'94 대한전기학회 하계학술대회 논문집(1994, 7, 21~ 23)

속도-토오크 특성개선을 위한 회전자 슬롯 형상 최적화

곽인구*○ 이향범* 박일한** 한송엽*
* 서울대학교 전기공학과 ** 숭실대학교 전기공학과

Rotor Slot Shape Optimization for the Improvement on Slip-Torque Characteristics

I.G.Kwak* H.B.Lee* I.H.Park** S.Y.Hahn*
* Dept. of Electrical Eng. Seoul National Univ. ** Dept. of Electrical Eng. Soongsil Univ.

Abstract - In this paper, the design sensitivity evaluation based on the 2-dimensional finite element discretization is presented for the voltage source and eddy current problem. And it is applied to the two shape design problems of the rotor slot of 3-phase squirrel cage induction motors. The first is to increase the starting torque while keeping the rated torque fixed. The other is only to increase the torque at the rated speed while keeping the starting torque fixed. As an optimization method, the Gradient Projection method is used to control easily the torques for various speeds of rotor. One fourth of rotor is analyzed by using a semi-periodic boundary condition. Because the shape of rotor slot has much influence on the slip torque characteristic, the 10 design parameters are taken on the interface between rotor core and rotor bar. The initial shape of rotor slot is the trapezoidal type with rounding corners.

1. 서 론

근래의 유한요소법 등의 수치해석기법에 의한 정확한 전기적 특성해석법이 많이 발전되었다. 또 새로운 설계기법으로서 유한요소법을 이용한 최적설계기법이 많이 연구되고 있다. 이 방법은 최적화기법과 유한요소법을 결합한 것으로서 기존의 등가자기회로법으로서는 설계할 수 없었던 최적형상설계 등 전기기계의 정밀설계에 이용된다[1][2][3].

본 논문에서는 와전류문제가 포함된 유도전동기모델에 대해 원하는 속도-토오크 특성을 얻기 위하여 설계민감도해석과 최적화기법을 결합한 체계적인 형상설계 알고리즘을 제시하였다. 유도전동기의 속도-토오크 특성은 회전자의 형상과 밀접한 관계가 있으므로 회전자 도체와 회전자 코어사이의 경계점에 설계변수를 두었다. 유도전동기 해석에는 2차원 유한요소법을 사용하였고, 회로방정식과 결합하여 정식화하였다. 민감도는 이산적 접근방법에 의해 구했으며, 최적화기법으로는 특정슬립에서 토오크가 일정해야 한다는 제약조건을 고려하기 위하여 Gradient Projection법[4]을 사용하였다.

2. 본 론

2-1 전압원 모델해석

회전자 도체의 end effect를 무시하여 $\nabla\Phi=0$인 모델의 2차원 와전류문제에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\nu\frac{\partial A}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(\nu\frac{\partial A}{\partial y})-j\omega s\sigma A+J=0 \qquad (1)$$

여기서 A : 자기벡터포텐셜 ν : 자기저항률
s : 슬립 ω : 전류원의 각속도
σ : 도전율 J : 전류밀도

식(1)을 유한요소법을 적용하여 이산화하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[K_{11}][A]=[J] \qquad (2)$$

여기서 $[K_{11}]$은 시스템행렬이고 $[J]$는 전류원 벡터이다. 그리고 유도전동기의 회로방정식은 다음과 같다.

$$[V]=[R+j\omega L][I]+\frac{d}{dt}[\Phi] \qquad (3)$$

여기서 Φ : 고정자권선을 쇄교하는 자속
V : 권선 양단에 걸리는 전압
I : 선전류 R : 고정자권선의 저항
L : 고정자권선의 리액턴스

식(2)의 우변항은 전류밀도와 전류와의 관계를 이용해 다음식과 표현된다.

$$[K_{11}][A]+[K_{12}][I]=[0] \qquad (4)$$

그리고 식(3)은 자속을 자기포텐셜의 폐구간적분으로 나타낸 후, 고정자권선의 end effect를 무시하면 다음

과 같이 쓸 수 있다.

$$[K_{21}][A] + [K_{22}][I] = [V] \quad (5)$$

결국 식(4)와 식(5)를 결합시키면 전압원 문제를 다룰 수 있게 된다. 그 식은 다음과 같다.

$$[K][X] = [Q] \quad (6)$$

여기서 $[K] = \begin{bmatrix}[K_{11}] & [K_{12}]\\ [K_{21}] & [K_{22}]\end{bmatrix}$

$$[X] = \begin{bmatrix}[A]\\ [I]\end{bmatrix}, \quad [Q] = \begin{bmatrix}[0]\\ [V]\end{bmatrix}$$

