadratic yield function.

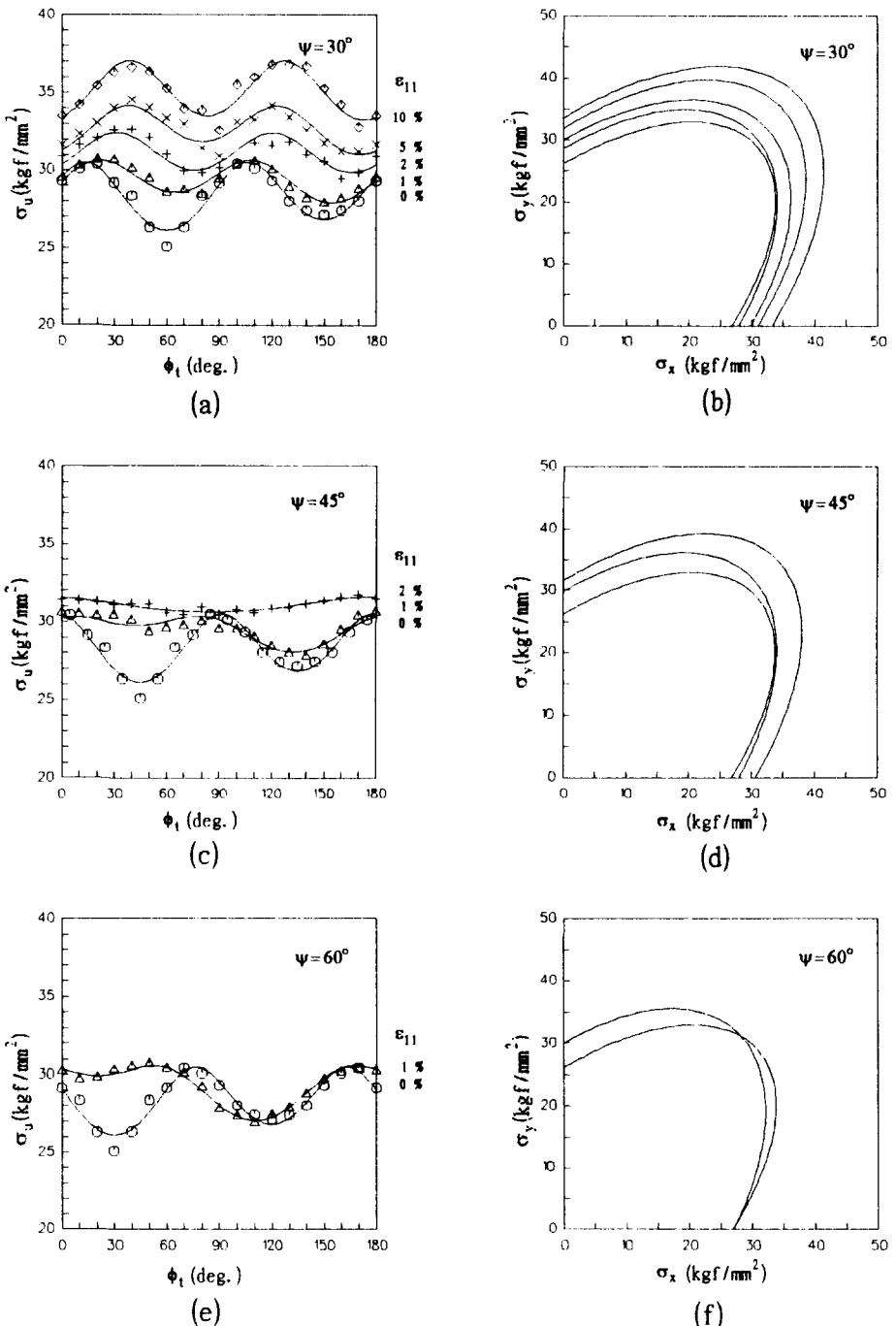


Fig.7. Uniaxial yield stress distribution and yield loci of cold rolled steel sheets after 6% 1st prestrain to R.D.. Solid lines represent curve fit to experimental data by Hill's quadratic yield function.

