

회전 자계에 의한 철손의 유한요소 해석

이학용*^o 박관수**^o 한송엽*

* 서울대학교 전기공학과 ** 한국 해양대학교 전기공학과

Calculation of Iron Loss under Rotational Magnetic Field Using Finite Element Method

H.Y.Lee^o G.S.Park^o S.Y.Hahn*

* Dept. of Electrical Eng. Seoul National Univ. ** Dept. of Electrical Eng. Korea Maritime Univ.

Abstract

In designing high efficiency electrical machines, calculation of iron loss is very important. And it is reported that in the induction motor and in the T-joint of 3 phase transformer, there occurred rotational magnetic field and much iron loss is generated owing to this field. In this paper, rotational power loss in the electrical machine under rotational magnetic field is discussed. Until now, loss analysis is based on the magnetic properties under alternating field. And with this one dimensional magnetic propertis, it is difficult to express iron loss under rotational field. In this paper, we used two dimensional magnetic property data for the numerical calculation of rotational power loss. We used finite element method for calculation and the analysis model is two dimensional magnetic property measurement system. We used permeability tensor instead of scalar permeability to present two dimensional magnetic properties. And in this case, we cannot uniquely define energy functional because of the asymmetry of the permeability tensor, so Galerkin method is used for finite element analysis.

1. 서론

손실이 적은 전기기기를 설계하기 위해서는 손실을 정확히 계산하는 것이 필요하다. 유도전동기나 3상변압기의 T-joint 부분에서는 회전자계가 발생하여 교번자계의 영향을 받는 곳보다 많은 철손이 발생되는 것이 관찰되었다 [1][2]. 이 회전자계에 의한 철손은, 기존의 교번자계에 의한 철손의 측정 데이터로는 해석하기가 어려운 점이 있다.

따라서 이렇게 자성체가 회전자계 속에 놓여 있을 때의 자성체의 특성에 대한 측정을 하고자 하는 실험들이 여러 사람들에게 의해 진행되어 오고 있다[3][4].

2. 정식화

자성체의 2차원적 특성을 명확히 표현하기 위해 측정 데이터는 자성체의 투자율을 2차원 텐서 형태로써 얻는다.

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

측정된 투자율값을 이용하여 유한요소 해석을 하기 위해서는 에너지 범함수를 이용하는 방법, Galerkin법 등이 있으나 전자의 경우 투자율 텐서의 대칭성이 보장되지 않으면 에너지 범함수를 유일하게 정의 할 수가 없게 된다. 따라서 본 논문에서는 Galerkin법을 이용하여 유한요소 해석을 하였다. 해석에 쓰인 데이터는 참고 문헌[5]에서 non-oriented sheet II30의 측정 데이터 중 자속밀도 \vec{B} 가 같은 크기로 회전하는 상황에서 측정된 데이터들 사용하였고 그림 1에 보인 자성체의 2차원 특성 측정장치를 해석하였다.

2차원 투자율 텐서를 고려한 정자장 지배 방정식은 자기 벡터 포텐셜을 $\vec{A} = A\hat{k}$, 전류밀도를 $\vec{J} = J\hat{k}$ 라 하면

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{yy} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_{xx} \frac{\partial A}{\partial y} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_{xy} \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{yx} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J \end{aligned} \quad (2)$$

이 지배방정식을 Galerkin법을 적용하여 유한요소 해석을 할 수 있다.

3. 회전자계에 의한 철손의 표현식

일반적인 2차원 자계의 영향을 받고 있는 자성체에서의 power loss는 자성체를 둘러싸는 표면을 따라 포인팅

(Poynting) 벡터를 표면적분 함으로써 얻을 수 있다[6]. 어떠한 채적V 내부로 공급되는 power 는 Poynting vector를 \vec{S} 라 하고, 그 채적 V를 둘러싸는 표면을 S라 하면 채적으로 공급되는 power는

$$P_i = - \int_S \vec{S} \cdot \hat{n} \quad (3)$$

이 된다. divergence 정리를 이용하면,

$$P_i = - \int_V \nabla \cdot \vec{S} \, dv \quad (4)$$

$$= - \int_V \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) \, dv$$

이 되고, 벡터 항등식

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{H} \cdot (\nabla \times \vec{E}) - \vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{H}) \quad (5)$$

을 이용하고 Maxwell 방정식

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (6)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f \quad (7)$$

로부터 고려하고 있는 채적 내부에 전도 전류(free current)가 없다면 식 (4)는

$$P_i = \int_V \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \, dv \quad (8)$$

