

# 상계법에 의한 스퍼어 기어의 밀폐단조에 관한 연구

최재찬, 허관도\*, 김창호, 최영

부산대학교 기계설계공학과, \*동의대학교 기계설계학과

A Study on Closed-Die Forging of Spur Gears by Upper Bound Method

J. C. Choi, K. D. Hur\*, C. H. Kim, Y. Choi

Dept. of Mechanical Design Engineering, Pusan National University

\*Dept. of Mechanical Design, Donggeui University

## ABSTRACT

For theoretical estimate of closed-die forging pressure, upper-bound method is applied to the involute tooth profile. In the analysis, the deformation regions have been divided into several zones. A constant frictional stress has been assumed on the contacting surfaces. Utilizing the formulated velocity fields, numerical calculations have been carried out to investigate the effects of various parameters, such as module, number of teeth and friction factor, on the forging of spur gears. Very close agreement was found between the predicted values of forging load and those obtained from experimental results.

Key Words : Closed-Die Forging(밀폐단조), Upper-Bound Method(상계법),  
Velocity Field(속도장)

## 1. 서론

기어는 용도가 대단히 많고 종류가 다양한 기계부품 중의 하나이다. 정밀도를 요하는 제품은 현재 절삭가공된 기어가 많이 사용되고 있다. 그러나 소성가공에 의해 성형된 기어는 절삭가공에 의해 성형된 기어에 비하여 재료 및 비용절감과 강도 증가 등을 기대 할 수 있으므로, 최근 기어 제조에서 생산성을 높이는 방법으로 소성가공에 의한 기어의 성형법에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다<sup>1-6)</sup>. 그런데 기어의 냉간 단조 금형은 온간단조 및 열간단조의 경우보다 가혹한 하중조건에서 사용됨으로 금형의 손상이 우려된다. 그러므로 금형설계시 단조하중과 압력을 예측하는 것이 매우 중요하다. 단조하중과 압력을 구하는 해석법으로는 슬래브법, 상·하계법, 유한요소법 등이 있으며, 이중 상계해법은 실제의 하중보다 적어도 같거나 큰 해를 예측하므로 금형설계시 실용적 측면에서 매우 유용한 방법이다. 본 연구자들은 스퍼어 기어의 단조에 관하여 일련의 연구를 수행하고 있다. 본 논문에서는 기초원에서 이뿌리원까지 반경방향 직선필렛과 인벌류트 치형에 대한 동적가용속도장, 기초원상의 인벌류트 곡선과 이뿌리원에 접하는 원호 필렛을 고려한 인벌류트 치형에 대한 동적가용속도장에 의한 상계해를 구하여 가공물의 높이 변화에 대응하는 단조하중 및 가공물의 높이 변화율에 대응하는 상대압력을 비교 평가하고자 한다. 그리고 수치계산된 결과와 실험한 결과를 비교 검토 하고자 한다.

## 2. 이론해석

Fig. 1은 스피어 기어의 밀폐단조에 관한 개략도를 나타낸 것이다. Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)는 각각 필렛부의 형상이 서로 다른 인벌류트 스피어 기어의 변형영역을 나타낸 것이다. 사용된 좌표계는 중심 O의  $r, \theta, z$  원주 좌표계이며, 여기서 반경  $r_m$ 은 에너지 소비율이 최소로되는 위치이다.

이론해석을 위해 다음을 가정한다.

- 1) 스피어 기어 단조에 사용되는 금형은 단조제품의 이끝원 보다 조금 더 깊게 가공되어 있으며, 그 틈새는 아주 작은 것으로 생각한다.
- 2) 단조될 재료는 등방성, 비압축성이고, Mises의 유동법칙을 따른다.
- 3) 재료 유동시의 자유면의 형상은 O를 중심으로 하는 원호이다.
- 4) 가공물과 공구사이의 접촉면에서 마찰은 일정하다.
- 5) 초기소재의 직경은 이뿌리원 직경과 같다.

