

아연도금강판의 성형한계도

권 재욱, 이 동녕, 김 인수*
서울대학교 금속공학과 및 신소재 공동연구소
*금오공과대학교 재료공학과

Forming Limit Diagrams of Zinc and Zinc Alloy Coated Steel Sheets

Jae Wook Kwon, Dong Nyung Lee and *Insoo Kim

Dept. of Metallurgical Engineering and Center for Advanced Materials Research,
Seoul National University, Seoul 151-742.

*Dept. of Materials Science and Engineering,
Kum Oh National University of Technology, Kyung Buk, Kumi 730-701

Abstract Forming limit diagrams for three different galvanized deep drawing quality steel sheets have been measured by hemispherical punch stretching. The experimental forming limit diagrams have been compared with results calculated using the shear instability criterion and the M-K model which takes into account a strain gradient effect resulting from bending (curvature) of a flat sheet by punch stretching. The measured data were in good agreement with the results calculated using exponent M value of 8 in Hosford's yield criterion for the M-K model and M = 6 for the shear instability model.

Key words : Forming Limit Diagram, Punch stretching, Zinc coated steel sheet.

1. 서 론

최근 자동차 외장재료로 무도금강판보다 부식저항이 큰 도금강판이 크게 각광받고 있다. 도금강판 중에서도 용융 아연도금판, 전기 아연도금판, 아연합금 도금강판과 같이 표면처리된 재료의 도금층 표면성질과 기계적 성질 연구들이 자동차회사를 중심으로 활발히 진행되어왔다. 그런데 무도금 강판에서 도금강판으로의 재료 대체효과로 인해 생산현장에서는 표면조건의 변화, 도금층의 손상과 같은 문제점으로 인해 최적가공을 위한 공정변수(윤활, 가장자리누름압력등)조절에 어려움을 겪고있다. 그러므로 도금강판의 성형한계도를 조사함으로써 성형특성을 알 수 있고 판재 스탬핑성형시에 좋은 자료로 활용할 수 있다⁽¹⁾. 실험적인 성형한계도와 더불어 소성이론식에 의거하여 성형한계를 예측하려는 방법에 큰 성과가 있었다. 성형한계 예측모델중에서 가장 많이 쓰이는 방법은 M-K이론⁽²⁾이다. 초기 M-K이론으로 계산된 대부분의 성형한계도는 면내신장의 경우를 표현한 것이다. 그러나 실용적인관점에서 면내신장보다 편치신장으로 얻은 성형한계도가 더 유용하고 성형한계수준이 높는데 이는 편치의 곡률로 인한 재료의 두께방향으로 변형률구배가 존재하기 때문이다. M-K이론과는 다른 접근방식으로 이동녕등⁽³⁾은 전단불안정이론으로 Hosford항복식을 채택하여 한계변형률을 계산하였다. 이 계산식은

M-K이론과 달리 복잡한 비선형방정식을 풀지않고 비교적 간단히 계산 가능하다는 장점이 있다. 때문에 이 연구에서는 전단불안정이론과 변형률구배를 고려한 M-K이론을 이용하여 아연도금강판들에 대한 성형한계도를 계산하고 이를 실험값과 비교하였다.

2. 실험 및 계산방법

인장시험

이 연구에서 사용된 재료는 포항제철에서 공급된 3 종류의 아연도금강판을 사용하였다. 압연 방향에 대해 각각 0° , 45° , 90° 방향을 따라 인장 시편을 만들었다. 이들의 측면을 연마지 (# 400, 600, 1200)로 순차적으로 연마하여 노치 효과를 제거했다. 표점 거리 25mm, 크로스헤드 속도 5mm/min로 인장하여 하중-연신을 곡선을 얻었으며, 이로부터 항복 강도, 인장 강도, 균일 연신율을 얻고 파괴된 시편으로부터 총 연신율을 얻었다. 가공 경화 지수(n 값)은 항복점 이후부터 최대 하중점까지의 변형을 범위에서 $\log(\text{진응력}) - \log(\text{진변형률})$ 의 기울기로부터 구하였다. 변형 속도 민감도(m)을 구하기 위해 압연 방향에 대해 0° , 45° , 90° 방향의 인장 시편을 이용해서 연신을 15%에서 크로스헤드 속도를 5 mm/min에서 100 mm/min로 순간적으로 변화시켜 $m = \ln(\sigma_2/\sigma_1)/\ln(\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_1)$ 의 관계식을 이용하여 구했다. 또 인장 시편에 한 칸의 길이 2mm인 정사각형의 격자망으로 된 사진 감광 무늬를 입힌 후 15% 연신하여 소성 변형비 (R값)을 측정하였다.