가 된다. 이 power의 공간 평균을 구하면 단위 채적당 공급되는 power 는

$$\vec{H} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (9)$$

이 되고, 이 공급된 power를 시간평균을 취해 양의 값이 된다면 이것이 단위 채적당의 손실이 된다. 시간 평균을 구하면,

$$P_i = \frac{1}{T} \int_T \left(H_x \frac{dB_x}{dt} + H_y \frac{dB_y}{dt} \right) dt \quad (10)$$

로 나타난다. 여기서 T는 주기이다. 이를 극좌표를 사용하여 나타내면

$$P_i = \frac{1}{T} \int_T \frac{d\theta}{dt} (\vec{H} \times \vec{B})_z \, dt \quad (11)$$

$$+ \frac{1}{T} \int_T |\vec{H}| \frac{d|\vec{B}|}{dt} \cos \alpha \, dt$$

여기에서 α 는 \vec{H} 와 \vec{B} 사이의 각이다.

여기에서 우변의 두번째 항은 \vec{H} 와 \vec{B} 가 평행일 때를 가정하면 교번자계에 의한 히스테리시스 손실을 의미하게 된다. 지금 순 회전자계의 경우 우변의 두번째 항은 0이 되고 우변의 첫째 항은 \vec{H} 와 \vec{B} 의 사잇각에 따라 값을 갖게 된다. 이 첫 항을 회전 power loss라 한다.

$$P_r = \frac{1}{T} \int_T \frac{d\theta}{dt} (\vec{H} \times \vec{B})_z \, dt \quad (12)$$

회전 power loss P_r 은 \vec{H} 와 \vec{B} 의 방향이 다르기 때문에 생기는 토크 손실로 해석될 수 있다. 시계 방향의 회전의 경우 한 회전주기의 대부분 동안 \vec{H} 의 phase가 \vec{B} 의 phase보다 크게 될 때, 즉 \vec{B} 가 \vec{H} 를 따라가는 형상이 되면 P_r 값이 양의 값을 갖게 된다. 즉, \vec{H} 와 \vec{B} 의 phase 차이를 잘 표현할 수 있는 2차원 특성(텐서의 값)이 주어진다면 순 회전자계의 경우에 회전 power loss를 구할 수 있다.

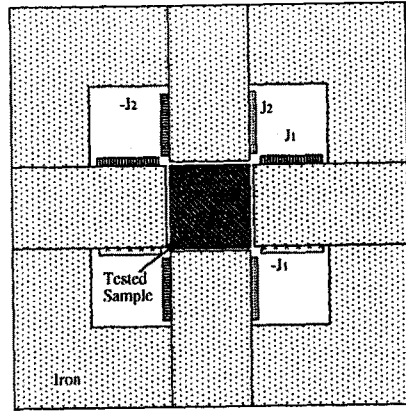


그림 1. 해석 대상 (2차원자장특성 측정장치)

4. 해석 결과

본 논문에서는 철의 2차원 특성 데이터로서 $\mu_{xx}=5000$, $\mu_{yy}=2000$, $\mu_{xy}=1000$, $\mu_{yx}=-1000$ 을 주어 해석하였다. 회전하는 자계를 얻기 위해 그림1의 모델의 J_1 에는 $J_0 \times \cos \theta$, J_2 에는 $J_0 \times \sin \theta$ 를 주고 θ 를 $\pi/24$ 단위로 변화시키면서 정자장 해석을 하였다. 그림 2에 각 θ 에서의 flux 패턴을 나타냈다. 그림 3에 주어진 데이터에서 \vec{B} 가 크기가 일정하게 변할 때 \vec{H} 의 변화와, \vec{B} 와 \vec{H} 의 phase 차이를 나타냈다. 이 그림에서, 주어진 2차원 자장 특성 데이터는 \vec{B} 와 \vec{H} 의 phase 차이를 잘 나타낼 수 있음을 알 수 있다.

이러한 유한요소 해석을 통해 얻어진 \vec{B} 와 \vec{H} 의 결과를 이용하여 식(5)를 이산화하여 회전자계에 의한 손실을 구할 수 있다.

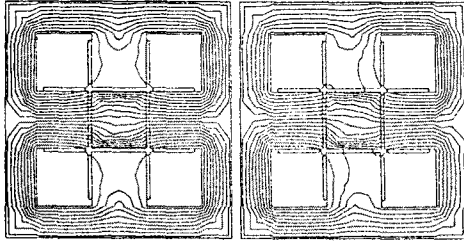
$$P_r = \frac{1}{T} \int_T \frac{d\theta}{dt} (\vec{H} \times \vec{B})_z \, dt \quad (13)$$

$$\approx \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N (\vec{H}_i \times \vec{B}_i)_z (\Delta \theta)_i$$

