

Coil Gun 에서 Projectile 에 작용하는 Spinning Force 와 Nutation

김기봉*

* 삼성전기(주) 전동연구실

- Spinning Force and Nutation acting on the Projectile of the Coil Gun - Ki-Bong Kim

Sam Sung Electromechanics Co. Motor Lab.

Abstract - One of the abnormal motions of the projectile in the coil gun is spinning. It is found that the spinning force is closely related with air gap distance. Modified and detail analysis for the spinning is suggested in this paper. Two reasons for spinning force and Lorentz force affecting on the spinning are introduced. Nutation, which is a result of spinning, is explained there after.

1. 서론

현재 세계적으로 연구되고 있는 EML(Electro-Magnetic Launcher)에는 여러가지의 유형이 있으며, coil gun은 이 중의 한가지이다. 대부분의 coil gun은 induction type으로 동작되고 있으며, LIL로 불리어지고 구조적으로는 tubular type linear motor의 형태에 있다. Induction type으로 동작된다는것은 projectile이 barrel과 기계적으로 접촉되지않고도 전류를 공급받는 다는것을 의미하므로, plasma의 발생이나 마찰에 의한 속도의 한계등의 부작용들은 없을것이므로 초고속 EML을 실현시킬수 있는 가장 유력한 방식으로 받아들여진다. 그러나 초고속 추진을 실현하기 위해서는 앞으로 연구되어야할 과제는 아직도 많이 남아 있다.

본전은 LIL의 projectile이 barrel속에서 운동하는 현상중의 하나인 spinning motion과 nutation의 원인에 대해 보다 구체적인 해석을 시도한다.

본전의 내용은 coil gun에 국한되는 것이 아니라 projectile 또는 rotor가 고정되지 않은 상태로 구동되는 형태의 tubular type linear motor 는 물론이고 Electro-Magnetic Bearing의 경우에도 대체적으로 적용할수 있을것이다.

2. LIL의 구조 와 작용력

2-1. 구조

LIL은 전원장치,스위칭 장치,barrel,projectile, 계측장치 등으로 이루어져 있다. Barrel은 다수의 원형코일을 spacer, coil fixer 등과 조합시켜 linear array로 만든다. Barrel이 설치되는 각도에 따라 수직형과 수평형으로 나뉘어지며, projectile은 전기적 도전성이 우수 하면서도 중량이 가벼운 알루미늄 tube를 사용한다. Projectile은 연속된 circular tube이지만, 전체길이를 유도전류가 흐르는 방향으로 미세한 요소로 구분하여 해석하는 lumped circuit analysis [1][2]에 의하여 미세한 폭을 가진 coil의 집단으로 해석한다.(그림 1) Drive coil의 pole pitch는 projectile 길이의 1/2 이다.

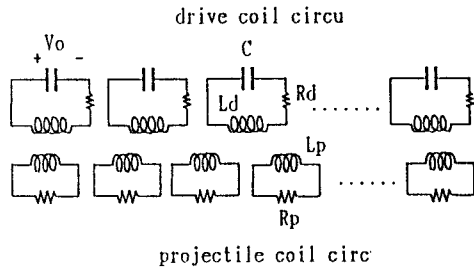


그림 1. LIL의 전기적 동가회로

2-2. 작용력

입의의 거리에 있으며, 서로 y(m)의 거리로 off-center된 하나의 drive coil과 한 요소의 projectile coil을 가정하고 Drive coil의 전류에 의하여 Projectile coil 상에 있는 입의의 점, P₁에 생기는 힘의 vector를 Cartesian 좌표계로 표시하면 그림 2과 같다.

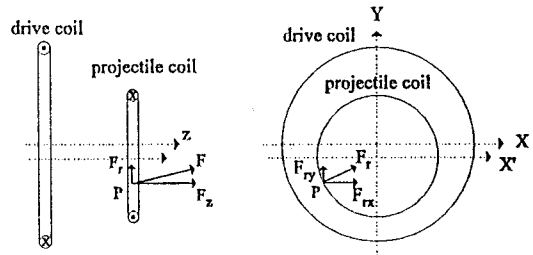


그림 2. Projectile coil 의 입의의 점 P에 작용하는 힘

실제의 동작에 있어서는 그림 2의 전자력에 의한 작용력 이외에 여러가지 기계적, 물리적 작용력이 함께 작용하는데, drive coil 끼리의 충돌에 의한 진동, barrel 자

체의 진동 등이 있다. 또한 중력이 항상 projectile에 작용하는데, 수직형인 경우는 F_z 에, 수평형인 경우는 F_r 에 각각 작용한다.

