

매입형 영구자석 동기전동기의 최적설계를 위한 시뮬레이티드 애닐링과 결정론적 탐색법의 혼합적용

*심동준, **정현교, **한송엽, **원종수

*(주)포스콘 기술연구소, **서울대학교 공과대학 전기공학과

An Application of Simulated Annealing Combining Deterministic Search
to Optimal Design of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors

*Sim Dong-Joon, **Jung Hyun-Kyo, **Hahn Song-Yop, **Won Jong-Soo

*Poscon Co. Ltd. R&D Dept., **Dept. of Elec. Eng. Seoul Nat'l Univ.

Abstract

This paper presents a combined algorithm of simulated annealing and deterministic method which overcomes the defects of two methods and guarantees the fast convergence to the global optimum. This optimization method is applied to optimal design of Interior Permanent Magnet Synchronous Motor. And the result of the proposed algorithm is compared with that of simulated annealing alone.

1. 서론

현재까지의 연구에서 전동기 최적화설계에 사용된 최적화기법은 경사도감소방법으로 대표되는 결정론적 탐색법과 시뮬레이티드 애닐링, 유전 알고리즘 등의 확률론적 탐색법으로 대별될 수 있다. 그런데, 전자의 경우 목적함수가 국소해를 많이 가지고 있는 경우 최적해가 아닌 국소해로 수렴하는 점과, 후자의 경우 실행시간이 오래 걸리는 점이 각각 단점으로 지적될 수 있다. 본 논문에서는 이러한 단점을 극복하기 위해 시뮬레이티드 애닐링과 결정론적 탐색법을 결합하여 빠른 시간내에 최적해로 수렴할 수 있는 알고리즘을 제안한다.

제안된 알고리즘은 첫째, 새로운 변수값이 받아들여지지 않는 경우를 제거한 Rejectionless method를 이용함으로써 시뮬레이티드 애닐링 자체의 시간을 단축시키고, 둘째, 목적함수값이 최적해 근방에 존재한다고 판단될 경우에 결정론적인 방법을 사용함으로써 최적해로의 수렴시간을 단축시킨다.

그리고, 매입형 영구자석 동기전동기의 효율을 최대로 설계하기 위해 손실을 목적함수로서 선정하고 본 논문에서 제안한 알고리즘을 적용하여 목적함수를 최소로 하는 설계 파라미터를 찾는다. 그리고, 시뮬레이티드 애닐링만을 사용하여 얻은 최적화설계의 결과와의 비교를 통해 그 타당성을 확인한다.

2. 최적화기법

- 시뮬레이티드 애닐링과 결정론적 탐색법의 결합

(1) Rejectionless method의 시뮬레이티드 애닐링에의 적용

시뮬레이티드 애닐링은 현재 변수값에서의 목적함수값과 새로운 변수값에서의 목적함수값을 비교한 후, 이값을 받아들일 것인가를 결정하는 데에 메트로폴리스 방법(Metropolis method)을 사용한다. 이 방법은 간단하고 쉽게 프로그램화할 수 있다는 장점이 있지만 온도가 낮을 경우에는 다음상태의 변수값을 받아들일 확률이 아주 작아지기 때문에 전체 실행시간이 매우 길어지는 단점이 있다. 이점을 개선하기 위하여 rejectionless method를 사용한다.[1]

메트로폴리스 방법에서는 변수값의 변화량이 목적함수에 미치는 효과에 대한 정보를 사용하지 않기 때문에 낮은 온도에서는 확률적으로 발생한 새로운 변수값이 받아들여질 확률이 매우 낮다. rejectionless method는 각 단계에서 변수값의 변화가 목적함수에 미치는 효과를 저장하고 이 정보를 이용하여 새로운 변수값을 탐색하는 방향을 제어함으로써 변수값을 받아들여지지 않는 경우를 제거한다.

이 방법에 대해 논하기 전에 메트로폴리스 방법을 사용한 시뮬레이티드 애닐링을 Markov chains을 이용하여 해석해 본다.