한계변형률측정

판재의 완전한 성형한계도를 구하기 위해서는 여러가지 변형률상태를 얻어야한다. 이러한 변형방식으로는 액압벌지시험, 펀치신장, 면내신장, 일축인장등 다양한데 이중에서 실제 스탬핑조업을 가장 잘 반영하는 것으로서 펀치신장에 의한 한계변형률 측정이 널리 권장되고 있다. 이 연구에서는 직경 50 mm의 반구형펀치(그림 1)를 이용하였으며 여러가지 변형비를 얻기 위하여 윤활조건을 바꾸거나 시편의 폭을 다양하게 변화시켰다. 즉 100mm×100mm ~ 100mm×10mm 사이의 시편을 테프론과 그리스를 이용해 윤활조건을 바꾸어 줌으로써 한계변형률을 측정하였다. 시편표면에 원형격자 감광무늬를 입혀 표면변형률을 측정하는데 감광무늬는 초기직경 2.45mm인 원을 사용하였으며 신장 후 네크나 파괴 주위의 한계변형률 측정에는 눈금이 부착된 20배 현미경을 이용하였다. 시편 가장자리의 누름압력은 시편폭의 변화에 따라 30 ~ 80KN으로 조절하였고 펀치상승속도는 5mm/sec를 유지하였다.

성형한계도 계산

기존의 M-K이론⁽²⁾으로 계산된 성형한계도를 펀치신장에 적용할 경우 실제와 잘 맞지 않는점에 착안하여 Shi등⁽⁴⁾은 성형한계도를 계산할때 펀치 곡률로 인한 재료 두께방향으로의 변형률구배를 고려하였다. Shi등이 변형률구배를 고려하기 위해 사용한 새로운 구성방정식을 아래에 나타내었다.

평편한 판재를 반경 r_m 으로 굽혔을때 두께의 중심축으로부터 거리 ξ 위치에서의 진변형률 ϵ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\epsilon = \epsilon_m + \ln(1 + \xi/r_m) \quad (1)$$

여기서 ε_m 은 중심축에서 진변형률, r_m 은 굽힘변형후에 중심축의 반경이다.

이와같은 굽힘변형으로 인한 중심축($\xi=0$)에서의 변형률 구배효과는 아래와 같다.

$$\partial \varepsilon / \partial \xi |_{\xi=0} = [(1 + \xi/r_m)r_m]^{-1} |_{\xi=0} = 1/r_m = K_m \quad (2)$$

여기서 K_m 은 중심축의 곡률이다.

이를 이용하여 다음과 같은 변형률 구배를 고려한 구성방정식이 제안되었다.

$$\sigma_e = K' \varepsilon_e^n \dot{\varepsilon}_e^m - \bar{g} | \partial \varepsilon_e / \partial \xi |^{2n} \quad (3)$$

여기서 σ_e 는 유효응력, ε_e 은 유효변형률, $\dot{\varepsilon}_e$ 은 유효변형률속도, \bar{g} 는 굽힘효과를 결정하는 상수이며 ξ 는 두께의 중심축으로부터 거리 그리고 K' 은 강도계수이다.

이 식에서 굽힘변형으로 인한 응력비와 변형률비가 일정하다고 가정하고 부록(A5)와 식(2)을 이용하여 식(3)를 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\sigma_e = K' \varepsilon_e^n \dot{\varepsilon}_e^m - \bar{g} \bar{c}^{2n} K_m^{2n} \quad (4)$$

여기서 $\bar{c} = 2[(1+R)/2]^{1/M}$, $\bar{g} = Q_{aver}/Q_{bend}(K/\bar{c}^n)[nt^2/(8+4n)]^n$, $K' = Q_{aver}/Q_1$ 이다.

