

## 유한장 선로의 3차원 전계 해석에 관한 연구

\*이 병윤\*, 명 성호\*, 민 석원\*\*, 김 응식\*\*\*, 박 종근\*  
 \* 서울대학교 \*\* 순천향대학교 \*\*\* 호서대학교

### A Study on 3 Dimensional Electric Field Analysis of the Finite Transmission Line

\*Byeong-Yoon Lee\*, Sung-Ho Myung\*, Suk-Won Min\*\*, Eung-Sik Kim\*\*\*, Jong-Keun Park\*  
 \* Seoul Nat'l Univ., \*\* Soon Chun Hyang Univ., \*\*\* Ho Seo Univ.

**Abstract**

This paper describes a methodology for the three dimensional electric field calculation around parallel and orthogonal transmission lines.

A nonuniform modeling method of finite line using linear line charges is proposed through the error analysis.

Several examples of three dimensional electric field calculation are carried out by this method.

**1. 서 론**

전력계통의 증대에 따라 이에 의한 인체및 기기에 미치는 전계영향 문제가 최근 사회적문제로 까지 대두되고 있는 바 이러한 문제의 분석을 위해서는 먼저, 전력 설비로부터 발생하는 전계를 정확히 해석하는 것이 그 기본단계이다. 실제로 인체및 기기에 영향을 주는 전력 설비중에서 우리가 쉽게 접하고 사회적으로 문제가 되는 것은 송전선로나 전력소이다. 이 중 송전선로에 대해서는 선로를 무한장으로 가정할 영상전하법이나 전하중첩법에 의한 2차원 해석 연구는 많이 이루어졌으나 실제 송전 철타이 있거나 주변에 fence나 피유도체가 있을 경우의 3차원해석은 거의 이루어지지 않았으며 특히 전력소의 경우와 같이 선로배치가 서로 직교하는 topology가 복잡한 환경에서의 전계 계산은 이루어진 일이 없는 데 이것은 결국 유한장 선로의 3차원 전계 계산의 어려움에 기인하는 것이다. 선로를 3차원 유한장으로 취급하는 경우 선로의 위치에 따라 전하 분포가 일정치 않기 때문에 많은 모의 전하가 필요하게 되어 해석이 매우 어렵게 된다. 그러므로 본 연구에서는 3차원 유한장 선로의 전계를 구하기 위해 일차적으로 효율적인 오차 분석을 통해 오차를 최소화 하면서 실제 전기 환경 문제에 충분히 적용 될수 있는 최소의 전하와 그 배치에 관한 3차원 유한장 선로의 Nonuniform Modeling 기법을 제안하고자 한다. 또한 본 연구에서는 전하의 갯수를 줄이면서 오차를 최소화하기 위해서는 전하를 상수가 아닌 1차 함수로 표현되는 직선 전하를 사용하는 것이 효율적으로 판단 되어 직선 전하에 관한 3차원 전위, 전계 해석식을 전개 할 것 이다. 그리고 응용에 로 평행한 유한장 선로뿐만 아니라 선로가 서로 직교하는 복잡한 topology의 3차원 DC및 AC 전계 계산에 대해서도 본 연구에서 오차 분석을 통해 제안된 Nonuniform Modeling 방법과 직선 전하에 관한 3 차원 전위, 전계 해석식을 적용하여 그 해를 구하고자 한다.

**11. 직선 전하에 의한 전위및 전계 해석**

유한장 선로의 전하 분포는 선로의 위치에 따라 일정치 않기 때문에 선로에 많은 전하를 배치 하여야 하며 그 분포는 그림 1 처럼 유한장 선로의 양 끝에서 가장 높은 전하 밀도를 이룰 것으로 여겨 진다. 따라서 상수 전하보다는 1차 함수로 표현되는 직선 전하를 사용하는 것이 보다 효율적 이므로 먼저 본 연구에서는 직선 전하에 의한 3차원 전위 전계 해석식을 전개 하고자 한다.