2-2 전압원문제의 민감도해석

전기기계의 형상설계에 있어서 목적함수는 보통 설계변수와 상태변수의 양함수(explicit function)로 다음과 같이 표현된다.

$$F = F(p, X(p)) \quad (7)$$

여기서 p : 설계변수 X : 상태변수

그리고 설계변수에 대한 목적함수의 변화율은 수학적으로 전미분(total derivative)의 형태로 다음과 같이 표현되고 이를 민감도라 한다.

$$\frac{dF}{dp} = \frac{\partial F}{\partial p} + \frac{\partial F}{\partial [X]}\frac{d[X]}{dp} \quad (8)$$

윗식의 우변 둘째 항의 뒤항은 설계변수에 대한 상태변수의 미분으로서 이는 시스템방정식(6)에 미분을 취하여 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{d[X]}{dp} = -[K]^{-1}\frac{\partial}{\partial p}\{[K][\hat{X}]\} \quad (9)$$

여기서 $\hat{X}$는 식(6)의 해이다.

윗식을 유도하는 과정에서 시스템 방정식의 구동항 Q의 설계변수에 대한 미분항은 전압원이 설계변수에 대하여 불변이므로 영(zero)이 됨을 이용하였다. 따라서 전압원문제의 민감도는 보조변수 λ를 도입하여 다음식으로 얻어진다.

$$\frac{dF}{dp} = \frac{\partial F}{\partial p} - [\lambda]^T\frac{\partial}{\partial p}\{[K][\hat{X}]\} \quad (10)$$

여기서 보조변수 λ는 다음의 보조변수식으로부터 계산된다.

$$[K]^T[\lambda] = \left[\frac{\partial F}{\partial [X]}\right]^T \quad (11)$$

2-3 슬립-토오크 특성에 대한 민감도

3상유도전동기에서 토오크는 입력전력에 비례하므로 어떤 슬립에서 목적함수는 식(12)와 같은 입력전력을 이용하여 식(13)과 같이 정의할 수 있다.

$$P_s = Re\left[\sum_{i=1}^{3} V_{si}\, I_{si}^*\right] \quad (12)$$

여기서 V_{si}와 I_{si}는 슬립 s에서의 i번째 상(phase)의 전압과 전류이며, *은 복소켤레를 의미한다.

$$F = \frac{1}{2}\sum_s [P_s - P_\infty]^2 \quad (13)$$

여기서 P_∞는 슬립이 s일때의 목적 입력전력이다.

따라서 이와 같이 정의된 목적함수의 민감도는 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{dF}{dp} = \sum_s (P_s - P_\infty)\cdot\frac{dP_s}{dp} \quad (14)$$

그리고 설계변수에 대한 입력전력의 미분은 식(8)을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dP_s}{dp} = \frac{dP_s}{d[X]}\frac{d[X]}{dp} \quad (15)$$

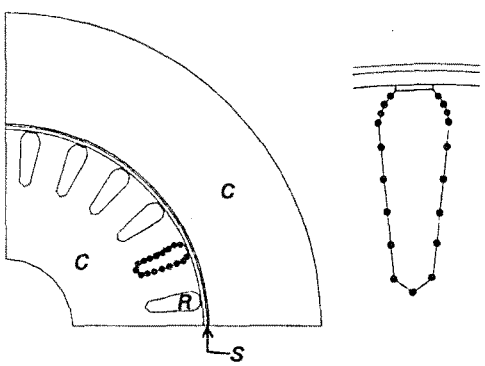
보조변수식에 대한 구동항은 식(11)을 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{dP_s}{d[X]} = [\,[0]^T; [V_{s1}^*, V_{s2}^*, V_{s3}^*]]^T \quad (16)$$

윗식을 통하여 전압원문제에서는 상태변수의 변화는 입력전력의 변화에 영향이 없음을 알 수 있고, 입력전력에 대한 보조변수의 구동항은 원래 상태방정식(6)의 구동항과 복소켤레인 것을 살펴볼 수 있다.

2-4 수치해석모델 설계사례

해석모델은 24개의 회전자슬롯을 가진 4극 유도전동기에서 ¼영역이다. 유한요소해석에 있어서 1차 삼각형 요소를 이용하여 이산화하였고 전체 미지상태변수의 갯수는 1900여 개이다. 그림(1)에서와 같이 설계변수는 슬롯의 좌우대칭성을 고려하여 회전자 도체와 코어사이의 경계에 10개의 절점위치로 정의된다.