평면등방성, 평면응력상태에서의 Hosford⁽⁶⁾의 항복식은 아래와 같이 할 수 있다.

$$F = |\sigma_1|^M + |\sigma_2|^M + R|\sigma_1 - \sigma_2|^M = (1+R) \sigma_e^M \quad (5)$$

$$\sigma_e = \sigma_0 \quad \text{일때 항복}$$

여기서 R 은 소성변형비, σ_0 는 압연방향의 일축항복응력이다. 이때 항복식지수 M 은 bcc에서는 6, fcc에서는 8로 근사할 수 있다고 보고되었다.⁽⁶⁾

<M-K이론>

굽힘변형으로 인한 변형률구배가 생길 경우에 M-K이론으로 성형한계도를 계산하는 방법을 소개한다.

$e_2 < 0$ 인 영역의 성형한계도

그림 2-a에서 보듯이 $e_2 < 0$ 인 영역에서는 결합(국부neck)이 X_1 축과 ϕ 각을 이룬다. 결합에 수직하고 평행한 X_1' , X_2' 방향의 응력성분은 방향여현을 이용하여 X_1 과 X_2 방향의 응력으로 표현할 수 있다.

$$\sigma_{11}' = \sigma_1 l_1^2 + \sigma_2 l_2^2, \quad \sigma_{22}' = \sigma_1 l_2^2 + \sigma_2 l_1^2, \quad \sigma_{12}' = (\sigma_2 - \sigma_1) l_1 l_2 \quad (6)$$

여기서 $l_1 = \cos \phi$, $l_2 = \sin \phi$ 이다.

균일영역a와 결합영역 b사이의 평형조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^a\sigma_{11}'/{}^a t &= {}^b\sigma_{11}'/{}^b t & \text{또는} & \quad {}^a\sigma_{11}' = f {}^b\sigma_{11}' \\ {}^a\sigma_{12}'/{}^a t &= {}^b\sigma_{12}'/{}^b t & \text{또는} & \quad {}^a\sigma_{12}' = f {}^b\sigma_{12}' \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $f = {}^b t / {}^a t = f_0 \exp({}^b \varepsilon_3 - {}^a \varepsilon_3)$, 초기두께결합 f_0 는 ${}^b t_0 / {}^a t_0$ 이고 t 는 두께, 아래첨자 0은 처음상태, 왼쪽의 윗첨자 a, b는 균일영역과 결합영역을 표시한다.

또한 변형동안 X_2' 방향으로의 변형률증분이 같아야하므로 아래와 같은 적합조건이 성립한다.

$${}^a d\varepsilon_{22}' = {}^b d\varepsilon_{22}' \quad (8)$$

한편 변형률비가 음일 경우에는 국부네킹시 Hill⁽⁷⁾이 정의한 판재면 내에 길이변화가 없는 방향을 M-K모델의 결합방향(ϕ)으로 취한다. 변형률증분식(부록)과 변형률구배가 고려된 구성방정식[식(4)]을 식(7)과 (8)에 적용하여 긴 유도과정을 거쳐 정리하면 (9-a)을 얻는다.

$$({}^a \varepsilon_e)^n ({}^a \dot{\varepsilon}_e)^m - f ({}^b \varepsilon_e)^n ({}^b \dot{\varepsilon}_e)^m - g {}^a Q_1 ([\kappa^a t / (1 + \kappa^a t / 2)]^{2n} - f [\kappa^b t / (1 + \kappa^b t / 2)]^{2n}) = 0 \quad (9-a)$$

여기서 $g = \bar{c}^n [2 / (1 + R)]^{-1/M} [n / (8 + 4n)]^n$, ${}^a Q_1 = [(1 + R)^{-1} (1 + |\alpha|^M + R |1 - \alpha|^M)]^{1/M}$, κ 는 편치 곡률 (곡률반지름 r 의 역수) 이고 $\alpha = {}^a \sigma_2 / {}^a \sigma_1$ 이다.

$e_2 > 0$ 인 영역의 성형한계도

변형률비가 양일 경우는 Hill⁽⁷⁾의 이론이 성립하지 않는다. 이때는 결합이 그림 2-b와 같이 주응력축에 수직하게 형성된다. 이때의 적합조건은 ${}^a d\varepsilon_2 = {}^b d\varepsilon_2$ 이다. 식(10-a)와 유사한 과정으로 정리하면

$$B_1 ({}^a \varepsilon_e)^n ({}^a \dot{\varepsilon}_e)^m - f A_1 ({}^b \varepsilon_e)^n ({}^b \dot{\varepsilon}_e)^m - g A_1 B_1 ([\kappa^a t / (1 + \kappa^a t / 2)]^{2n} - f [\kappa^b t / (1 + \kappa^b t / 2)]^{2n}) = 0 \quad (9-b)$$

