집단 계층적 분석 과정 : 평가척도와 일관성 비율 중심
The Group AHP : Toward the Judgment Scale and Consistency Ratio

임 채연*, 변 대호**, 서 의호**, 허 성익***

포항공과대학교 정보통신대학원*
포항공과대학교 산업공학과**
한국전자통신연구소 정보통신표준연구센터***

Abstract

The analytic hierarchy process(AHP) has been applied in decision-making areas. In practice, it is not easy to solve a large-scale problem because of its inherent limitations. Many criteria and alternatives often invoke pairwise comparisons dreadfully which are exposed to consuming time and cost. In the group decision making process with the Delphi technique, if decision makers are not accustomed to answering for all the questions on questionaires, it is difficult to guarantee the consistency ratio. In addition, the AHP has a limitation to 9-point judgment scales. We propose the group AHP and compare it with the conventional AHP to improve the efficiency of pairwise comparisons.

1. 서 론

Saaty[10, 11, 12]는 복잡한 환경하에서 발생하는 다기준 의사결정 문제의 해결을 위해 일련의 쌍비교를 통해 수행되는 계층적 분석 과정(analytic hierarchy process:AHP)을 고안하였다. 계층적 분석 과정의 특징은 정량적 기준뿐만 아니라 정성적인 기준까지 포함할 수 있으며, 일관성 비율(consistency ratio:CR)을 계산함으로써 평가 과정중의 논리적 일관성 추론이 가능한 새로운 기법이라고 할 수 있다. 그러나 기준과 대안이 많아질 경우 쌍비교 수행에 따르는 시간과 비용이 과다해질 단점이 있다[8].

계층적 분석 과정의 장점인 쌍비교 평가에 대한 논리적 일관성 검토에 대해 Saaty[12]는 쌍비교에 대한 CR이 10%보다 작으면 이성적(reasonable) 평가, 20% 이하이면 용납할 수 있

는(tolerable) 평가라고 하였다. 개인 의사결정일 경우 CR이 적정수준 즉 10% 또는 20%를 넘으면 논리적 일관성이 결여되었다고 판단하여 쌍비교를 다시 해야 할 것이고, 설문조사를 이용한 집단 의사결정에서 CR이 적정수준을 넘어섰다면 해당 개인의 쌍비교 행렬을 버려야만 한다.

델파이 기법과 계층적 분석 과정을 병행하여 집단 의사결정을 지원하고자 할 때[9], CR에 관련하여 실행상 문제점이 발생한다. 그것은 의사결정자들이 논리적이지 못한 쌍비교를 수행했을 경우 평가의 일관성이 낮아짐에 따라 집단 의사결정이 어려워지는 것으로 이는 계층적 분석 과정의 고유한 문제이다. 또한 평가 대상이 광범위하여 의사결정자들이 주어진 쌍비교를 모두 수행할 수 없는 경우 불완전한 쌍비교 행렬도 발생할 수 있다.

본 연구에서는 설문조사와 계층적 분석 과정을 병행하여 집단 의사결정 문제를 해결하고자 할 때 나타날 수 있는 문제 가운데 일관성에 관련된 문제점을 탐색하고 계층적 분석 과정의 개선 방안을 제시한다.

2. 평가 척도

계층적 분석 과정에서 쌍비교평가의 중요도 등급은 <표 1>과 같이 9점 척도를 사용하였으며[13], 9점 척도는 개인의 선호도를 정확히 묘사한 것이라고 알려져 있다[6].

<표 1> 쌍비교 평가의 중요도 등급

점수	중 요 도
1	같다 (equal important)
3	약간 중요하다 (weak important of one over another)
5	비교적 중요하다 (essential or strong importance)
7	아주 중요하다 (demonstrated importance)
9	극히 중요하다 (absolute importance)
2,4,6,8	각 점수의 사이값

계층적 분석 과정의 일관성 계산 근거는 $a_{ij} \times a_{jk} = a_{ik}$라는 비례성이다[13]. <그림 1>의 왼쪽 행렬은 3×3 쌍비교 행렬에서 A가 B보다 아주 중요하고(7점), B가 C보다 극히 중요하다(9점)면, A는 C보다 63배 중요한 것이 되고 λ_{max}는 3으로 일관성이 있는 평가가 된다. 반면에 오른쪽 행렬은 <표 1>과 같이 쌍비교 평가척도를 9점으로 제한함에 따라 A가 C보다 극히 중요하다(9

점)까지 선택할 수밖에 없으므로 λ_{max}는 평가자의 의지와 다르게 증가되어 일관성이 약해진다[4]. 따라서 평가척도가 9점으로 제한되어 있는 상황에서는 논리적 평가를 하기 위해 되도록 낮은 점수를 선택해야 된다는 것을 알 수 있다.