C : 코어
R : 회전자 도체
S : 정현적으로 분포된 회전자 권선

그림 1 수치해석 초기모델

설계1의 목적은 슬립 0.1에서 토오크를 유지하면서 기동토오크를 증가시키는 것이다. 최적화과정에서 얻어진 최종형상과 속도-토오크 특성곡선은 그림(2)와 그림(3)에 나타나 있다. 기동토오크가 17.0% 증가하였으며 슬립 0.1일때의 토오크는 1.0% 감소하였다. 이는 구속조건경계면 자체의 비선형성 때문이다.

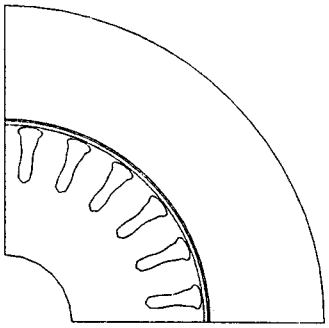


그림 2 설계1의 최종형상

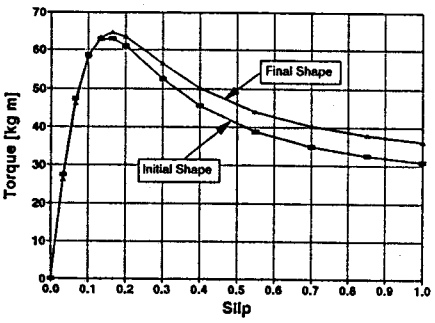


그림 3 설계1의 속도-토오크 특성곡선

설계2의 목적은 기동토오크는 유지하면서 슬립 0.1에 토오크를 증가시키는 것으로 설계1의 목적과 반대이 얻어진 최종형상과 속도-토오크 특성곡선은 그림 와 그림(5)에 나타나 있다. 전체적으로 회전자 도체 두꺼워졌음을 살펴볼 수 있다. 슬립 0.1에서 토오크 12.1% 증가한 반면 기동토오크는 6.9% 감소하였 설계1과 비교해 볼 때 설계결과가 덜 만족스럽게 는 것은 슬립 0.1에 대한 구속조건경계면이 기동시에 비선형성이 강하다는 것을 의미한다.

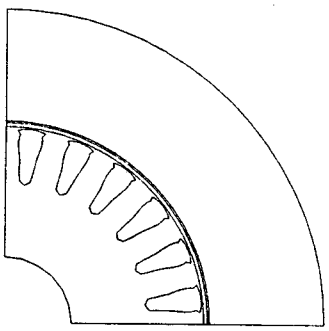


그림 4 설계2의 최종형상

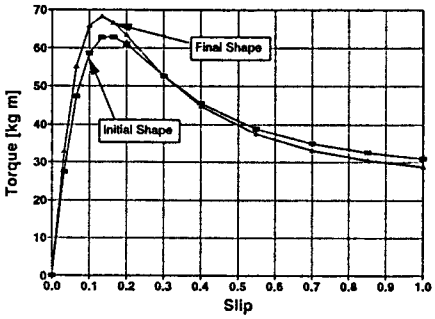


그림 5 설계2의 속도-토오크 특성곡선

3. 결 론

본 논문에서는 해석적 미분법중에 유한차원화된 상태방정식을 이용한 이산적 접근방법을 이용한 민감도계산과 Gradient Projection법을 사용하여 유도전동기의 원하는 속도-토오크 특성을 얻기 위한 회전자 도체의 형상을 설계하여 보았다. 24개의 회전자슬롯을 가지며 전압원으로 구동되는 2차원 4극 수치해석모델의 두가지 설계사례를 통하여 그 유용성을 확인하였다.

참 고 문 헌

1. E.J.Haug, K.K.Choi and V.Komkov, Design Sensitivity Analysis of structural Systems, Academic Press, New York, N.Y., 1986
2. S.Gitosusastro, J.L.Coulomb and J.C.Sabonnadiere, "Performance derivative calculations and optimization process," IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 25, No. 4, pp.2834-2839,1989
3. Il-han Park, Beom-taek Lee and Song-yop Hahn, "Design Sensitivity Analysis for Nonlinear Magnetostatic Problems Using Finite Element Method," IEEE Trans.on Magnetics,Vol.28, No.2,pp. 1533-1536,1992
4. D. G. Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*, 2nd ed., Addison Wesley, 1984