### 2-1 동적가용속도장

Fig. 2(a)와 같이 필렛부가 반경방향의 직선인 인벌류트치형<sup>[9]</sup>에 대하여 에너지 소비율이 최소로되는 반경  $r_m$ 을 고려한 속도장을 제시한다. Fig. 2(b)와 같이 가정된 변형영역에 대한 동적 가용 속도장은 본 연구자들에 의하여 발표된 논문<sup>[10]</sup>에 제시되어 있다.

본 논문의 모든 변형영역에서  $z$ 축 방향 속도성분은  $z$ 에 선형적으로 비례한다고 가정한다.

$$U_z = - \frac{uz}{t} \quad (1)$$

- 1) I 영역 속도장 ( $0 \leq \theta \leq \alpha, 0 \leq r \leq r_m$ )

$$U_r = \frac{ur}{2t} \quad (2)$$

$$U_\theta = 0 \quad (3)$$

- 2) II 영역 속도장 ( $0 \leq \theta \leq \theta_1, r_m \leq r \leq r_\pi$ )

$$U_r = \frac{u}{2t} \left\{ r - \frac{r_\pi(r-r_m)^2}{(r_\pi-r_m)^2} \right\} \quad (4)$$

$$U_\theta = \frac{u}{2t} \frac{r_\pi(3r^2 - 4rr_m + r_m^2)\theta}{(r_\pi-r_m)^2} \quad (5)$$

- 3) III 영역 속도장 ( $\theta_1 \leq \theta \leq \alpha, r_m \leq r \leq r_\pi$ )

$$U_r = \frac{u}{2t} \left[ r + \frac{r_\pi(r-r_m)^2}{2(r_\pi-r_m)^2} \frac{\theta_1}{\alpha-\theta_1} \right] \quad (6)$$

$$U_\theta = \frac{u}{2t} \frac{r_\pi(3r^2 - 4rr_m + r_m^2)}{(r_\pi-r_m)^2} \frac{\alpha-\theta}{\alpha-\theta_1} \quad (7)$$

4) IV 영역 속도장 (  $\theta_1 \leq \theta \leq \alpha$  ,  $r_{\pi} \leq r \leq r_b$  )

$$U_r = \frac{u}{2t} \left( r + \frac{\theta_1}{\alpha - \theta_1} \frac{r r_{\pi}^2}{r} \right) \quad (8)$$

$$U_{\theta} = 0 \quad (9)$$

4) V 영역 속도장 (  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta(t)$  ,  $r_{\pi} \leq r \leq r_{inv}(\theta)$  )

$$U_r = \frac{u}{2t} \left( r + \frac{\theta_1}{\alpha - \theta_1} \frac{r r_{\pi}^2}{r} \right) \quad (10)$$

$$U_{\theta} = \frac{u}{2t} \left( \frac{r^2}{r_b} + \frac{\theta_1}{\alpha - \theta_1} \frac{r r_{\pi}^2}{r_b} \right) \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r} \quad (11)$$

5) VI 영역 속도장 (  $\theta(t) \leq \theta \leq \alpha$  ,  $r_b \leq r \leq r_s(t)$  )

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{1}{\alpha - \theta(t)} \frac{u}{2t} \frac{\sqrt{(r^2 - r_b^2)^3}}{3rr_b} + \frac{u r r_{\pi}^2}{2tr} \frac{\theta_1}{\alpha - \theta_1} \quad (12)$$

$$+ \frac{u r r_{\pi}^2}{2tr_b} \frac{\theta_1}{\alpha^2 - (\theta_1 + \theta(t))\alpha + \theta_1\theta(t)} \left\{ \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r} - \frac{r_b}{r} \tan^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} \right\}$$

$$U_{\theta} = \frac{u}{2t} \left( \frac{r^2}{r_b} + \frac{\theta_1}{\alpha - \theta_1} \frac{r r_{\pi}^2}{r_b} \right) \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r} \frac{\theta - \alpha}{\theta(t) - \alpha} \quad (13)$$

## 2-2 상계해

위에서 제시된 속도장과 Fig.2(b)에 대한 속도장에 의하여 에너지 소비율은 수치적으로 계산된다. 내부에너지 소비율, 전단에너지 소비율 및 마찰에너지 소비율은 각각 다음과 같이 구했다.