	쌍비교 행렬 A	B	C	중요도
A	1	7	63	.863
B		1	9	.123
C			1	.014

λmax = 3.0

CR = 0 %

	쌍비교 행렬 A	B	C	중요도
A	1	7	9	.751
B		1	9	.205
C			1	.044

λmax = 3.44

CR = 37.6 %

<그림 1> 평가점수에 따른 CR 차이

5×5인 쌍비교 행렬에 대한 경우의 수는 17^{10}이 존재한다. 랜덤변수 10^7개를 발생시켜 CR을 계산한 결과 CR이 10%이내인 경우는 37,345건으로 0.4%이었다. 그런데 <표 2>와 같이 9점 척도내에서 평가 척도의 한계점수를 낮추어서 쌍비교를 수행한다면, CR이 10%이내인 쌍비교 행렬은 2점 척도에서는 62.8%였으나 평가 척도를 늘릴수록 CR이 10%이내일 가능성이 급격히 감소한다. 이것은 평가척도가 다단계일수록 논리적 평가가 어렵다는 것을 보여주는 것이다. 따라서 설문조사를 이용한 집단 의사결정에서 9점 척도를 사용할 경우 논리적으로 평가된 설문지를 회수하는 것이 쉽지 않음을 예측할 수 있다.

<표 2> CR 10%이내인 쌍비교 행렬의 개수

평가척도(점)	2	3	4	5	6	7	8	9
경우의 수	3^{10}	5^{10}	7^{10}	9^{10}	11^{10}	13^{10}	15^{10}	17^{10}
랜덤변수	3^{10}	5^{10}	10^7	10^7	10^7	10^7	10^7	10^7
CR이 10%이내일 확률	62.8%	16.0%	6.0%	2.8%	1.5%	0.9%	0.6%	0.4%

<표 2>와 같은 결과를 볼 때, 계층적 분석 과정의 장점을 충분히 이용하면서 회수된 설문조사지의 효용성을 높이기 위해서는 쌍비교의 평가척도의 단계를 줄여 λ_{max}가 기준수(n)와 접근할 가능성을 높여야 할 필요가 있다.

3. 쌍비교 행렬의 수합

계층적 분석 과정을 이용한 집단 의사결정은 각 개인이 개별적으로 쌍비교를 통해 기준과 기준별 대안을 평가하게 한 후 이들을 수합하는 것이다. 이 때 발생된 개인별 쌍비교 행렬에 대한 Saaty[12]의 CR 계산 방법은 개인별로 전체 계층에 대한 CR을 구하여 적정수준이내일 때 해당 개인의 행렬을 집단 의사결정의 하나로 사용하는 것이다.

즉, <표 3>과 같이 기준의 중요도와 대안 평가에 있어서의 CR에 대해서 각 기준과 그 기준에서의 대안 평가에 대한 CR을 곱해 합하고($\sum W_{ij} \times CR_{ij}$), 다음에 $\sum W_{ij} \times CR_{ij}$이 적정수준 이내이면 의사결정에 참여한다. 이 때 각 행렬은 기하평균으로 종합한다[3].

<표 3> 집단 의사결정에서 발생되는 기준의 중요도와 대안 평가의 CR

개인 1		개인 2		개인 3		개인 4		.....
기준의 비중	대안CR	기준의 비중	대안CR	기준의 비중	대안CR	기준의 비중	대안CR	.....
W_{11}	CR_{11}	W_{21}	CR_{21}	W_{31}	CR_{31}	W_{41}	CR_{41}	.....
W_{12}	CR_{12}	W_{22}	CR_{22}	W_{32}	CR_{32}	W_{42}	CR_{42}	.....
W_{13}	CR_{13}	W_{23}	CR_{23}	W_{33}	CR_{33}	W_{43}	CR_{43}	.....
W_{14}	CR_{14}	W_{24}	CR_{24}	W_{34}	CR_{34}	W_{44}	CR_{44}	.....
W_{15}	CR_{15}	W_{25}	CR_{25}	W_{35}	CR_{35}	W_{45}	CR_{45}	.....
|	|	|	|	|	|	|	|	.....