그림 2에서 나타낸바와 같이 전자기에 의한 작용력은 추진방향에 대한 성분인 F_z 와 직교축 성분인 F_r 로 나뉘어 지며 F_r 성분은 projectile coil의 중심을 향하는 stress로 작용하지만 그림 2에서와 같이 drive coil의 중심축과 projectile coil의 중심축이 이격되어 있는 경우는 상하 작용력의 차이에 해당하는 만큼의 복원력이 발생한다.[2]

3. 회전력 (Spinning force)

3-1. 간섭력

Projectile coil에서 발생된 복원력에 의하여 projectile은 직교축을 향하여 운동하겠지만 그 운동은 이상적으로 직교축을 따라 운동한다고 볼수없다. 그 이유는, projectile에 작용하는 힘이 진함에서 밝힌 추진력과 복원력 이외에 여러가지의 간섭력이 존재하기 때문이다. 이러한 간섭력의 종류로는

- (1) drive coil 과 drive coil 사이에서의 흡입, 반발력에 의한 coil 상호간의 충돌에 의한 진동
- (2) drive coil의 고주파 전류에 의한 coil 자체의 진동
- (3) 자체분포가 이상적인 균형을 이루지 못하므로써의 불완전한 힘의 평형
- (4) Launcher 자체의 진동

등이다.

이러한 간섭력들이 작용하면, projectile이 물리적으로 중심축에 지지되어 있지않으므로 해서, projectile의 복원운동방향은 이상적으로 되지않는다. 그림 3에서는 복원력이 작용하는 방향이 간섭력에 의해 직교축 Y로부터 0의 각도만큼 기울어졌다고 가정하였다.

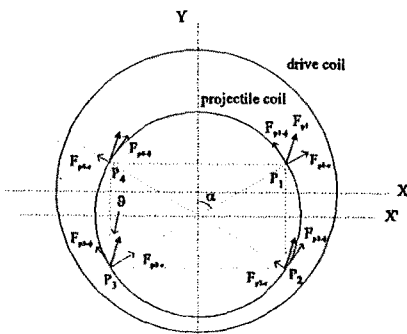


그림 3. 간섭력에 의해 운동방향이 0 만큼 기울은 경우

이 경우, projectile에 작용하는 힘의 분포는 그림 3와 같다. 그림에서, 각점의 힘 F_{pj} , $j=1,2,3,4$ 는

$F_{pj} = F_{rj} + F_i$ 인데, F_{rj} 는 j점에서의 radial force 가운데 y축성분을 나타내며[2], F_i 는 간섭력을 말한다.

그림 3에 나타낸 바와 같이 cylindrical coordination에서 볼때 φ 방향의 분력이 존재하며 이것은 회전력에 해당된다. 이 힘의 크기는, 서로 대칭인 4개의 점 P_1, P_2, P_3, P_4 를 생각하고 P_1 이 y축과 이루고 있는 각도를 α 라고 하면, 각도 α 에서의 4개의 점에서의 힘의 vector합을 0에서 $\pi/2$ (rad) 적분한 값이된다. 즉,

$$F_p = \int_0^{\pi/2} \{ F_{p1} \sin(\alpha - \theta) + F_{p2} \cos(\alpha + \theta) - F_{p3} \sin(\alpha - \theta) - F_{p4} \cos(\alpha + \theta) \} d\alpha \quad (eq.3)$$

이다. 간섭력의 크기는 장체의 모든점에서 대체로 일정하고, 복원력, F_s 의 크기는

$$F_{s(p1)} = F_{s(p4)} < F_{s(p2)} = F_{s(p3)} \text{ 이며, } \int_0^{\pi/2} \sin(\alpha + \theta) d\alpha > \int_0^{\pi/2} \cos(\alpha + \theta) d\alpha \text{의 관계가 있으므로 식3의 값은 항상 } \varphi \text{ 방향의 값을 가지게 된다. 0의 값이 } \pi/2 \text{를 넘지 않으므로 0의 값이 크면 클수록 회전력은 크짐을 알수 있다.}$$

3-2. 기울어진 Projectile

Tubular coil linear motor에서의 rotor나 coil gun에서의 projectile은 그 길이가 일반적으로 지름에 비해 상당히 길다. Projectile의 중심축이 drive coil 중심축과 어긋나는 모습은 projectile의 전단과 후단에서 각각 다른것이 대부분이다.[2],[3],[4] 그림 4는 이러한 모습을 나타낸다.