목적함수를 $E(x)$, 제약조건으로 결정되는 허용영역(feasible region)을 R_f , 이 집합의 원소들 중 현재의 변수값 x 로부터 한 번의 변화로써 도달할 수 있는 상태의 변수값들의 집합을 R_f^1 , 이 집합의 원소의 갯수를 N 이라 하면 확률적으로 발생할 수 있는 다음상태의 변수값의 갯수가 N 이다. 그리고, R_f^1 의 모든 원소들은 x 로부터 몇번의 변화를 거쳐 도달할 수 있다.

입의의 변수값의 변화(Δx)가 확률적으로 발생하여 다음상태의 값(x_n)으로서 받아들여질 확률은 다음과 같이 구할 수 있다. 먼저, N 개의 값중에서 이값이 선택될 확률은 $1/N$ 이고, 목적함수의 변화를 계산한 후 이값이 받아들여질 확률(acceptance probability)은 Boltzmann 분포의 확률로부터

$$a_T(\Delta E) = \min [1, \exp(-\Delta E/T)] \quad (1)$$

과 같이 주어진다. 여기서, T 는 온도, $\Delta E (= E(y) - E(x))$ 는 목적함수값의 변화, $y = x + \Delta x$ 이다. 이와같이 발생하는 변수값들은 다음과 같은 전이함수(transition function)을 갖는 Markov chain이다.

$$p_T(x_n|x) = \begin{cases} \frac{1}{N} a_T(E(x_n) - E(x)) & x_n \in R_j^+ \\ 1 - \sum_{y \in R_j^+} \frac{1}{N} a_T(E(y) - E(x)) & x_n = x \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

메트로폴리스 방법에서와는 달리 Rejectionless method에서는 각각의 변수값의 변화에 대해

$$w_i = a_T(\Delta E_i) \quad 1 \leq i \leq N \quad (3)$$

을 저장한다. 여기서, ΔE_i 는 현재값에서 i 번째 값으로 변할 때의 목적함수의 변화이다. 그리고, i 번째 변수로 변할 확률을

$$\frac{w_i}{\sum_{j=1}^N w_j}$$

로써 구하고 변수값이 변함에 따라 w_i 값을 다시 계산한다. 이와같은 방법으로 발생한 변수값들의 배열은 메트로폴리스 방법으로부터 발생한 배열에서 현재상태의 변수값이 반복되는 배열을 제외한 것과 동일하다.

시뮬레이티드 에닐링에서의 rejectionless method는 다음과 같은 dynamic weighted selection problem의 해법과 관계가 있다. 즉, 초기상태 벡터

$$\bar{W} = (w_1, w_2, \dots, w_N)$$

가 주어진 경우, 입력 $X(0$ 과 1 사이의 난수)에 대해

$$\sum_{j=1}^k w_j > X \sum_{j=1}^N w_j \quad (4)$$

을 만족하는 가장 작은 k 를 찾고, z 개의 입력

$$(i_1, \bar{w}_{i_1}), (i_2, \bar{w}_{i_2}), \dots, (i_z, \bar{w}_{i_z}) \quad 1 \leq i_j \leq N$$

을 이용하여 w_{ij} 를 \bar{w}_{ij} 로 변환한다.

이를 구현한 것이 다음의 tree algorithm이다. 이 알고리즘은 모든 절점(node)이 i 개의 가지(son)와 N 개의 잎(leaf)을 갖는 나무형상을 갖고있다. 각각의 절점 v 는 $u(v)$ 값을 갖는데, $u(v)$ 는 v 가 i 에 해당하는 잎이면 w_i 이고, 다른 경우에는 0이다. 또한, 각각의 내부 절점 v 는 절점 v 에 해당하는 모든 잎들의 값의 합

$$u(v) = \sum_{j=1}^i u(\text{son}_j(v)) \quad (5)$$

을 값으로 갖는다. 여기서, $\text{son}_j(v)$ 는 v 의 j 번째 가지이다.

반복계산시의 매스매파다 알고리즘은 root node에서 시작하여 식 (4)에 주어진 k 에 해당하는 잎을 갖는 가지를 찾는다. 적절한 잎을 찾을 때까지 이 과정이 반복되며 마지막에 u 값을 새로운 값으로 변환한다.