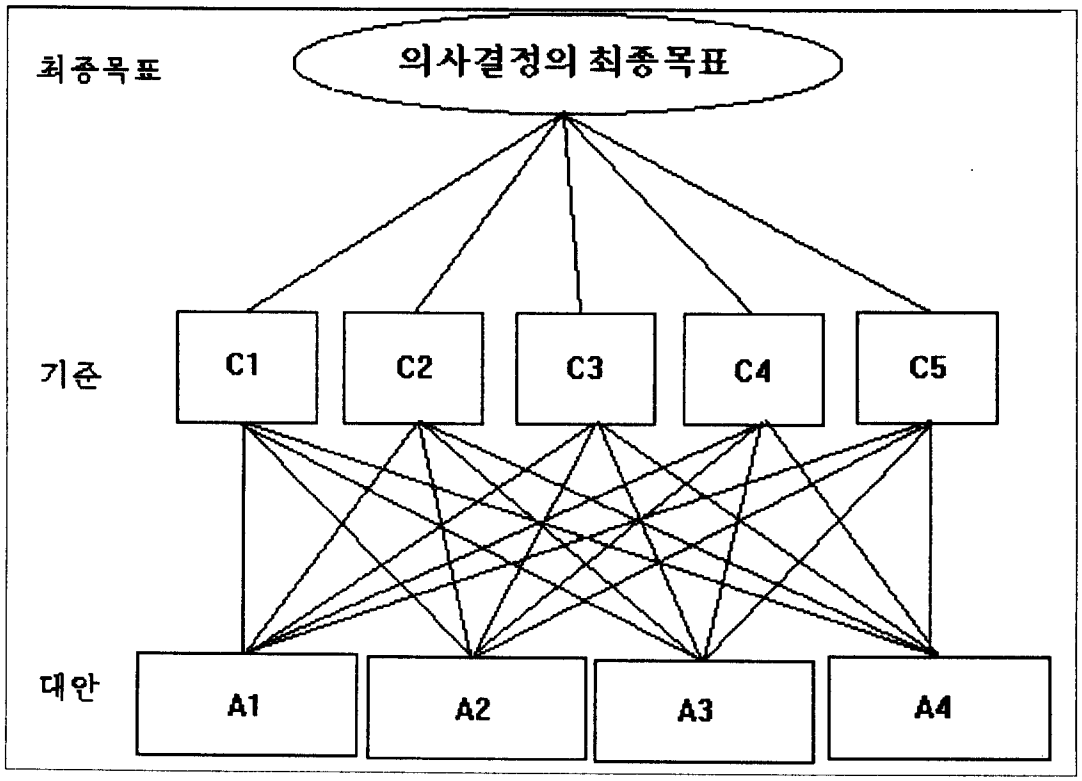
(i: 개인, j: 기준, W_{ij} : 기준의 중요도, CR_{ij} : W_{ij}측면에서 대안을 평가했을 때의 CR)

위와 같은 Saaty 고유방법의 배경은 비중이 큰 기준에 대한 대안의 CR이 가장 중요하다는 것이다[5]. 그런데 이 방법은 기준에 대한 쌍비교 행렬의 일관성을 무시하고 있으며, 많은 기준과 대안으로 이루어진 의사결정 구조하에서 어떤 개인이 모든 기준과 대안에 대해 쌍비교를 할 수 없는 경우가 있을 때 일관성을 계산할 수 없다는 단점을 지니고 있다[7]. 예를 들어, <표 3>에서 첫번째 의사결정자의 일관성 측정은 만일 W_{11}의 중요도가 매우 작다면 CR_{11}이 높아도 상관없다는 것이고, 두번째 의사결정자에서 W_{22}의 중요도가 매우 높다면 CR_{22}에 따라 전 계층적 분석 과정의 일관성의 정도가 판가름나게 된다. 한편 세번째 의사결정자는 기준 W_{33}에 대해서 지식이 부족하기 때문에 대안을 평가하지 않았다면 CR_{33}이 없으므로 세번째 의사결정자의 쌍비교 행렬은 집단 의사결정에서 제거해야만 한다.