여기서 $A_1 = [1 + |\alpha|^M + R |1 - \alpha|^M]^{1/M}$, $B_1 = [1 + |{}^b \alpha|^M + R |1 - {}^b \alpha|^M]^{1/M}$ 이며

결합영역의 응력비 ${}^b \alpha$ 는 ${}^b \sigma_2 / {}^b \sigma_1$ 이다. 또한 응력비 α 와 변형률비 ρ 의 관계식은 다음과 같다.

$$\rho = d\varepsilon_2 / d\varepsilon_1 = [|\alpha|^M (1 - \alpha) - R |1 - \alpha|^M \alpha] / [\alpha (1 - \alpha + R |1 - \alpha|^M)] \quad (10)$$

식(9-a)과 식(9-b)는 먼저 변형률비 ρ , 초기불안정 인자 f_0 와 ${}^a d\varepsilon_e$ (${}^a \dot{\varepsilon}_e$)를 설정하여 $d\varepsilon_e^b$ (${}^b \dot{\varepsilon}_e$)를 초기 어림값으로 취하고 뉴턴반복법으로 ${}^b d\varepsilon_e$ 를 계산한다. 다음 단계에 이 증분값만큼을 ${}^a \varepsilon_e$, ${}^b \varepsilon_e$ 에 더하여 다시 계산을 반복하는데 최종적으로 한계기준 ${}^a d\varepsilon_e / {}^b d\varepsilon_e < 0.1$ 일 때까지 반복한다. 각 단계에서 결정된 ${}^a \varepsilon_e$ 를 이용해 최대주변형률 ${}^a \varepsilon_1$, 최대단변형률 ${}^a \varepsilon_2$ 를 구하고 이를 공칭변형률로 환산한다. 이와 같은 방법으로 모든 변형경로($-1/2 \leq \rho \leq 1$)에 대해 성형한계점을 얻어 연결하면 완벽한 성형한계도를 얻을 수 있는데 이를 위해 식(9)를 계산할 수 있는 프로그램을 작성하였다.

<전단불안정이론>

M-K모델과는 다른 맥락에서 Bressan과 Williams⁽⁸⁾는 소성유동을 일으키는데 필요한 임계전단응력은 재료의 고유특성이라는 점에 착안하여 전단불안정조건을 사용해 판재의 한계변형률을 예측하였다. 이동녕 등⁽³⁾은 Bressan등이 제안한 전단불안정개념을 이용하

되 Hosford항복식을 이용하고 실험에서 쉽게 측정할 수 있는 평면변형에서의 임계값을 이용하여 FLC를 계산하는식을 유도하였다. 이것의 자세한 유도과정은 참고문헌[3]에 잘 나타나있으며 최종적인 식만을 여기서 소개한다.

전단불안정점에서 최대 주 변형률 ε^*_1 은 다음과 같다.

$$\varepsilon^*_1 = 2^{-1/n} [1 + |\beta|^{-M} + R|1 - \beta^{-1}|^M]^{(nM - n - 1)/nM} [1 + R(1 - \beta^{-1})^{-1}|1 - \beta^{-1}|^M]^{-1} \\ (1 + |\alpha|^M + R|1 - \alpha|^M)^{(1 - nM + n)/nM} [1 + R(1 - \alpha)^{-1}|1 - \alpha|^M]^{1/n} (1 + \rho)^{-1/2n} \varepsilon^*_{1p} \quad (11)$$

이며 여기서 β 는 $1 + R^{1/(1-M)}$ 이다.

식 (11)를 푸는 방법은 재료상수 n , R , M 을 입력자료로 하여 변형률비 ρ 를 $-1/2 \sim 1$ 로 변화시키면서 그에 따른 응력비 α 를 결정한다. 한편 ε^*_{1p} 는 성형한계도상의 평면변형 값이나 평면변형실험으로 알 수 있으므로 모든 변형률비에 대한 한계변형률 ε^*_1 , ε^*_2 을 공칭변형률 e_1 , e_2 로 환산하여 완전한 성형한계도를 얻을 수 있다.