$$\dot{E}_{p,i} = \int_V \sigma_o \dot{\epsilon}_i dV \quad (14)$$

$$\dot{E}_S = \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}} \int_S |\Delta V| dS \quad (15)$$

$$\dot{E}_f = \frac{m \sigma_o}{\sqrt{3}} \int_{A_f} |\Delta V| dA_f \quad (16)$$

그리고 스피어 기어의 반피치에 대해 에너지 소비율의 총합은 다음과 같다.

$$\dot{E}_t = \Sigma \dot{E}_p + \Sigma \dot{E}_S + \Sigma \dot{E}_f \quad (17)$$

## 3. 실험

황삭용 전극과 정삭용 전극을 가공하여 스피어 기어 단조용 다이를 방전가공 하였고, 방전가공된 다이는 유동성 점토를 이용하여 호우닝기에서 랩핑가공 하였다. 가공된 다이의 모듈은 2.0, 잇수는 15, 전위계수는 0.3이다. 실험에 사용된 소재는 상용의 Al-2024 이고, 415℃에서 3hr 유지한 후 18hr 동안 노냉하여 완전 풀림 열처리를 하고, 윤활처리를 하였다. 윤활처리는 1.탈지, 2.수세, 3.에칭, 4.수세, 5.산세, 6.수세, 7.탕세, 8.피막, 9.수세, 10.중화, 11.윤활, 12.건조의 순서로 시행 하였다.

실험에 사용된 프레스는 300 ton 유압 프레스이고, X-Y 기록계를 이용하여 프레스 램 스트로크와 가압력을 기록 하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

본 논문에서는 스피어 기어의 압력각을  $20^\circ$ , 치높이를 2.25M, 초기소재의 높이를 13mm로 하여 가공물의 높이변화, 기어 잇수 및 마찰상수 등의 변화에 대하여 상대압력 및 단조하중을 계산했다. 스피어 기어의 잇수가 15, 22, 30 일때 각각의 전위계수를 0.3, 0.04, 0 으로 하였다. 전위계수는 이끝 두께 한계와 치형으로서의 조건을 잃지 않도록 상·하한을 구하여, 하한에 근접한 값을 이용했다.

Fig. 3(a)와 Fig.3(b) 는 각각 반경방향의 직선필렛과 원호필렛이 있는 인벌류트치형에 대하여 마찰상수가 0.1 일때, 가공물의 높이 변화율에 대한 에너지 소비율이 최소로 되는 반경위치  $r_m$  을 이뿌리원의 반경  $r_n$  과의 비율로 구한 결과이다. Fig.3(a)에서 잇수가 15, 22일때는 가공물의 높이 감소율과 모듈 변화에 관계없이 일정한 값을 가진다. 그러나 잇수가 30일때는 각각의 모듈에 대하여  $r_m/r_n$  값이 서로 다르고, 모듈이 클 수록  $r_m/r_n$  값이 작은 경향을 보인다. 그리고 잇수가 적은 경우보다 잇수가 많은 경우에  $r_m/r_n$  값이 더 크다. 이것은 잇수가 적을 때보다 잇수가 많을때 Fig.2(a)에서 영역 II, III 이 차지하는 비율이 작다는 것을 의미한다. Fig.3(b)에서는 가공물의 높이가 어느정도 감소된 후에  $r_m/r_n$  값이 거의 일정한 값을 가지며, 잇수가 22일때는 모듈 4의  $r_m/r_n$  값이 작은 경향을 보이나, 그 차이는 크지않다. 그리고 거의 일정한  $r_m/r_n$  값을 갖는 범위에서는 Fig. 3(a)와 같은 경향으로 잇수가 적은 경우보다 잇수가 많은 경우에  $r_m/r_n$  값이 더 크다. 이것은 잇수가 적을 때보다 잇수가 많을때 Fig.2(b)에서 영역 II, III, IV 가 차지하는 비율이 작다는 것을 의미한다. 이와같이 얻어지는  $r_m$  값을 해석에 적용했다.