이에 반해, 제시하고자 하는 개선 방안은 먼저 적정수준 이내인 쌍비교 행렬을 개별적으로 수합하여 이들의 기하평균으로 집단 의사결정을 수행하는 것이다. 이 방안은 전체 쌍비교 행렬에 대한 개인의 일관성을 계산하지 않고 각 쌍비교 행렬을 종합하는데, 이는 개인의 일관성보다는 의사결정 구조상에서 집단의 일관성이 중요할 때 타당성이 있을 것이다. 한편 고유 방법은 일관성을 벗어난 쌍비교 행렬조차 포함하는 방법으로써 비교적 느슨한 방법이므로 올바른 평가를 왜곡시키는 인자로 작용할 수 있다. 반면에 개선 방안은 일관성이 낮은 쌍비교 행렬을 처음부터 제거함에 따라 좀더 엄격한 계산 방법이라고 할 수 있다.

4. 고유 방법과 개선 방안의 비교

<그림 2>와 같은 임의의 의사결정 구조를 수립하여, 500개의 랜덤변수를 발생시켜 고유방법과 본 연구에서 제안한 개선 방안을 비교하고자 한다.



<그림 2> 시험조사를 위한 임의의 의사결정 구조

<그림 2>와 같은 의사결정 구조에서는 기준을 평가하는 쌍비교와 각 기준에 대한 대안의 중요도를 평가하는 쌍비교 등 모두 6개의 쌍비교 행렬이 발생한다. 각 행렬마다 랜덤변수를 발생시켜 CR을 계산한 결과 <표 4>와 같이 전체 쌍비교 행렬에 대한 CR이 10%이내인 경우는 하나도 없었으며 행렬의 크기가 4×4인 기준에 대한 대안의 중요도 평가에서 5%내외만이 일관성이 있는 평가로 나타났다. CR이 20%인 경우는 전체 쌍비교행렬에 대해서 0.6%, 기준에 대한 대안의 중요도 평가에서는 14%내외로 나타났다. 이것으로 보아 계층적 분석 과정을 집단 의사결정에 적용하고자 할 때 Saaty의 고유방법으로 많은 시간과 비용을 투입해야 할 필요가 있음을 알 수 있다.

<표 4> CR 10% 및 20%이내인 쌍비교 행렬(N=500) (단위 : %)

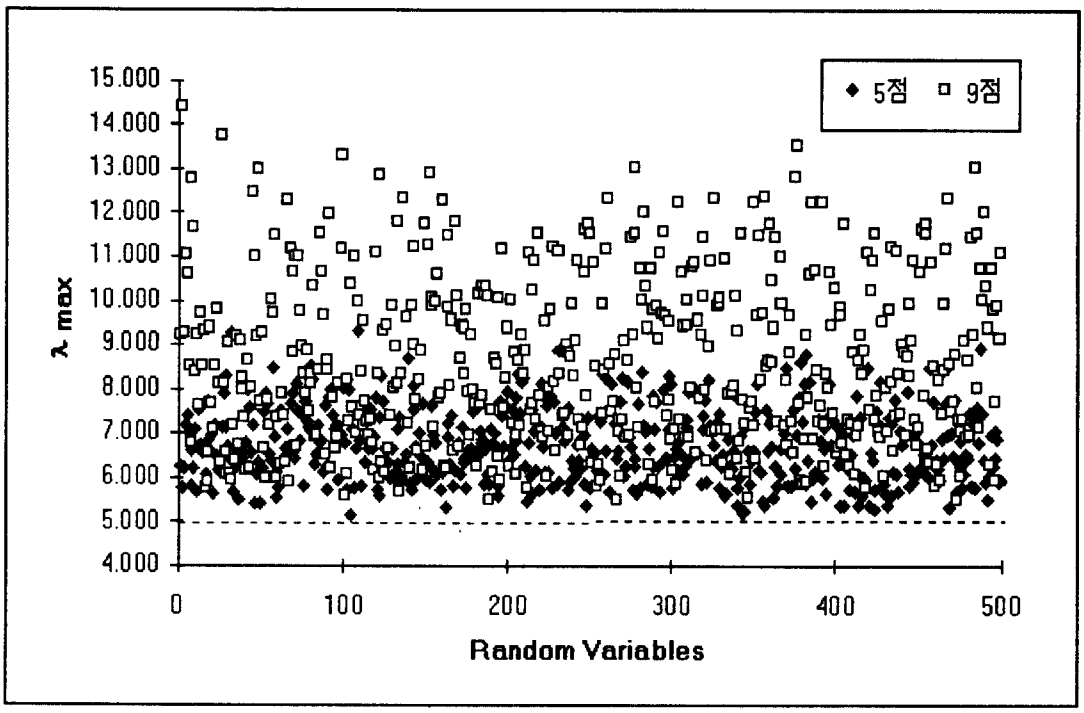
평가척도	CR	전체	기준	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
9점	10%	0.0	0.0	4.4	4.0	5.8	4.0	4.8
	20%	0.6	2.8	14.0	13.0	13.8	12.0	14.6