Drive coil 전류에 의하여 projectile의 서로 다른 두점 A와 B에 유도된 전류를 projectile coordination으로 본 vector는

$$\vec{I}_{pA} = I_{pA} \cos \theta \cdot \vec{a}_\varphi + I_{pA} \sin \theta \cdot \vec{a}_z \quad (eq.4)$$

$$\vec{I}_{pB} = I_{pB} \cos \theta \cdot \vec{a}_\varphi + I_{pB} \sin \theta \cdot \vec{a}_z \quad (eq.5)$$

이다.

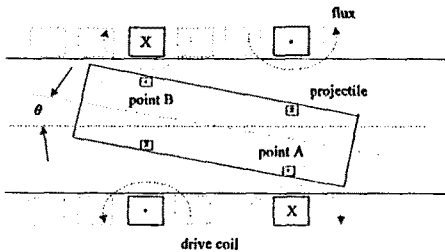


그림 4. 기울어진 Projectile 상태의 자속과 전류

Projectile 각점에서의 자속밀도를 계산할때, coil 이 기울어진 만큼의 nominal radius 증가와 projectile 길이의 간소를 고려하여야 한다.

Point A 와 B 에서 기준축에 대해 α 의 각도를 갖는 입의 외 접에서의 자속밀도 vector 는,

$$B_A = B_{rA} \cos \alpha \cdot \vec{a}_r + (B_{rA} \sin \alpha + B_{zA} \sin \theta) \cdot \vec{a}_\theta + B_{zA} \cos \theta \cdot \vec{a}_z \quad (\text{eq.6})$$

$$\vec{B}_B = -B_{rB} \cos \alpha \cdot \vec{a}_r + (B_{rB} \sin \alpha + B_{zB} \sin \theta) \cdot \vec{a}_\theta + B_{zB} \cos \theta \cdot \vec{a}_z \quad (\text{eq.7})$$

이다. 여기서, 입의 외 접에서의 자속밀도는

$$B_z = \frac{\mu_0 I_d}{2\pi [(R_d+r)^2 + Z^2]^{3/2}} \left[\frac{R_d^2 - r^2 - Z^2}{(R_d-r)^2 + Z^2} \cdot E + K \right]$$

$$B_r = \frac{\mu_0 I_d Z}{2\pi r [(R_d+r)^2 + Z^2]^{3/2}} \left[\frac{R_d^2 + r^2 + Z^2}{(R_d-r)^2 + Z^2} \cdot E - K \right]$$

이며, E 와 K 는 제1종 및 제2종 complete elliptic integrals 로써

$$E = \int_0^{\pi/2} (1 - \kappa^2 \sin^2 \theta)^{1/2} d\theta$$

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{(1 - \kappa^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} d\theta$$

$$\kappa^2 = \frac{4R_d r}{(R_d+r)^2 + Z^2}$$

$$r = [(y + R_p \cos \alpha)^2 + (R_p \sin \alpha)^2]^{1/2}$$

이며, y 는 projectile 의 off-center 거리, Rd,Rp 는 각각 drive coil, projectile coil 의 반경, Z 는 두 coil 사이의 간격이다.[2][5]

Ampere's law of force 에서 구한 작용력중 회전력성분은 A지점과 B지점에서 각각

$$F_{A\theta} = - \int_0^{2\pi} I_p B_{rA}(\alpha) \sin \theta \cos \alpha d\alpha$$

$$F_{B\theta} = - \int_0^{2\pi} I_p B_{rB}(\alpha) \sin \theta \cos \alpha d\alpha$$

이된다.