Fig. 4, Fig. 5 및 Fig.6은 Fig.2(a)의 속도장에 의한 것을 경우1, Fig.2(b)의 속도장에 의한 것을 경우2로 하여, 마찰상수 0.1과 0.3일때 가공물의 높이 감소율에 대한 상대압력을 나타낸 것이다. 경우1은 상대압력이 초기부터 거의 일정한 값으로 유지되다가 단조 최종단계에 접근되면 상승하는 경향을 보이고, 경우2는 초기에 작은 상대압력에서 출발하여 높이 감소율 증가에따라 상승한 후 거의 일정한 상태로 유지되다가 단조 최종단계에 접근되면 다시 상승하는 경향을 나타낸다. 초기에 경우1과 경우2의 상대압력의 차이는 Fig.3의 결과와 관련된 것으로 생각된다. 즉 경우2에 대해서는 잇수에 따라서 그정도의 차이는 있지만, 초기에 높이 감소율이 증가하면  $r_m/r_n$  이 큰 값에서 작은 값으로 급격히 감소하는 결과를 보인다. 이와같은 결과와 관련되어 경우2의 상대압력이 단조 실시 순간에는 작은 값을 가지나 초기의 높이 감소율 일정구간동안 상대압력이 상승 된 것으로 생각된다. 경우1에 대해서는 초기에  $r_m/r_n$  값이 경우2와같은 변화가 없고, 또 각각의 잇수에서 경우2보다 작은 값을 가지므로 초기의 상대압력이 경우2보다 큰 것으로 생각된다. 전반적으로 잇수가 증가하면 경우1과 경우2의 상대압력의 차이가 커지는 경향을 나타낸다. Fig.7은 실험한 결과와 두가지의 경우로 상세해석 한 결과를 비교한 것으로, 실험에 사용된 Al -2024의 초기 높이는 13mm이다. 그리고 압축시험에 의하여 계산된 유동응력  $\bar{\sigma} = 293.853 \bar{\epsilon}^{0.2438}$  MPa 과 가공물의 높이 변화에 대한 대수변형율을 유효변형율로 적용하여 마찰상수 0.1일때 스피어 기어의 단조하중을 계산한 것이다. 해석된 결과는 실험된 결과보다 다소 높게 평가되었으며, 경우1보다 경우2가 조금 더 높다. 최종상태에서 실험의  $\Delta t$ 가 약 0.3mm 큰 것은 다이

의 치 높이가 해석에 적용된 치 높이보다 조금 크고, 다이와 펀치사이, 다이와 이젝트 사이로 미소한 플래시 발생등의 영향으로 생각된다. 그러나 해석으로 구한 하중과 실험으로 얻은 하중은 그 차이가 근소하다.

Fig.8은 잇수 15, 모듈 2.0, 전위계수 0.3의 스피어 기어를 유압프레스에서 냉간단조한 것이다. (a)는 13mm의 초기소재, (b)는  $\Delta t$  1.7mm, (c)는  $\Delta t$  2.7mm, (d)는  $\Delta t$  3.7mm, (e)는  $\Delta t$  4.0mm, (f)는 (e)의 상·하면을 사포로 처리한 것이다.

## 5. 결 론

중실 원통형 소재를 이용하여 인벌류트 스피어 기어를 밀폐단조 할 때, 동적가용속도장에 의한 상계해와 실험한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 해석에서 에너지 최소를 만족하는 변수  $r_m$  은 기어의 잇수가 많을 수록 크다.
- (2) 기초원에서 이뿌리원까지를 반경방향의 직선으로 한 것의 상대압력이 기초원에서 이뿌리원사이를 원호로 한 것의 상대압력보다 높다.
- (3) 잇수 15, 모듈 2.0, 전위계수 0.3인 스피어 기어를 냉간단조 할때 해석으로 구한 하중과 실험으로 얻은 하중은 큰 차이가 없다.