3. 실험결과 및 고찰

성형한계도

표 1에는 실험에 사용된 도금강판들의 기계적성질을 나타내었다. 한편 도금강판의 기계적성질 값을 이용하여 M-K이론의 식(9)과 전단불안정이론의 식(11)로 계산한 성형한계도를 실험으로 구한 성형한계도와 함께 그림3~5에 나타내었다. 실험으로 측정된 변형률은 편의상 3가지로 구분하였는데, 파괴나 명백한 국부네킹의 직접적인 영향을 받은 것은 X표, 비교적 큰 변형률을 보이면서 파괴나 국부네킹으로부터 벗어나 있는 것은 O표로 나타내었고, 실패에 가까운 것은 Δ표로 나타낸 것이다. 그리고 그림에 식(9)로 계산한 성형한계도를 일점쇄선, 식(11)로 계산한 성형한계도를 점선으로 표시하였다. 그림에 표기된 M 은 항복식의 지수, f_0 는 M-K이론의 초기불안정인자, t_0 는 초기두께, r 는 편차반경을 나타내고 ε^*_{1p} ⁽³⁾는 평면변형에서의 최대주변형률을 나타낸다. 또한 전단불안정이론에서 ε^*_{1p} 는 평면변형실험으로 얻을 수 있는 값이지만 M-K이론에서의 f_0 는 측정하기 곤란한 값이다. 그러므로 ε^*_{1p} 와 f_0 는 평면변형상태에서의 성형한계 수준과 일치되도록 값을 정하였다.

참고문헌 [9]에서 나타난 무도금강판과 이 연구에서의 아연도금강판들의 성형한계도를 비교하여 볼때 뚜렷한 성형성의 차이를 관찰할 수 없었다. 성형한계도상의 각각의 측정값은 특정 윤활조건과 변형상태에 따른 값인데 측정값이 어느정도의 분산폭을 나타내고 있으며 이 연구에 사용된 아연도금강판들의 도금층의 두께는 기지금속에 비하여 매우 얇으므로 도금층이 재료전체의 성형성에 미치는 영향은 미미할것으로 생각된다. 그러나 성형성에 도금층의 영향이 전혀 없다고는 볼 수 없다. 도금층의 두께, 종류, 표면거칠기, 도금층과 기지금속사이의 금속간화합물과 같은변수들이 성형시 복합적인 작용을 하여 성형성을 결정하게 된다.

권재욱등⁽⁹⁾은 전단불안정이론으로 저탄소강판의 성형한계도를 계산한 결과 항복식의 지수 M 이 6인 경우 실험치와 잘 일치함을 확인하였는데 이 연구에 사용된 아연도금강판들의 경우에서도 M 이 6일 경우 일치도가 매우 좋았다. 한편 M-K이론으로 계산된 결과

에서는 M이 8일 경우 실험치와 잘 일치하는데 이는 항복식이 두 이론에 미치는 정도차이다. 그림 6에는 항복식지수 M이 6과 8일 경우에 항복곡면을 나타내었는데 항복곡면상에서 미소한 곡률에 차이를 보인다. 이 곡률의 변화가 성형한계에 주는 영향은 그림 3을 보면 잘 나타난다. 그림3에서 보면 항복식의 지수 M이 커짐으로서 $e_2 < 0$ 영역의 한계변형률의 수준은 거의 변화가 없는 반면 $e_2 > 0$ 영역에서 한계변형률은 두 이론에서 모두 크게 감소한다. 이로서 항복곡면의 곡률은 $e_2 > 0$ 영역에서 한계변형률을 지배하는 중요한 인자임을 알 수 있다. 그러므로 재료거동을 정확히 표현할 수 있는 항복식의 지수 M의 결정은 매우 중요한데 Hosford⁽¹⁰⁾는 bcc에서는 6~8, fcc에서는 8~10이라고 보고하였다. 한편 Barlat⁽¹¹⁾은 항복곡선상에서 결정되는 인자 $P(= \sigma_p / \sigma_b)$ 가 성형한계와 밀접한 관계가 있다고 보고하였다. 여기서 σ_p 는 평면변형에서의 항복응력, σ_b 는 등이축인장시의 항복응력이다.

