

GMDH 기법에 의한 모델추종형 비선형 제어시스템 구성에 관한 연구

황 창 선, 김 문 수, 김 동 원, 이 경 홍, 심 재 식
부산대학교 전기공학과

A Design on Model Following Nonlinear Control System Using GMDH

C. S. Hwang, M. S. Kim, D. W. Kim, *K. H. Lee, J. S. Shim
Department of Electrical Engineering, Pusan National University

Abstract : Modelling theory, based on differential equations, is not an adequate tool for solving the problems of complex system. Identification of complex system using GMDH(group method of data handling) is more appropriate for this problems.

In this paper, GMDH algorithm is used to identify the nonlinear plant and to design model following nonlinear control system. Simulation for the DC motor show the good performance of model following nonlinear control system.

1. 서 론

입출력 경로를 추적하여 미분방정식을 구성하는 모델링 방법은 복잡한 시스템을 표현하기 매우 어렵다. 물리적 의미를 가진 모델링식을 이용하지 않고 입출력 데이터로서 시스템을 식별(identification)하는 방법에는 여러가지가 있다. 그 중 한가지 방법으로서는 발견적 자기조직화(heuristic self organization)을 통한 식별방법인 GMDH 알고리즘은 적은 입출력 데이터로써 복잡한 다변수 비선형시스템을 식별할 수 있다.

GMDH 기법에는 부분표현식을 다양화하는 방법[1], 부분표현식의 규범으로서 PSS(prediction sum of squares)[2] 혹은 AIC(Akaike's information criterion)[3]를 이용한 GMDH 기법, 시스템의 파라미터를 퍼지화한 GMDH 기법[4], 그리고 주 성분회귀분석을 통한 GMDH 기법[5] 등이 있다.

본 연구에서는 주 성분 회귀 분석을 통한 GMDH 기법을 이용하여 비선형성을 가진 플랜트를 식별하고, 그 식별모델을 이용하여 비선형 제어기를 설계하며 기준모델의 출력에 추종하도록 하는 모델추종형 비선형 제어시스템의 구성법을 연구한다. 또한 비선형 부하를 가진 DC 모터에 대한 시뮬레이션을 통하여 그 유효성을 입증한다.

2. GMDH 기법

시스템의 완전표현식을 식(1)의 Kolmogrov-Gabor의 다항식이라고 한다.

$$\phi = a_0 + \sum_i a_{1i}x_i + \sum_{i,j} a_{2ij}x_i x_j + \sum_{i,j,k} a_{3ijk}x_i x_j x_k + \dots \quad (1)$$

시스템의 부분표현식은 식(2)와 같은 2변수 2차 다항식 구조에서 변수의 축차선택을 행한다.

$$x_k = a_0 + a_1x_i + a_2x_j + a_3x_i x_j + a_4x_i^2 + a_5x_j^2 \quad (2)$$

평가규준으로서는 정보규준량 AIC를 이용하여 최적인 부분표현식을 선택한다.

GMDH 기법의 흐름선도와 블록선도는 그림 1, 2와 같다.

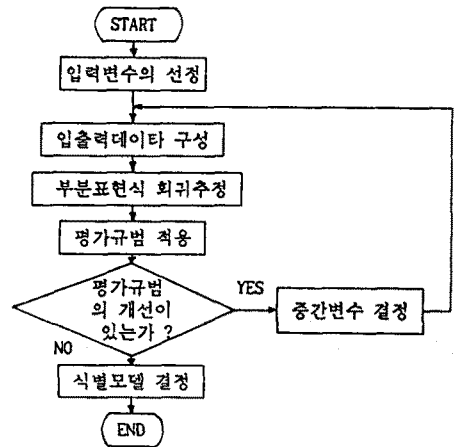


그림 1 GMDH 기법의 흐름선도

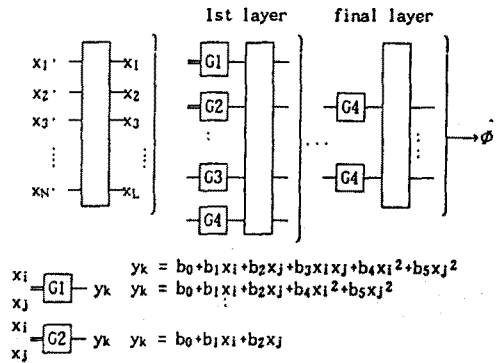


그림 2 GMDH 기법의 블록선도

평가규범인 정보규준량 AIC는 다음과 같다[3]. N조의 입출력 데이터에 대해서 k 변수의 중회귀 모델을 식(3)이라 가정한다.

$$\phi = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_kx_k + e \quad (3)$$

여기서 $x_i (i=1, 2, \dots, k)$ 는 입력변수, ϕ 는 출력변수, e 는 다른항에 독립이면서 평균 0이고 분산 σ^2 인 정규분포라고 할 때 AIC는 식(4)로 규정된다.