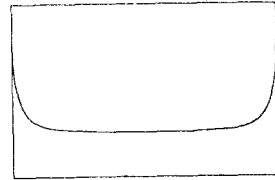


그림 1. 유한장 선로의 전하 분포

다음 그림 2 와 같은 공간 좌표계에 X 축에 평행한 유한장 선로가 놓여 있을 때 선로의 전하를 직선 전하로 모의 하면.

$$\sigma = AX+B \quad \dots\dots (1) \quad \text{이때 임의의 지점 P에서의전위는}$$

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma ds}{l} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma dX}{l}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} \frac{AX+B}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2+(Z-z)^2}} dX \quad \dots\dots (2) \text{이다.}$$

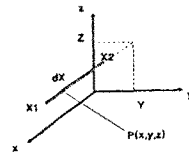


그림 2. 공간 좌표계

X1 위치에서의 전하값을  $\sigma_1$ ,  
 X2 위치에서의 전하값을  $\sigma_2$ ,  
 라고 하면 직선 전하 (1) 식은  
 다음과 같이 표현 된다.

$$\sigma(i) = \frac{X_2 - X}{X_2 - X_1} \sigma_1 + \frac{X - X_1}{X_2 - X_1} \sigma_2, \dots\dots (3)$$

(3)식을 (2)식에 대입하여 적분식을 해석적으로 풀면 임의의 지점 p에서의 전위  $\phi$  를 구할 수 있다.

그리고 임의 지점 p에서의 전계는 다음 (4) 식으로 부터 유도 된다.

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial X} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(AX+B)(x-X)}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2+(Z-z)^2}^{3/2}} dX$$

$$E_y = -\frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(AX+B)(y-Y)}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2+(Z-z)^2}^{3/2}} dX$$

$$E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial Z} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(AX+B)(z-Z)}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2+(Z-z)^2}^{3/2}} dX \dots (4)$$

### III. 유한장 선로의 Modeling 및 전하분포 분석

유한장 선로의 전하 분포를 구하기 위해서는 먼저 선로에 적절하게 전하를 배치하여야 하는 데 그림 1 처럼 전하 분포가 양 끝에서 Nonlinearity가 강하므로 이 부분에 보다 많은 전하를 Nonuniform한 형태로 배치해야 할 것이다. 이러한 개념으로 본 연구에서는 유한장 선로를 Nonuniform한 여러개의 직선 전하로 분할하여 Modeling 하는 방법을 사용하여 좋은 결과를 얻을 수 있었으며 다음 표 1에 유한장 선로를 12개의 직선 전하로 Modeling 하였을때 Nonuniform 한 전하 배치의 예를 나타내었다.

표 1. 유한장 선로의 Nonuniform 직선전하 배치도(L=선로 길이/2)

| q1   | q2    | q3     | q4     | q5    | q6   | q7   |
|------|-------|--------|--------|-------|------|------|
| 1.0L | 0.99L | 0.885L | 0.725L | 0.55L | 0.3L | 0.0L |

3차원 전위 및 전계 계산의 정밀도는 전하의 배치가 적절하다면 결국 Modeling 하는 전하의 갯수에 따라 결정될 것 이므로 본 연구에서는 먼저 모의 전하의 갯수에 따른 계산의 정밀도 즉, Check Point(검사점)에서의 오차를 Single line 및 multiple line 에서 다음 표 2 와 같이 분석 하였다.

표 2. 유한장 선로의 모의 전하의 갯수에 따른 검사점에서의 오차 ( 선로 길이= 20.0, 선로 반경= 0.1, 선간 거리=2.0 )

|    | DC 1 LINE | DC 3 LINE | DC 6 LINE | AC 6 LINE<br>(ABCABC) | AC 6 LINE<br>(ABCCBA) |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------------------|-----------------------|
| 13 | 0.074     | 0.076     | 0.076     | 0.072                 | 0.075                 |
| 11 | 0.132     | 0.135     | 0.139     | 0.103                 | 0.115                 |
| 9  | 0.256     | 0.282     | 0.281     | 0.236                 | 0.249                 |
| 7  | 0.671     | 0.735     | 0.730     | 0.546                 | 0.597                 |
| 5  | 1.482     | 1.463     | 1.422     | 1.513                 | 1.552                 |
| 3  | 3.799     | 4.573     | 4.660     | 3.565                 | 3.738                 |
| 1  | 5.283     | 7.059     | 7.686     | 4.233                 | 4.697                 |

다음 그림 3. 은 6 개의 Multiple line 에서 12 개의 직선 전하를 배치 하였을때 검사점에서의 선간거리에 따른 오차를 분석한 그림이다.