일반적으로 재료의 두께가 두꺼워질수록 성형한계가 상승하는데 그 이유는 두꺼운 시편의 경우에는 넓은 국부수축이 형성되어 많은 요소가 임계변형수준에 도달해야 파괴가 발생하나 대단히 얇은 시편에서는 좁은 국부수축이 생기고 하나의 요소가 임계변형을 초과해도 파괴에 이르게 되기 때문⁽¹²⁾이다. 그림 7은 재료의 모든 상수와 기계적인 성질을 같게 하고 두께만을 .8mm와 2.0mm로 달리하여 식(9)를 이용해 계산한 성형한계도를 평면신장의 경우 계산한 성형한계도와 함께 나타내었다. 평면신장경우의 성형한계도는 식(9-a)와 식(9-b)에 g 를 0으로 하면 얻을 수 있다. 두꺼울수록 성형한계가 상승함을 보이는데 이는 위의 설명을 잘 반영해주고 있다. 성형한계의 최소점이 평면변형에서 오른쪽으로 벗어나고 있는데 이는 편치신장시 굽힘변형으로 인해 재료의 두께방향으로 변형률구배가 생기기 때문이며 두께가 두꺼워질수록 평면변형에서 더 벗어난다. 평면신장시에는 변형률구배를 무시하므로 평면변형에서의 성형한계가 성형한계 최소점이 된다. 그림에서 보면 평면신장에 비해 편치신장으로 얻은 한계변형률이 더 크게 나타나는데 이는 평면신장의 경우 어느 특정한 불균일 위치에 변형이 집중되어 성형한계에 이르는데 반해, 편치신장에서는 편치와 판재의 마찰로 인해 변형의 진행과 함께 변형률 피크가 편치정점으로부터 바깥쪽으로 이동하므로 전체적으로 한계변형률이 증가하기 때문이다.

4. 결 론

아연도강판들을 지름 50mm 반구형 편치로 신장성형하여 성형한계도를 측정하고 전단불안정 예측모델과 변형률 구배를 고려한 초기결함모델로 계산한 성형한계도와 비교한 결과, 전단불안정 예측모델로 계산한 성형한계도의 항복식지수(M)가 6일 경우에 도금강판의 실험 성형한계도와 잘 일치하였다. 그러나 변형률 구배를 고려하여 M-K결함모델로 계산한 성형한계도에서는 M=8일때 실험값과 잘 일치하였다.

후 기

본 연구는 1992년도 포항종합제철주식회사의 연구비지원으로 수행되었다.

참 고 문 헌

1. 전기찬 : 박판금속의 성형, 반도출판사, 서울 (1993) 250
2. Z. Marciniak and K. Kuczynski : Int. J. Mech. Sci., 9 (1967) 609

3. D. N. Lee and Y. G. Kim : *Forming Limit Diagrams : Concepts, Methods and Applications*, R. H. Wagoner, K. S. Chan and S. P. Keeler(eds), TMS (1989) 37
4. M. F. Shi and J. C. Gerdeen : *J. Mater. Shaping Technology.*, 9 (1991) 253
5. W. F. Hosford : *J. Appl. Mech.*, 39 (1972) 607
6. D. N. Lee and Y. G. Kim : *J. Mater. Sci.*, 23 (1988) 558
7. R. Hill : *J. Mech. Phys. Sol.*, 19 (1952) 19
8. J. D. Bressan and J. A. Williams : *Int. J. Mech. Sci.*, 25 (1983) 155
9. 권재욱, 정재환, 이동녕 : *대한금속학회지*, 29 (1991) 126
10. W. F. Hosford : *Proc. 7th NAMRC, Dearborn, MI, May, (1979) 191*
11. F. Barlat and J. Lian : *Int. J. Plasticity.*, 5 (1989) 51
12. S. P. Keeler: *Advance in deformation processing*, Plenum Press, N. Y. (1977) 127

부 록

<구성방정식>

판재가 굽힘변형과 신장변형을 받을때 단면의 임의 위치에서의 응력 σ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma = \sigma_{aver} + \sigma_{bend} \quad (A1)$$

여기서 σ_{aver} 는 단면의 평균응력이고 σ_{bend} 는 굽힘변형으로 인한 응력이다. 이를 유효응력 성분으로 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\sigma_{e,aver} = [Q_{aver}/Q_1] \sigma_e - [Q_{aver}/Q_{bend}] \sigma_{e,bend} \quad (A2)$$

이때 굽힘변형으로 인한 유효응력 $\sigma_{e,bend}$ 을 $K\varepsilon_{bend}^n$ 로 가정하고 긴 유도과정을 거치면 굽힘변형률 ε_{bend} 는 다음과 같이 근사 할 수 있다.