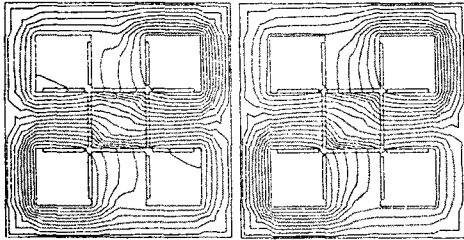
여기서, $(\vec{H}_i \times \vec{B}_i)_z$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (\vec{H}_i \times \vec{B}_i)_z &= H_{xi} B_{yi} - H_{yi} B_{xi} \\
 &= (v_{xxi} - v_{yyi}) B_{xi} B_{yi} + v_{xyi} B_{yi}^2 - v_{yx} B_{xi}^2
 \end{aligned}
 \quad (16)$$

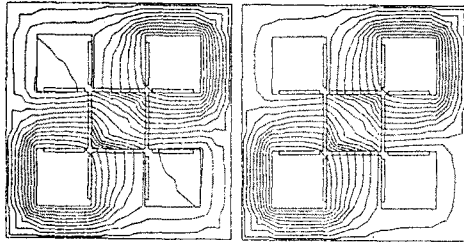
따라서 순 회전자계(pure rotating field)의 경우 손실 계 철손을 계산할 수 있다.



(a) $\theta=0$ 일 때 (b) $\theta = \pi/24$ 일 때



(c) $\theta=2\pi/24$ 일 때 (d) $\theta=3\pi/24$ 일 때

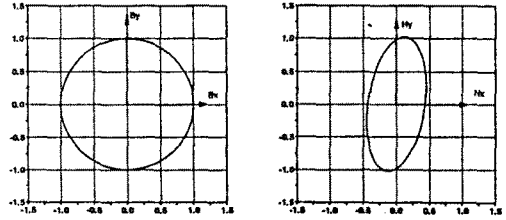


(e) $\theta=4\pi/24$ 일 때 (f) $\theta=5\pi/24$ 일 때

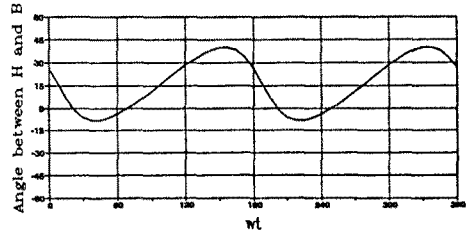
그림 2. 각 θ 값에서의 flux 패턴

5. 결론

본문에 나와 있는 자성체의 2차원 자장 특성 데이터들이 이용하여 유한요소 해석을 하였다. 본 연구를 통해 \vec{B} 가 같은 크기로 회전하는 경우에 대해, 주어진 2차원 무자율 텐서가, 회전 power 손실에 영향을 주는 \vec{B} 와 \vec{H} 사이의 각을 잘 설명해 줄 수 있음을 알 수 있었다. 그러나 실제적으로는 \vec{B} 가 완전한 원으로 회전하는 경우보다는 타원



(a) \vec{B} 의 궤적 (b) \vec{H} 의 궤적



(c) \vec{H} 와 \vec{B} 사잇각의 변화

그림 3. \vec{H} 와 \vec{B} 의 궤적 및 그 사잇각의 변화

으로 회전하는 것이 일반적이므로, 앞으로 \vec{B} 가 타원궤적을 그리며 회전하는 경우에 대한 연구가 필요하다.

참고 문헌

- [1] A. J. Moses and B. Thomas, "Measurement of Rotating Flux in Silicon Iron Laminations", IEEE Trans. MAG-9, No.4, pp.651-654, 1973
- [2] A. J. Moses and B. Thomas, "The Spatial Variation of Localized Power Loss in Two Practical Transformer T-Joints", IEEE Trans. MAG-9, No.4, pp.655-659, 1973
- [3] M. Enokizono, T. Suzuki, J. Sivert and J. Xu, "Rotational Power Loss of Silicon Steel Sheet", IEEE Trans. Magnetics, Vol. 26, No. 5, pp.2562-2564, 1990
- [4] J. G. Zhu and V. S. Ramsden, "Two Dimensional Measurement of Magnetic Field and Core Loss Using a Square Specimen Tester", IEEE Trans. Magnetics, Vol. 29, No.6, pp.2995-2997, 1993
- [5] M. Enokizono, T. Todaka and S. Kanao, "Two-dimensional Magnetic Properties of Silicon Steel Sheet Subjected to a Rotating Field", IEEE Trans. Magnetics, Vol.29, No.6, pp.3550-3552, 1993
- [6] K. Atallah and D. Howe, "Calculation of the Rotational Power Loss in Electrical Steel Laminations From Measured \vec{H} and \vec{B} ", IEEE Trans. Magnetics, Vol.29, No.6, pp.3547-3549, 1993