## 참고문헌

- (1) S.K.Samanta, "Helical Gear:A Novel Method of Manufacturing It", NAMRC, (1976), pp.199~205.
- (2) F.Dohmann and O.Traudt, "Metal Flow and Tool Stress in Cold Forging of Gear Components", Advanced Technology of Plasticity, Vol.II, pp.1081~ 1089.
- (3) A.R.O.Abdul-Rahman and T.A.Dean, "The Quality of Hot Forged Spur Gear Forms.partI : Mechanical and Metallurgical Properties", Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol.21, No.2, (1981), pp.109~127.
- (4) S.Fujikawa, H.Yoshioka and S.Shimamura, "Cold- and Warm- Forging Applications in the Automative Industry", Journal of Materials Processing Technology, 35, (1992), pp 317~342.
- (5) I.Moriguchi, "Cold Forging of Gear and Other Complex Shapes", Journal of Materials Processing Technology, 35, (1992), pp 439~450.
- (6) O.P.Grover and B.L.Juneja, "Analysis of Closed-Die Forging of Gear-Like Elements", Advanced Technology of Plasticity", Vol.II, (1984), pp.888~893.
- (7) N.A.Abdul and T.A.Dean, "An Analysis of the Forging of Spur Gear Forms", Int.J.Mach.Tool Des.Res., Vol.26, No.2, (1986), pp.113~123.
- (8) K.Kondo and K.Ohga, "Development of Precision Cold Die Forging Process Utilizing Divided Flow", J.of the JSTP Vol.27, No.300, (1986), pp.121~131.
- (9) 최재찬, 허관도, 김창호, 최 영, "인벌류트 스피어 기어의 밀폐단조에 관한 상계 해석", 한국소성가공학회지, Vol.2, No.4, (1993), pp.22~37.
- (10) 최재찬, 허관도, 김창호, 최 영, "원호필렛-인벌류트 스피어 기어의 밀폐단조에 관한 상계해석", 한국소성가공학회지, Vol.3, No.1, (1994), pp.97~109.

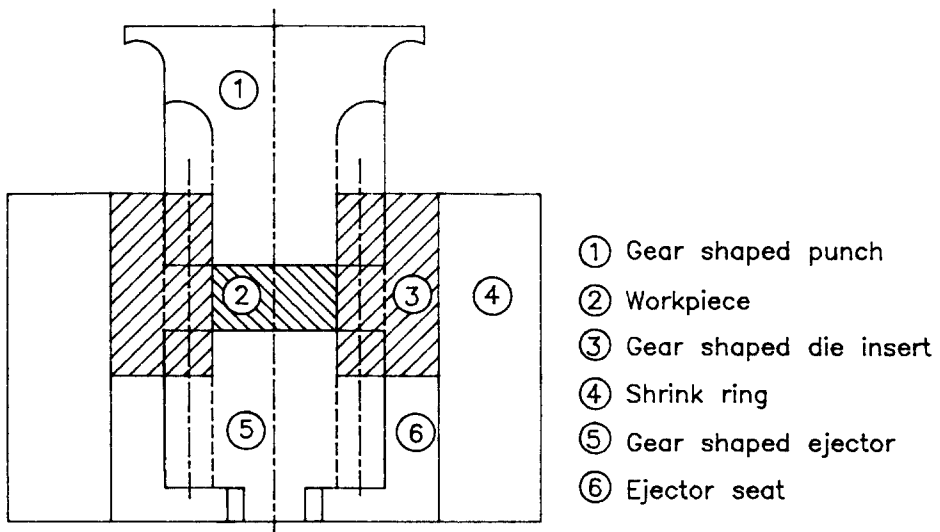


Fig.1 Schematic drawing of die sets for spur gear forging.

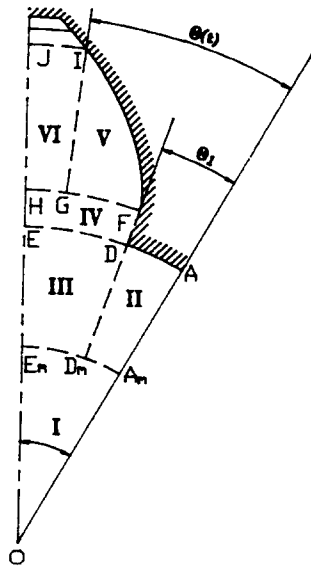


Fig.2(a) Assumed deformation regions of straight fillet involute tooth profile.