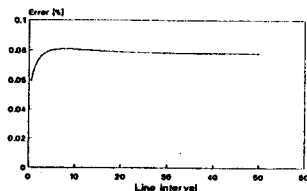


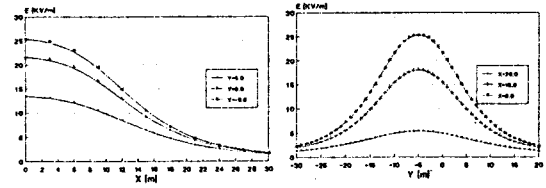
그림 3. 선간 거리에 따른 검사점에서의 오차

### IV. 유한장 선로하의 전위, 전계 계산 및 오차 분석

앞의 III. 장에서 분석한 오차는 Boundary condition 과 같은 선상에 있는 도체 표면 검사점에서의 결과이다. 실제의 전기 환경 문제에서는 지표면 1m 지점에서의 전계 값을 기준으로 하고 있으므로 이 지점에서의 전위, 전계 값을 계산 하여야 하며 여기에서의 오차가 검사점에서의 오차와 어떤 관계가 있는지 분석 하여야 실제 전기 환경 문제에 적합한 Modeling 할 수 있게 된다. 따라서 본 연구에서는 이를 위하여 다음과 같은 조건에 의하여 DC 6 Multiple line 및 AC 6 Multiple line 에 대하여 simulation 하였으며 그 결과를 그림 4. 부터 그림 5. 까지 에 나타내었다.

#### Simulation 조건

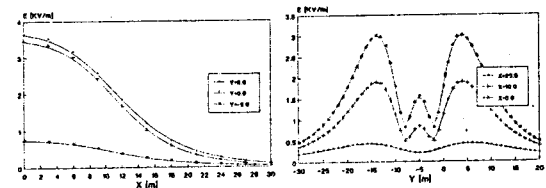
- 선로 길이 : 20 m 유한장 선로
- 선로 반경 : 10 cm
- 선로 높이 : 지표면으로부터 10 m
- 선간 길이 : 2 m
- 선로 전압 : 345 KV
- 상 배열 : ABCABC, ABCCBA ( AC 모델인 경우 )
- 계산 지점 : 지표면으로부터 1 m 위인 지점(X, Y는 Variable)



(a) X 축 방향

(b) Y 축 방향

그림 4. 유한장 DC 6 Multiple line 하의 전계값

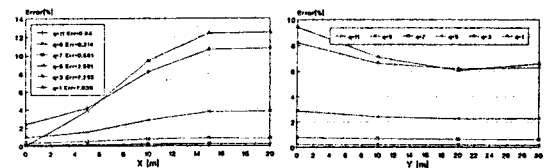


(a) X 축 방향

(b) Y 축 방향

그림 5. 유한장 AC 6 Multiple line 하의 전계값

한편, DC 6 Multiple line 유한장 선로를 12개의 직선 전하로 Modeling 하였을 때를 기준으로 하여 모의 전하의 갯수에 따른 계산점에서의 오차를 그림 6.에 나타내었다. 이 분석 결과로 볼 때 각 상당 유한장 선로를 최소 6 개 이상의 직선 전하로 Modeling 하면 임의의 계산 지점에서 오차를 1% 이하로 유지함을 확인할 수 있었다. 따라서, 본 연구에서는 향후 모델이 매우 커져 많은 유한장 선로를 Modeling 할 필요가 있을 경우에는 각 상을 6 개의 직선 전하로 modeling 할 것을 제안 하고자 한다.



(a) X 축 방향

(b) Y 축 방향

그림 6. 유한장 DC 6 Multiple line 하에서의 오차

## V. 직교 모델 유한장 선로의 전계 계산

3차원 전계 계산은 평행한 유한장 선로의 경우에도 꼭 필요 하지 만 선로의 Topology가 전력소의 경우와 같이 서로 직교 하는 보 다 복잡한 경우에 필수 불가결하다 할 것이다. 이와 같은 경우 는 앞의 II 장에서 구한 해석식이 X 축에 평행한 것이므로 이 식 을 Y 축에 평행한 식으로 나타내면 다음 식 (5)와(6)을 얻을 수 있다.

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{qdS}{l} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{y_1}^{y_2} \frac{qdY}{l} \\ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{y_1}^{y_2} \frac{AY+B}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2+(Z-z)^2}} dY \quad \dots\dots(5)$$

$$E_y = -\frac{\partial\phi}{\partial Y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{y_1}^{y_2} \frac{(AY+B)(y-Y)}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2+(Z-z)^2}} dY$$

$$E_x = -\frac{\partial\phi}{\partial X} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{y_1}^{y_2} \frac{(AY+B)(x-X)}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2+(Z-z)^2}} dY$$

$$E_z = -\frac{\partial\phi}{\partial Z} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{y_1}^{y_2} \frac{(AY+B)(z-Z)}{\sqrt{(X-x)^2+(Y-y)^2+(Z-z)^2}} dY. \quad (6)$$