(2) 결정론적 탐색법의 적용

시뮬레이티드 에닐링의 실행시간을 지나치게 길게 만드는 또 하나의 요인은 온도를 감소시키는 함수인 쿨링 스케줄이 시간의 역수(Cauchy 분포의 경우), 또는 시간에 대한 로그함수의 역수 형태를 갖는다는 것이다. 특히, 시간이 경과할수록 온도의 변화가 매우 작아지기 때문에 프로그램 실행시 후반부에 소요되는 시간이 매우 길다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 본 논문에서는 시뮬레이티드 에닐링과 결정론적 탐색법을 결합한 최적화 알고리즘을 구성한다. 즉, 프로그램 실행 초반에는 시뮬레이티드 에닐링을 이용하여 변수를 탐색하고 후반부에 이르러 변수의 탐색이 최적해가 존재하는 영역에서 이루어지고 있다고 판단되면 결정론적 탐색법을 이용하여 그 영역에서 직접 최적해를 찾는다.

이때, 변수의 탐색이 최적해가 존재하는 영역에서 이루어지고 있다는 판단의 기준은 각각 온도와 목적함수값에 대하여 다음의 두가지를 제시한다.

i) 각 온도에서 새로운 변수가 받아들여질 확률(acceptance probability)을 계산하여 그 확률이 이전 온도에서의 값들보다 크게 감소한 온도.

ii) 반복계산시 일정 스텝동안의 목적함수값의 평균을 구하고 그 값이 거의 일정한 값을 유지하는 영역.

이와같은 두가지의 기준을 동시에 만족하는 온도와 영역을 최적해가 존재하는 영역이라 가정하고 결정론적 탐색법을 적용한다. 결정론적 탐색법은 여러 알고리즘이 많이 쓰이지만 본 논문에서는 알고리즘을 간단하게 구성하기 위하여 함수의 gradient를 사용하지 않는 Hooke-Jeeve 방법을 사용하였다.[2]

3. 매입형 영구자석 동기전동기의 효율최적화 설계

매입형 영구자석 동기전동기는 그림 1에 보인 바와 같이 회전자철심 내부에 영구자석이 매입되어 있어 자기회로적으로 복잡한 형상을 가지고 있다.[3] 본 논문에서는 등가자기회로를 이용하여 해석한 전동기의 특성식을 유한요소해석을 통해 보정하여 사용한다.

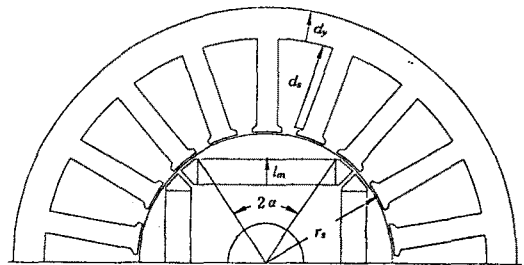


그림 1 매입형 영구자석 동기전동기의 단면도

전동기의 효율은 입력에 대한 출력의 비로서 나타나므로 출력이 일정할 경우 손실을 최소화하면 효율이 최대가 된다. 따라서, 전동기의 손실을 목적함수로 선정한다. 일반적으로 소형 영구자석 전동기에서는 표류부하손, 회전자손실, 그리고 인버터에 의한 고조파손실이 매우 작기 때문에 이들을 무시할 경우 목적함수는 고정자동손, 철손, 그리고 기계손으로 구성되며 이들 설계 파라메터의 함수로 나타낼 수 있다.[4]

본 논문에서는 정격속도, 정격부하에서의 효율을 최대로 하는 것을 목적으로 하기 때문에 기계손과 부하전류를 일정한 값으로 가정한다. 또한, 전류자속밀도, 슬롯수 및 기계적인 제약에 의해 결정되는 공극길이, 슬롯 톱 길이, 링크부와 웨브부의 폭 등을 일정한 값으로 가정하면 목적함수의 변수는 다음과 같다.

- i) N_s : 고정자 1상 권회수
- ii) r_s : 고정자 내경
- iii) d_s : 계철 두께
- iv) l_m : 자석의 자화방향 길이
- v) 2α : 자극 각도
- vi) l_r : 고정자 축방향 길이
- vii) d_r : 슬롯 깊이

위의 변수들이 만족해야할 제약조건은 다음과 같다.