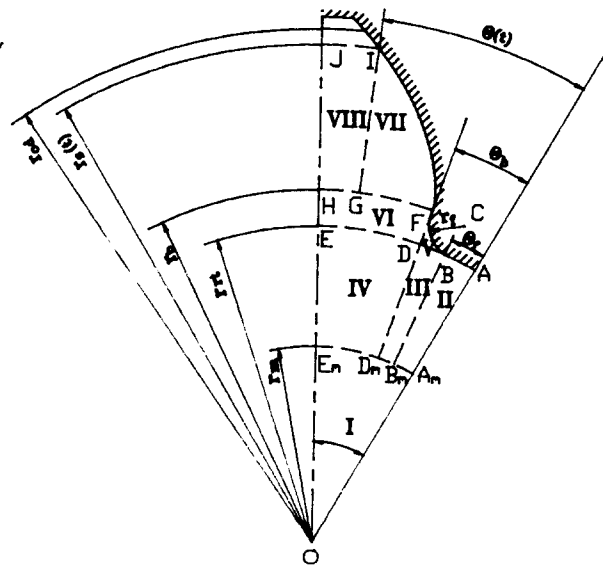


Fig.2(b) Assumed deformation regions of circular arc fillet involute tooth profile.

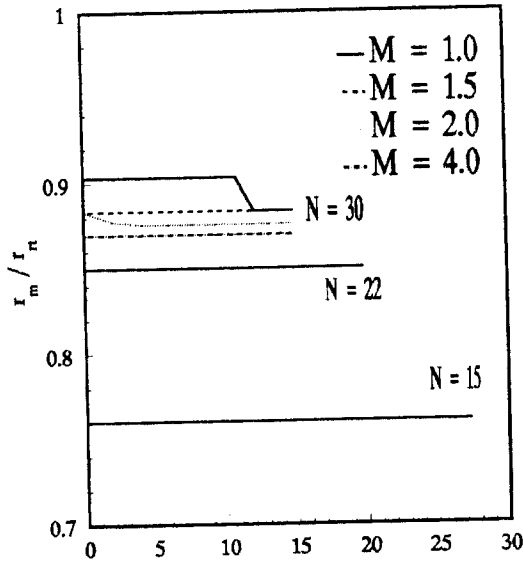


Fig. 3(a) Variation of the fractional radius with respect to reduction in height.

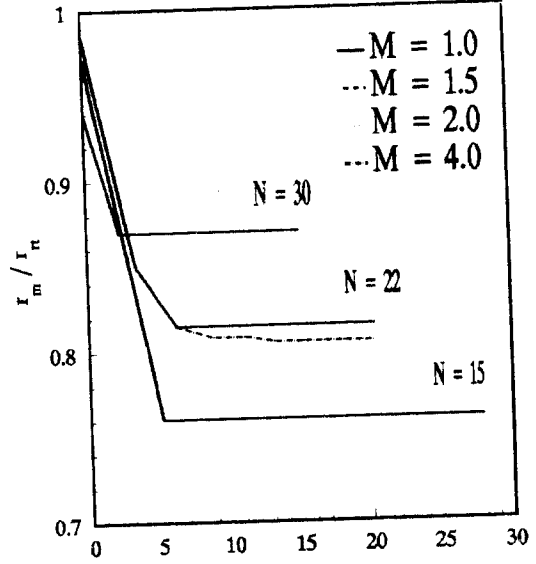


Fig. 3(b) Variation of the fractional radius with respect to reduction in height.

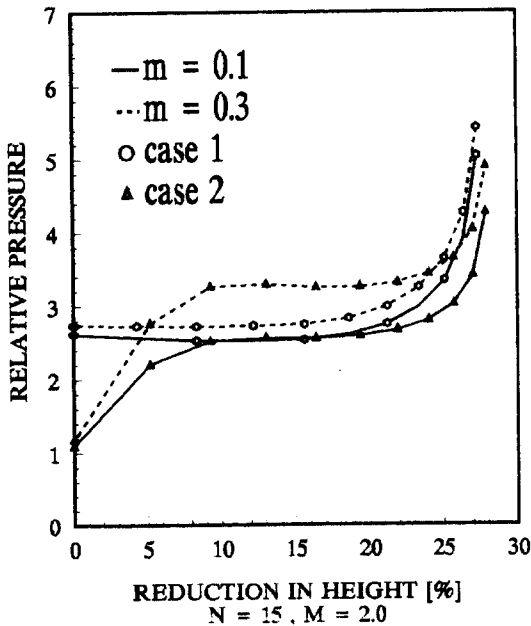


Fig. 4 Variation of the relative pressure with respect to reduction in height. ( $N=15$ )