X 축 방향 유한장 선로가 N 개, Y 축 방향 유한장 선로가 M 개 인 직교 topology를 갖는 모델을 해석하고자 할 때,  $1 < i \leq N$  까 지 는 II 장의 (2)식을 적용하고  $N < i \leq M$  까지는 (5)식을 적용 하 여 전위 계수 행렬 P 를 구한 다음 (7)의 행렬식에서 전하량 [Q] 를 얻을 수 있다.

$$[P] \cdot [Q] = [\phi] \quad \dots\dots(7)$$

## VI. 응용 예

여기에서는 그림 7.의 DC line 직교 모델과 그림 8.의 AC line 직교 모델에 대하여 본 연구에서 제안한 방법을 적용하여 전기 환경의 관점에서 보는 지표면 1 m 위에서 3차원 전계값을 계산 하였으며, 그 결과를 각 축에서의 Lateral profile로 나타내 었다.

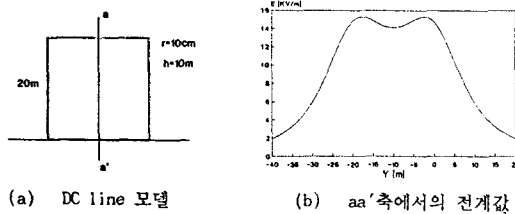
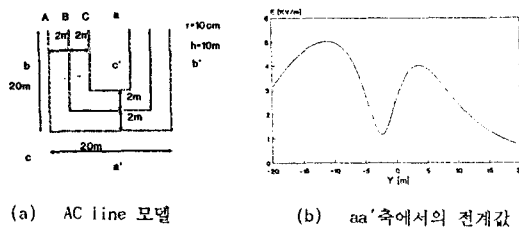
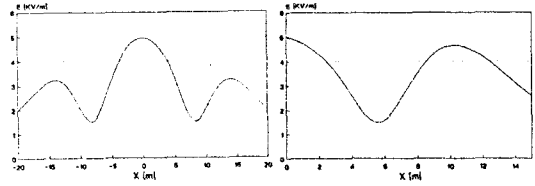


그림 7. DC line 모델과 aa'축에서의 전계값



(a) AC line 모델 (b) aa'축에서의 전계값



(c) bb'축에서의 전계값 (d) cc'축에서의 전계값

그림 8. AC line 모델과 각 축에서의 전계값

## VII. 결 론

유한장 선로의 3차원 전계 계산에 대한 본 연구의 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 유한장 선로의 3 차원 전계계산에는 1차 함수로 표현되 는 직선 전하를 사용하는 것이 효과적이었으며 이를 위해 직선 전하에 의한 3 차원 전위 전계식을 사용하였다.
- (2) 유한장 선로에 직선전하를 사용하는 경우 양 끝에서의 비선형성을 고려해 Nonuniform한 배치가 이상적이었으며 본 연 구의 결과로는 6개 이상의 직선 전하를 사용하면 오차를 0.7% 이하로 줄일 수 있었다.
- (3) 선로가 평행한 경우 뿐만 아니라 서로 직교하는 모델에 대해서도 전위 계수 행렬을 구할 수 있도록 하여 본 연구의 결 과를 Substation과 같은 복잡한 Topology의 모델에도 적용할 수 있도록 하였다.

## 참 고 문 헌

1. EPRI(Electric Power Research Institute, "Transmission Line Reference Book-345 KV and Above," 2nd Ed. Chap. 8, 1982
2. 河野照哉, 宅間董, 數値電界計算法, Corona 社, 1980
3. H. Singer, H. Steinbigler, P. Weiss, "A Charge Simulation Method for the Calculation of High Voltage Fields," IEEE Trans. on PAS, Vol. 93, pp.1660-1668, 1974
4. J. E. T. Villas, F. C. Maia, D. Mukbedkar, Vasco S. Pacosta, "Computation of Electric fields Using Ground Grid Performance Equations," IEEE Trans. on PWRD, Vol. PWRD-2, No. 3, pp.709-716, July, 1987
5. Nazar H. Malik, "A Review of the Charge Simulation Method and its Application," IEEE Trans. on Electrical Insulation, Vol. 24, No. 1, pp.3-20, February, 1989
6. M. Abdel-Salam, M. Th. El-Mohardes, H. El-Kishky, "Electric Field around Parallel dc and Multi-phase ac Transmission Lines," IEEE Trans. on Electrical Insulation, Vol. 25, No.6, pp. 1145-1152, December, 1990
7. Tadasu Takuma, Chikahisa Honda, Tetsuya Akashi, "Electric Fields Calculation of Electrode Corners Using Charge Simulation Method with Arc Charges," IEE of Japan, Vol. 113-A, Vol-5, pp.382-389, 1993