- i) 고정자 외경 일정.
- ii) 전동기의 출력 일정(속도, 토크 일정).
- iii) 자석 크기의 제약(자석이 회전자에 매입되기 위한 조건).
- iv) 치자속밀도 B_r 및 계철자속밀도 B_c 의 한계.
- v) 장하비 M 의 범위
- vi) 고정자 전류밀도 J_c 의 범위
- vii) 자석의 감자한계조건

4. 효율 최적화설계의 결과

본 논문에서 제시한 최적화기법용 이용할 경우 시뮬레이티드 애닐링만을 단독으로 사용한 경우보다 약 3 ~ 5배 정도 빠른 시간안에 최적해로 수렴할 수 있다. 이 시간은 같은 문제에 대해서도 시뮬레이티드 애닐링에서 결정론적 탐색법으로 변환할 때의 판단 기준을 어느 정도로 하느냐에 따라 달라진다. 본 논문에서는 새로운 변수를 받아들이는 확률은 프로그램 초기의 값의 약 10 % 미만으로 택하고, 목적함수의 평균은 매 100 스텝씩의 평균을 취하여 그 기준으로 삼았다. 현재까지는 이 판단 기준을 일반적으로 정하는 방법이 알려지지 않고 있으며, 목적함수의 특성에 대한 정보에 의존하여 결정될 수 밖에 없다.

표 1에는 최적화기법으로부터 얻어진 전동기의 주요 설계 파라메터 및 효율을 시뮬레이티드 애닐링만을 단독으로 사용한 경우와 본 논문에서 제안한 방법을 사용한 경우에 대해 비교한 결과를 나타내고 있다. 표에서 알 수 있듯이 양자의 값이 큰 차이없이 일치하고 있다. 이는 본 논문에서 사용한 방법을 이용하여 보다 빠른 시간안에 시뮬레이티드 애닐링만을 사용한 경우와 같은 결과를 얻을 수 있다는 것을 보여주는 것이다.

표 1 최적화 전동기의 설계 파라메터 및 효율

항 목	단 위	시뮬레이티드 애닐링	제안된 알고리즘
1상 권회수		444	444
회전자반경	mm	18.20	18.49
적층길이	mm	49.59	49.59
계 철 폭	mm	7.71	7.51
슬롯깊이	mm	13.30	13.21
자극각도	elec.deg	72.4	74.3
자석두께	mm	3.37	3.41
효 율	%	77.83	78.05

5. 결론

본 논문에서는 rejectionless method를 적용한 시뮬레이티드 애닐링과 결정론적 탐색법을 결합한 최적화기법을 제안하여 매입형 영구자석 동기전동기의 효율 최적화설계에 이용하였다. 제안된 알고리즘을 사용할 경우 시뮬레이티드 애닐링을 단독으로 사용한 경우와 거의 비슷한 결과를 얻을 수 있고, 시뮬레이티드 애닐링에 비해 3 ~ 5배 정도 빨리 최적해로 수렴한다는 것을 확인할 수 있었다.

본 논문에서 제안된 방법은 여타의 다른 전동기의 최적화설계에도 그대로 적용될 수 있을 것으로 생각되며 제한된 범위에서나마 시뮬레이티드 애닐링에서 결정론적인 방법으로 변환하는 데에 있어 보다 일반적인 판단기준을 정립하는 연구가 요망된다 하겠다.

본 논문은 한국과학재단의 특정기초 연구과제(과제번호 92-2200-01-3) 연구비 지원에 의한 결과입니다.

참고문헌

- [1] J.W.Greene, K.J.Supowit, "Simulated Annealing without Rejected moves", IEEE Trans. on Computer-Aided Design, Vol.5, NO.1, pp.221-228, 1989.
- [2] M.S.Bazaraa, C.M.Shetty, Nonlinear Programming - Thoery and Algorithms.
- [3] T.J.E.Miller, Brushless Permanent Magnet and Reluctance Motor Drives, Oxford, 1989.
- [4] P.Fillay, et al., Performance & Design of Permanent Magnet AC Motor Drives, IEEE IAS tutorial course, 1991.