전체 쌍비교행렬의 CR = $\sum$(C_i중요도 × C_i의 CR)

<표 4>의 실험결과에서, Saaty의 고유방법에 따르면 500개의 쌍비교 행렬은 모두 폐기되어야 한다. 반면에 제시된 개선 방안과 같이 각 행렬 별로 CR을 계산하여 집단의 의사로 수합한다면 집단 의사결정이 보다 쉽게 된다. <표 4>의 CR이 20%이내인 경우, Saaty의 고유 방법에 의하면 500명의 의사결정자 가운데 3명으로 집단 의사결정을 해야 하고, 개선 방안으로는 기준은 14명, 대안은 60명~ 73명으로 집단 의사결정을 할 수 있다.

효율적인 집단 의사결정을 하기 위해서는 설문대상자에게 계층적 분석 과정을 충분히 주지시켜 논리적인 평가를 하도록 하여 적정수준의 CR을 얻도록 하던지, 아니면 CR이 적정수준 이하이면 평가를 다시 하도록 해야할 것이다. 이때 설문 대상자에게 평가척도를 축소시켜 일관성이 높은 쌍비교 행렬을 취할 수 있다면 시간과 비용을 절약할 수 있을 것이다.

계층적 분석 과정에서 CR은 $(\lambda_{max}-n)/(n-1)$를 R.I(random consistency)로 나눈 것이고, R.I는 경험적 수치이므로 단순하게 5점 척도에 의한 λ_{max}를 9점 척도에 의한 R.I로 나누어서 비교할 수는 없다. 그러나 λ_{max}가 n에 가까와질수록 CR이 낮아지므로 9점과 5점 척도에 의해 발생된 λ_{max}의 분포를 비교하면 어느 평가척도가 일관성 있는 평가를 하기 쉬운지를 알 수 있다[13]. <그림 3>은 5×5로 구성된 기준 평가에 대한 λ_{max}의 산포도로써, 9점 척도에 의한 λ_{max}는 5에서 15까지 고르게 분포되어 있는 반면 5점 척도에 의한 λ_{max}는 5에서 9까지 분포되어 있어서 일관성 있는 평가에 좀더 접근하고 있음을 보여주고 있다.



<그림 3> λ_{max}산포도

5. 결론

시간이 충분히 주어진 상황에서 계층적 분석 과정을 개인이 수행하는 데에는 문제가 없을 수 있다. 아무리 많은 쌍비교 횟수를 수행해야 한다고 해도 계층적 분석 과정을 하고자 하는 의지와 시간, 비용이 보장된다면 무리없이 적용할 수 있기 때문이다. 또한 쌍비교 수행중 일관성이 떨어지는 평가를 했을 때 이를 재평가할 수 있다면 계층적 분석 과정의 유용성은 개인의 역량에 좌우될 것이다. 그러나 설문조사와 같은 방법으로 집단 의사결정을 수행하려 할 때에는 계층적 분석 과정이 훌륭한 의사결정 기법임에도 불구하고 일관성이 결여되기 쉽도록 짜여져 있는 평가 방법 때문에 효용성이 매우 낮아질 수 있다.