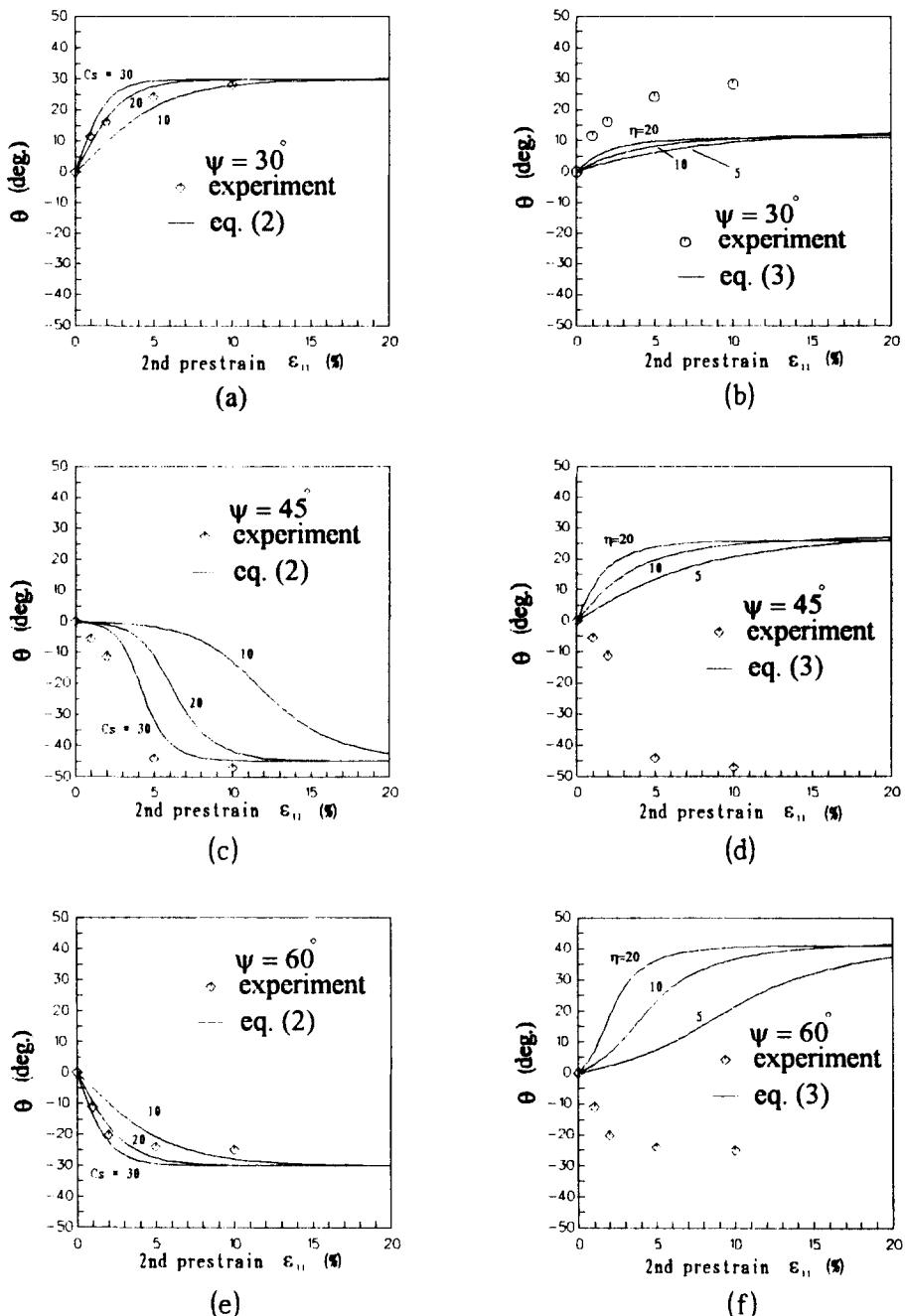


Fig. 8. Rotation of X-axis by 2nd tensile prestrains at angles to R.D. (rolling direction). Isolated points represent experimental data for large specimens with 3% 1st tensile prestrain in the R.D. Solid lines represent predictions from eq. (2) (current model) and eq. (3) (Dafalias model) for Hill's quadratic yield function with  $f = 0.3613$ ,  $g = 0.3535$ , and  $h = 0.4957$ .