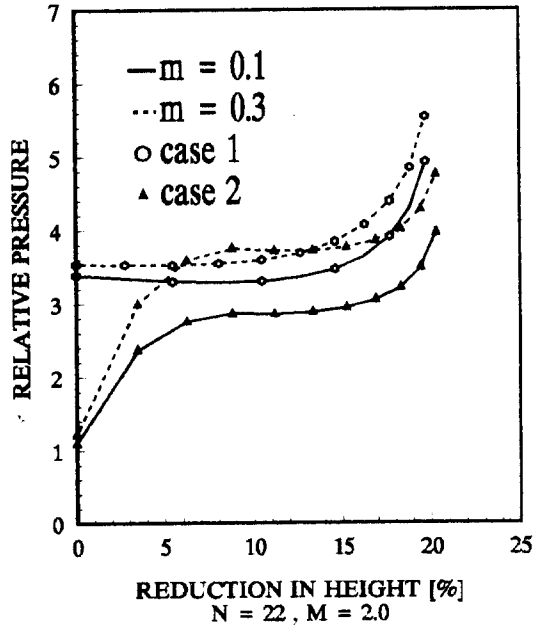


Fig. 5 Variation of the relative pressure with respect to reduction in height. ( $N=22$ )

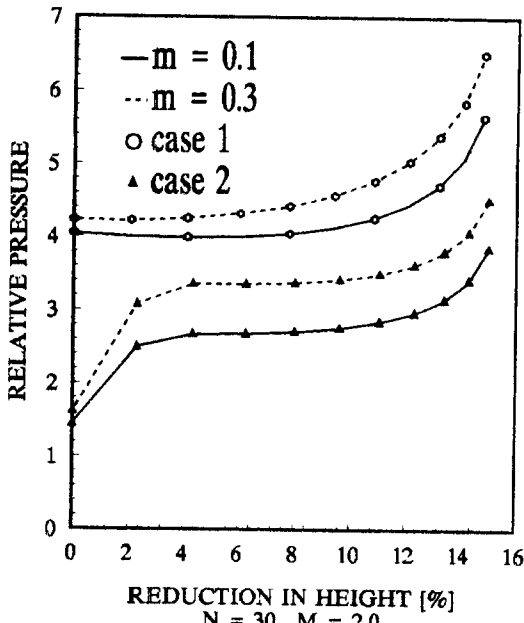


Fig.6 Variation of the relative pressure with respect to reduction in height. ( $N=30$ )

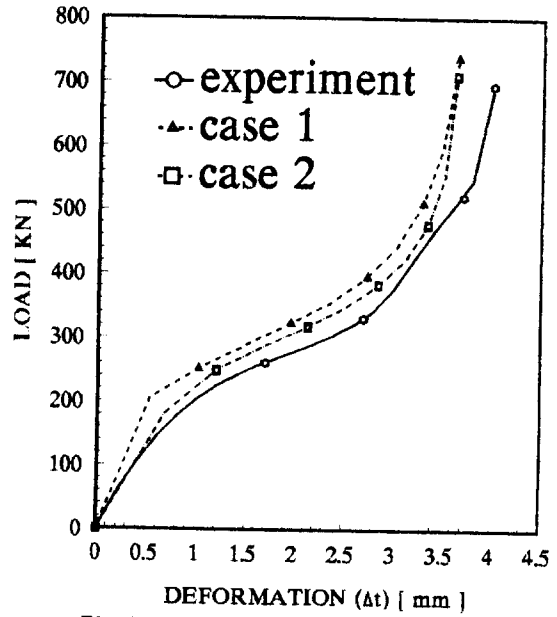


Fig.7 Comparison of the experimental results with the upper bound solutions.