오늘날 다원화 사회가 진행되면서 집단 의사결정의 필요성은 매우 증대되고 있다. 적정한 도청이전지 선정, 원자력발전소 입지선정 등과 같이 이해가 첨예하게 대립되어 있는 행정관련 의사결정에서는 다기준하에서 대안을 선택할 수 있는 계층적 분석 과정은 매우 유용하게 쓰일 수 있을 것이다. 그러한 결정을 한두 명의 의사결정자가 수행하기 보다는 각계의 전문가와 이해당사자 등이 참여하는 경우가 증가하고 있다. 경영 의사결정에서도 신제품개발 등에 소비자가 참여하는 경우가 늘고 있으며, 그런 경우에도 각 소비자의 취향을 고려하면서 대안을 채택할 수 있

는 계층적 분석 과정이 유용할 수 있다[1, 2]. 하지만 계층적 분석 과정을 집단 의사결정에 적용하고자 할 때 투입된 시간과 비용에 비해 매우 빈약한 산출물만을 얻을 수 있는 가능성이 높은 것은 앞에서 열거한 것처럼 많은 부분이 계층적 분석 과정의 고유한 문제에 기인한다.

본 연구에서는 이러한 문제를 탐색하고 그에 대한 개선 방안을 제시하여 계층적 분석 과정을 원활하게 집단 의사결정에 응용할 수 있도록 하여 시간과 비용을 절감시킬 수 있는 기반을 제공하였다. 다만 쌍비교 행렬의 수합 부분은 Saaty의 방법과 수학적으로 비교한 것이 아니므로 향후 알고리듬의 차이에 대한 더욱 깊은 연구가 필요하다.

참고문헌

[1] 백광천, 서의호, 서창교, 이영민, "R&D 투자규모결정 및 자원배분에 관한 연구", *경영과학*, 10권 1호, 1993, pp. 81-105.

[2] 서의호, 한영광, 변대호, 이영민, 이정영, 최현아, 경상북도 도청이전의 적정입지에 관한 분석 연구, 포항상공회의소, 1993.

[3] Dyer, R.F., Forman,E.H, "Group decision support with the analytic hierachy process", *Decision Support Systems,* vol. 8, 1992, pp. 99-124.

[4] Murphy, C.K., "Limits on the analytic hierachy process from its consistency index", *European Journal of Operational Research,* vol.65, 1993, pp. 138-139.

[5] Harker, P.T., "The art and science of decision making : the analytic hierarchy process", in The Analytic Hierachy Process, Application and Studies(eds. Golden, B.L., Wasil, E.A., and Harker, P.T). Springer-Verlag, 1989, pp. 59-67.

[6] Harker, P.T., Vargas, L.G., "The theory of ratio scale estimation: Saaty's analytic hierarchy process", *Management Science,* vol.33, 1987, pp. 1383-1403

[7] Harker, P.T., "Incomplete pairwise comparisions in the analytic hierachy process", *Mathematical Modelling,* vol. 9, no. 11, 1987, pp. 837-848.

[8] Liberatore, M.J., An extention of the analytic hierarchy process for industrial R&D project selection and resource allocation, *IEEE Trans. on Eng. Mgmt.*, vol. EM-34, no. 1, 1987, pp. 12-18.

[9] Khorramshahgol, R. and Moustakis, R.S., "Delphic hierachy process(DHP):A methodology for priority setting derived from the Delphi method and analytical hierachy process", *European Journal of Operational Research,* vol. 37, 1988, pp. 347-354.

[10] Saaty, L.T., "How to make a decision : analytic hierachy process", *European Journal of Operation Research,* vol. 48, 1990, pp.9-26.

[11] Saaty, L.T., "Group decision making and the AHP", *in The Analytic Hierachy Process, Application and Studies(eds. Golden,B.L., Wasil.E.A. and Harker,P.T).* Springer-Verlag, 1989, pp. 59-67.

[12] Saaty, L.T., "Priority setting in complex problems", *IEEE Trans. on Eng. Mgmt.*, vol. EM-30, no. 3, 1983, pp. 140-155.

[13] Saaty, L.T., "A scaling method for priorities in hierarchical Structures", *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 15, 1977, pp. 234-281.