$$\varepsilon_{bend} \approx \{n/(8+4n)\}(t/r_m)^2 \quad (A3)$$

또한 식(A2)의 Q_{bend} , Q_1 는 식(5)으로부터 유도될 수 있는 값으로 아래와 같다.

$$Q_{bend} = [2/(1+R)]^{1/M}, \quad Q_1 = \sigma_e/\sigma_1 \quad (A4)$$

<변형률증분>

조합유동법칙 $d\varepsilon_{ij} = d\lambda \partial F / \partial \sigma_{ij}$ 을 사용해 식(5)를 풀면 변형률증분은 다음과 같다.

$$d\varepsilon_1 = d\lambda M [|\sigma_1|^M / \sigma_1 + R |\sigma_1 - \sigma_2|^M / (\sigma_1 - \sigma_2)], \quad d\varepsilon_2 = d\lambda M [|\sigma_2|^M / \sigma_2 - R |\sigma_1 - \sigma_2|^M / (\sigma_1 - \sigma_2)],$$

$$d\varepsilon_3 = -d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2, \quad d\varepsilon_e = d\lambda M(1+R) \sigma_e^{M-1} \quad (A5)$$

여기서 $d\lambda$ 는 양의 비례상수이다. 또한 $d\varepsilon_1$, $d\varepsilon_2$, $d\varepsilon_3$ 은 1, 2, 3방향의 변형률증분이며 $d\varepsilon_e$ 는 유효변형률 증분이다.

Table 1. Tensile properties of galvanized deep drawing quality steel sheets.

Sheet & Coating wt. (g/m ²)	Sheet thickness (mm)	Angle to R. D. (Degree)	Yield Strength (MPa)	Tensile Strength (MPa)	ϵ_u (%)	ϵ_t (%)	n	m	R
A : Zn (20.0)	0.8	0	151.0	272.7	24.9	51.2	0.247	0.0177	1.75
		45	160.3	272.7	27.1	52.4	0.239	0.0200	1.26
		90	155.8	272.7	24.4	48.7	0.223	0.0217	1.93
		X	156.9	272.7	25.9	51.2	0.237	0.0199	1.55
B:Zn-Ni (32.5)	0.81	0	170.8	303.5	24.2	48.3	0.239	0.0171	1.66
		45	182.4	309.9	23.6	48.8	0.236	0.0155	1.42
		90	172.3	300.8	24.8	51.1	0.242	0.0177	1.97
		X	177.0	306.0	23.9	49.3	0.238	0.0165	1.62
C:Zn-Fe (38.5)	0.71	0	156.6	282.4	25.0	50.5	0.238	0.0181	2.05
		45	177.2	297.9	24.1	48.3	0.226	0.0181	1.98
		90	167.7	284.9	24.1	48.8	0.231	0.0198	1.94
		X	169.7	290.8	24.3	49.0	0.230	0.0185	1.99

ϵ_u and ϵ_t : Engineering uniform elongation and total elongation
 R. D. : Rolling direction ; R : Plastic strain ratio ; X : Average value
 n : Strain hardening exponent ; m : Strain rate sensitivity

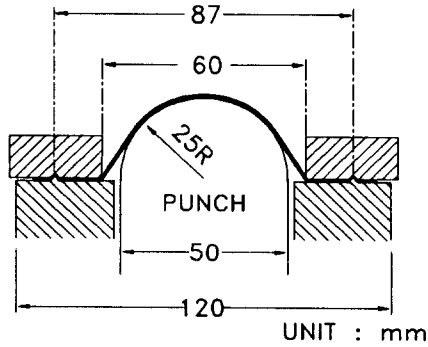


Fig.1. The punch-die set for stretch - forming.

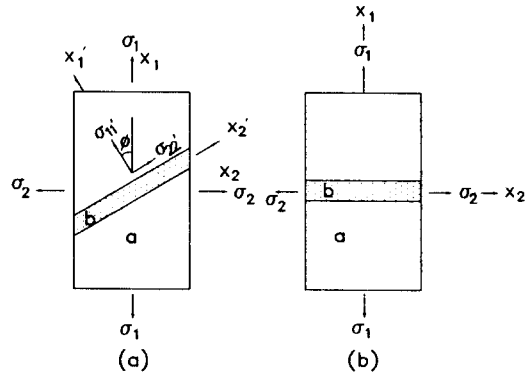


Fig. 2. Coordination for a local neck.
 (a) $\epsilon_2 < 0$ (b) $\epsilon_2 > 0$