4. 시뮬레이션

플랜트는 DC 모터로 하며 DC 모터 다이내믹스는 식(20), 식(21)로 주어진다.

$$K * \omega_p(t) = -R_a i_a(t) - L_a [di_a(t)/dt] + V_t(t) \quad (20)$$

$$K * i_a(t) = J [d\omega_p(t)/dt] + D \omega_p(t) + T_L(t) \quad (21)$$

여기서 부하토크 $T_L(t)$ 는 식(22)와 같은 비선형 부하인 승풍부하를 채택한다.

$$T_L(t) = \mu \omega_p^2(t) [\text{sign}(\omega_p(t))] \quad \mu: \text{상수} \quad (22)$$

식(20), (21)을 이산시간모델로 바꾸면 식(23)과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_p(k+1) = & \alpha \omega_p(k) + \beta \omega_p(k-1) \\ & + \gamma [\text{sign}(\omega_p(k))] \omega_p^2(k) \\ & + \delta [\text{sign}(\omega_p(k))] \omega_p^2(k-1) + \xi V_t(k) \quad (23) \end{aligned}$$

시뮬레이션을 위해 사용한 DC 모터사양 및 동작조건은 다음과 같다[7].

(1) DC 모터사양

$$\begin{aligned} J = 0.068 \text{ [Kg m}^2\text{]} & \quad K = 3.475 \text{ [Nm A}^{-1}\text{]} \\ R_a = 7.56 \text{ [\Omega]} & \quad L_a = 55 \text{ [mH]} \\ D = 0.03475 \text{ [Nm sec]} & \quad \mu = 0.0039 \text{ [Nm sec}^2\text{]} \\ T = 40 \text{ [msec]} & \end{aligned}$$

(2) 동작조건

$$\begin{aligned} -30.0 < \omega_p(k) < 30.0 \text{ [rad/sec]} \\ |\omega_p(k-1) - \omega_p(k)| < 1.0 \text{ [rad/sec]} \\ |V_t(k)| < 100 \text{ [V]} \end{aligned}$$

DC 모터의 식별을 위한 식(16)은 입력변수들의 값이 모두 0 일 때 출력변수 $u(k)$ 는 반드시 0이 되므로 식(2)의 중회귀 모형은 식(24)와 같이 절편항(intercept term)을 제거한 부분표현식을 채택하였으며 평가규범으로서는 AIC를 사용했다.

$$x_k = a_1 x_{k-1} + a_2 x_{k-2} + a_3 x_{k-3} + a_4 x_{k-4} + a_5 x_{k-5} \quad (24)$$

제어입력인 단자전압은 식(25)와 같은 임의의 trajectory를 선정한다.

$$V_t(k) = 50 \sin(2\pi k t / 7) + 45 \sin(2\pi k t / 3) \quad \forall kt \in [0, 20] \quad (25)$$

입력변수로는 $\omega_p(k)$, $\omega_p(k-1)$, $\omega_p(k-2)$ 를 각각 x_1 , x_2 , x_3 로 두고 $V(k-1)$ 을 추정하고자 하는 \hat{V} 로 두어 식별한 결과는 다음과 같으며 실제값과 추정된 값은 그림 5에 나타내었다.

(1) layer 1 최적부분표현식

$$y_1 = 5.5635x_1 - 2.0048x_2 \quad (26)$$

$$y_2 = 4.5607x_1 - 1.0057x_3 \quad (27)$$

$$y_3 = 9.1009x_2 - 5.5632x_3 \quad (28)$$

(2) layer 2 최적부분표현식

$$\hat{V} = -52.9150y_1 + 53.9230y_2 - 1.3443y_1y_2 + 1.3443y_2^2 \quad (29)$$

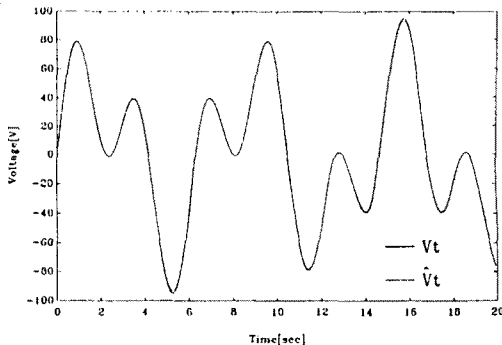


그림 5 DC 모터의 실제 단자전압과 추정된 단자전압 - 327 -

DC 모터에 대한 모델추종형 비선형 제어시스템을 구성한 후 식(30)과 같은 임의의 speed trajectory에 대한 추종성능은 그림 6과 같다.