기울어진 각도와 해석하려는 drive coil의 위치에 따라, 각점에서의 전류와 자속밀도의 크기는 다르겠지만 대수합의 절대크기는 항상 같은 부호의 값을 갖는다. 전체 projectile 길이에 대해, 식8 과 같은 각지점에서의 힘을 적분하면 입의 외 접, 0,로 기울어진 projectile 에서의 전체 회전력이 된다.

Drive coil 의 전류방향이 반대인 경우는 유도전류의 방향도 동시에 반대이므로 힘의 부호는 역시 동일하다. 이 회전력에 의하여 projectile은 회전 가속력을 가지고 회전운동을 하게된다.

3-3. Lorentz Effect에 의한 회전력

복원력과 회전력이 공존하고 있는 그림 5 과 같은 운동계를 가정하면 진행들에서 설명한 힘의 원인에 의하여 projectile 은 회전운동을 하게 되는데, 이 운동은 drive coil 의 전류가 만든 강한 자기속에서 이루어 지게된다. 따라서 Lorentz effect 로 표현되는 2차적 유도전류가 projectile coil 에 흐르게 되고, 이 전류와 외부 자계의 관계에서 projectile 은 또다른 힘을 가지게된다.

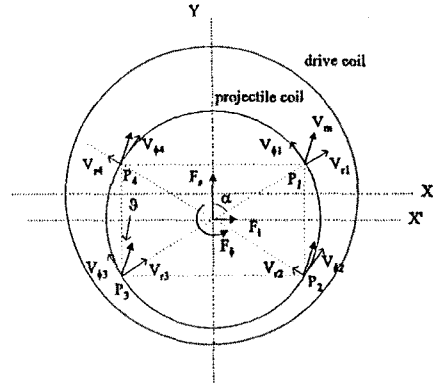


그림 5. 회전하고 있는 projectile 에서의 운동계

그림 5 과 같이 서로 대칭관계에 있는 4개의 점에서는 서로다른 운동속도 vector 와 자속밀도vector 가 존재한다. Projectile coil 의 도전율을 σ 라 할때, 운동 moment 에 의하여 유기된 유도전류의 식은 $\vec{j} = \sigma(\vec{v} \times \vec{B})$ 의 기본식에서 부터 유도된다. 일반적으로 projectile coil 에서의 두께는 매우 얇다. 따라서 전류식에서 radial 성분은 무시된다.

그림 5 에서의 4개의 점에 있어서, Lorentz 유도전류에 의해 생긴 projectile 에서의 힘 가운데, 회전력 성분은, 각점 P1,P2,P3,P4 에서의 힘을 각도 α 에 대한 함수로 표시하고, 합력을 각도 구간에 대해 적분하여 구할수 있다. 즉, Projectile coil 의 두께를 δ , 한개coil 의 폭을 ℓ , 기하학적 반경을 R_2 라고 하면,

$$F_{L\theta} = -\sigma \delta R_2 \ell \int_0^{2\pi} [(v_{r1} - v_{r2}) \cdot (B_{rA}(\alpha) B_{rA}(\alpha) + B_{rB}(\alpha) B_{rB}(\alpha)) + (v_{r2} - v_{r1}) \cdot (B_{rB}^2(\alpha) - B_{rA}^2(\alpha))] d\alpha \quad (\text{eq.17})$$

이다.

이식에서 $(v_{r1} - v_{r2}) \cdot (v_{r2} - v_{r1}) \cdot (B_{rA}^2(\alpha) - B_{rB}^2(\alpha))$ 는 항상 positive 값을 갖는다. 따라서, 이 회전력은 - η 의 회전 방향을 갖으며, 이는 1차적 작용 회전력에 대한 억제력을 의미한다. 그러나 그 크기는 진행의 회전력에 비하여 그리 크지않다.

4. Nutation

Projectile 에 작용하는 힘은 여러가지 이유로 균일하지 않다. 또한 대부분의 경우, projectile 의 자세는 oblique 된다.[2][4] 이때,Projectile 의 상부와 하부는 같은 회전 방향을 가지므로 projectile 과 같은 고정되지 않은 강체

(rigid body)는 공간에서 중심(重心, center of mass)를 기준으로 움직인다. 상부와 하부의 운동방향은 그림 5에서의 x 축 운동성분방향이 된다. 이러한 운동은 외형상 barrel의 원주를 공진하는 것으로 나타난다.[5]