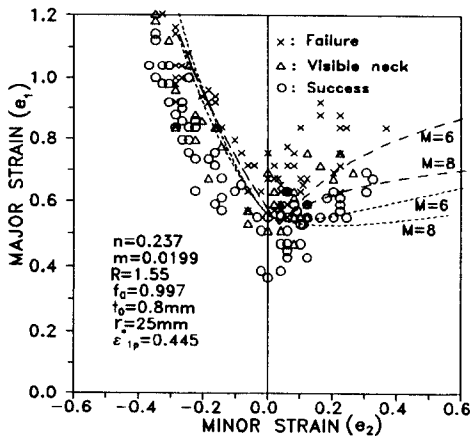


Fig. 3. FLD for galvanized steel sheet A.
 (- -) : Calculated by the M-K method.
 (---) : Calculated by the shear instability criterion.

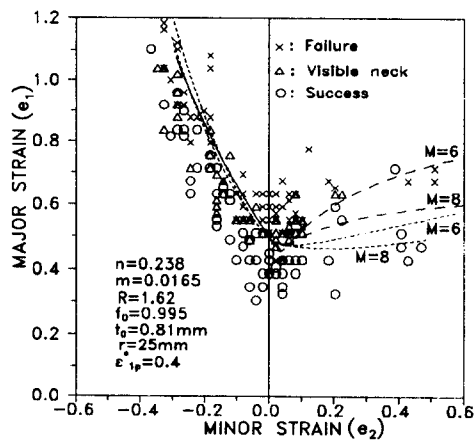


Fig. 4. FLD for galvanized steel sheet B.
 (- -) : Calculated by the M-K method.
 (---) : Calculated by the shear instability criterion.

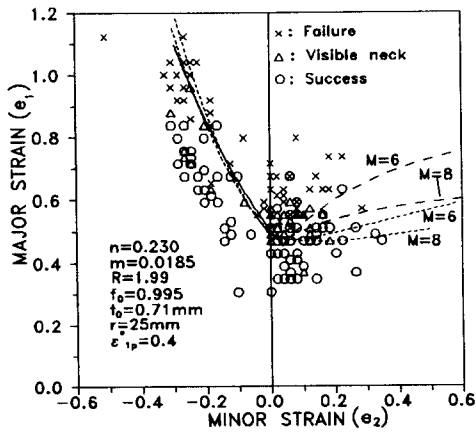


Fig. 5. FLD for galvanized steel sheet C.
 (---) : Calculated by the M-K method.
 (—) : Calculated by the shear instability criterion.

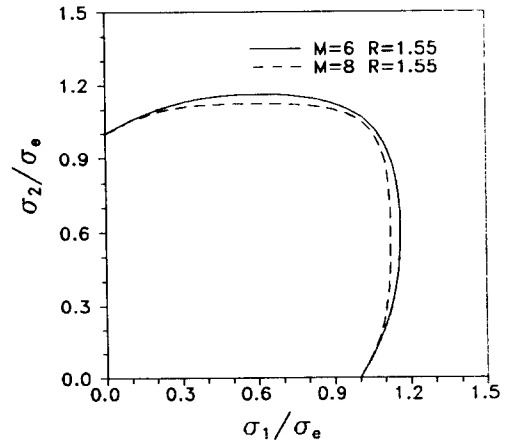


Fig. 6. The yield loci in the 1st quadrant ($\sigma_1, \sigma_2 > 0$) of planar isotropic Hosford's yield function for $M=6, 8$.

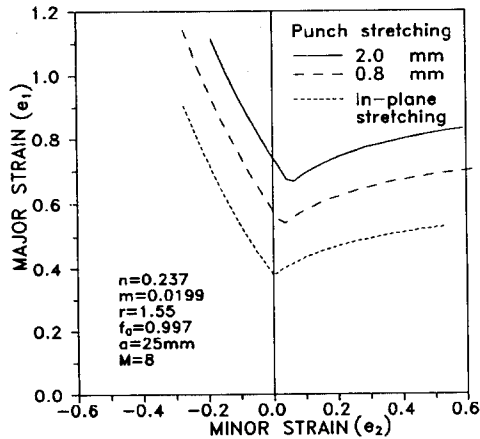


Fig. 7. Effect of sheet thickness(t_0) on FLCs. FLCs measured and calculated by setting $t_0=0.8, 2.0\text{mm}$ in Eq(10).