이 회전 가속력을 얻을수 있는 시간이 충분하였지만, 실험(3)의 경우는 projectile이 launching 되므로써 가속될 시간이 없었다. 이는 회전력이나 복원력의 크기가 추진력에 비해 매우적은 사실을 증명한다.[3]

5. 실험 및 결론

5-1. 실험방법

Projectile의 spinning을 증명하기 위한 실험으로 수직형 EML을 사용한다. 수평형 EML에 비하여 수직형 EML을 사용하는 이유는 복원력에 중력이 작용하지 않도록 하기 위함이다. 이 실험을 위하여 동일한 수직형 EML에 여러가지의 다른 projectile이 사용되었는데 그 규격은 다음과 같다. 이때, projectile의 외면에는 marking을 하여 회전하는 모습이 쉽게 관측 되도록 한다.

- (a) 외경 = 6.3 cm, 길이 = 12 cm, 두께 = 0.12 mm
- (b) 외경 = 6.28 cm, 길이 = 12 cm, 두께 = 0.10 mm
- (c) 외경 = 5.22 cm, 길이 = 12 cm, 두께 = 0.10 mm
- (d) 외경 = 4.78 cm, 길이 = 12 cm, 두께 = 0.165 mm
- (e) 외경 = 5.09 cm, 길이 = 8 cm, 두께 = 0.165 mm

Variac으로 입력 전압의 값을 조절하여, projectile에 작용하는 수직 추진력이 중력과 일치되도록한다. 즉, projectile이 barrel 가운데서 floating되도록한다. 진항에서 열거한 여러 size의 projectile을 사용 하여 운동모습을 관측한다.

5-2. 실험 결과 및 결론

(1) Projectiles (a) 또는 (b)를 사용 하면, barrel 내면과 projectile 외면 사이의 간격, 즉 air gap은 0.3mm 이하가 된다. 이 경우, projectile은 floating한 상태에서 barrel의 한쪽면에 닿아 청지 한듯 있으면서 회전하지는 않는다.

(2) Projectiles (c),(d) 또는 (e)를 사용하는 경우 air gap은 약 5.5~7.5 mm 정도가 된다. 이 경우에는 projectile이 공전과 자전을 하게 된다. 즉, spinning과 nutation을 하게 된다.

(3) 앞서 사용한 (C),(d),(e) projectile을 사용하고, 동작 mode를 바꾸어 projectile을 launching시킨다. 이때, projectile 외면에 있는 marking을 관측하면 projectile이 회전하지 않음을 본다. 이상의 실험결과에서 다음의 결론을 얻는다.

실험(1)에서는 projectile이 spinning하지 않았으나, 실험(2)에서는 spinning하였다. 이 두가지에서의 차이점은 air gap에 있다. 즉, air gap이 클때, 교차축으로의 운동이 생기고, projectile이 기울어질수도 있다. 따라서 회전력은 projectile의 자세와 교차축 운동에 의함을 알 수 있다. 이러한 회전력의 크기는 그리 크지 않다는것은 실험(2)와 실험(3)의 비교에서 알수 있다. 즉, 실험(2)의 경우 관측시간이 상대적으로 길므로써 projectile

참고문헌

- [1] J.L.He, E.Levi, Z.Zabar and L.Birenbaum, "Equivalent circuits and parameters for induction type electromagnetic launchers", IEEE transaction on Magnetics, Jan. 1993, Vol. 29, No.1, pp667-674
- [2] Kibong Kim, "Analysis of Projectile Stability in Linear Induction type Electromagnetic Launcher", Ph.D dissertation, New York Polytechnic university, June 1993
- [3] Kibong Kim, Z.Zabar, E.Levi, L.Birenbaum "In-bore projectile dynamics in the linear induction launcher. part 1. Oscillations", IEEE Magnetics 7th EML conference proceeding, April 1994
- [4] Kibong Kim, Z.Zabar, E.Levi, L.Birenbaum, "In-bore projectile dynamics in the linear induction launcher. part 2. balloting, spinning & nutation", IEEE Magnetics 7th EML conference proceeding, April 1994
- [5] Static and dynamic electricity / William. R. Smythe / McGraw-Hill 1950
- [6] Vector Mechanics for Engineers, Statics and Dynamics / F.P. Beer and R. Johnston Jr / 3rd edition. 1977