$$\omega_m(k) = 10 \sin(2\pi k t / 4) + 16 \sin(2\pi k t / 7) \quad \forall kt \in [0, 20] \quad (30)$$

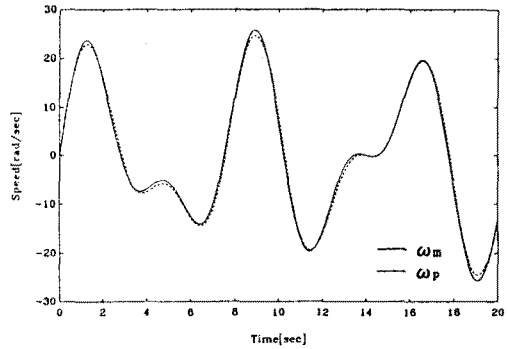


그림 6 임의의 speed trajectory에 대한 추종성능

5. 결론

비선형 플랜트에 대한 제어문제를 해결하는 방법으로서 GMDH 기법을 이용한 모델추종형 비선형 제어시스템의 구성법을 보였으며 비선형 부하를 가진 DC 모터에 적용하여 유효성을 입증했다. 이러한 제어구조에서 생기는 추종오차는 식별모델의 정도(accuracy)에 따라 좌우되며 추종오차의 감소를 위해서는 식별기술의 향상이 요구된다.

6. 참고 문헌

- [1] Hiroyuki Tamura, Tadashi Kondo, "Revised GMDH algorithm using self-selection of optimal partial polynomials and its application to large-spatial air pollution pattern identification", SICE, Vol. 13, No. 4, 1977, pp.351-357.
- [2] Hiroyuki Tamura, Tadashi Kondo, "Revised GMDH algorithm using prediction sum of squares(PSS) as a criterion for model selection", SICE, Vol. 14, No. 5, 1978, pp.519-524.
- [3] Hiroyuki Tamura, Tadashi Kondo, "Revised GMDH algorithm of self-selecting optimal intermediate polynomials using AIC", SICE, Vol. 15, No. 4, 1979, pp.466-471.
- [4] Isao Hayashi, Hideo Tanaka, Toshio Ohono, Fusetsu Takagi, "Analysis and prediction of water temperatures in a reservoir by fuzzy GMDH", SICE, Vol. 23, No. 12, 1987, pp.1304-1311.
- [5] Tadashi Kondo : "Revised GMDH Algorithm Using Principal Component-Regression Analysis", Systems, Information and Control, Vol. 5, No. 10, pp.391-399, 1992.
- [6] K. S. Narendra and A. M. annaswamy, "Stable Adaptive Systems", Prentice-Hall International, Inc., 1989.
- [7] Weerasooriya and M. A. EL-Sharkawi : "Identification and control of dc motor using back-propagation neural networks", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 6, No. 4, pp 663-669, December, 1991.

$$AIC_k = N \log_0 S_k^2 + 2(k+1) + C \quad (4a)$$

$$S_k^2 = (1/N) \sum_{a=1}^N (\hat{\phi}_a - \hat{\phi}_a^*)^2 \quad (4b)$$

$$\hat{\phi}_a^* = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i \quad (4c)$$

여기서 $\hat{\phi}_a$ 는 a 번째의 데이터의 출력치, $\hat{\phi}_a^*$ 는 N 조의 데이터를 이용해서 얻은 회귀식(4c)식으로부터 계산된 회귀 추정치, k 는 변수의 개수, C 는 k 에 무관한 상수, S_k^2 는 (4b)식으로부터 계산되는 잔차 2승평균이다.

2.1 주성분 회귀추정

종래의 GMDH 기법은 고차의 selection layer를 거치는 과정에서 두 변수의 많은 조합에 의해 부분다항식들 중에 다중공선성(multicollinearity)을 야기시키며 이로 인하여 모델파라미터 추정정도를 떨어뜨린다. 따라서 각 selection layer에서 주성분 회귀분석을 통해 얻어진 최적부분표현식으로써 시스템의 완전표현식을 구성하여 다중공선성을 발생하지 않도록 하는 GMDH 기법이다.

다중공선성이라 함은 선형회귀모형 식(5)에서 회귀계수 β 를 최소자승법으로 추정함에 있어서 독립변수들간에 상관관계가 큰 경우에 추정량의 통계적 추정정도가 떨어지는 문제이다.

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (5)$$

$$\text{단, } X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_p], \\ \beta = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_p]^T$$

입력변수 $x_i (i=1, 2, \dots, p)$ 간에 높은 상관관계가 존재할 경우 XTX 는 거의 비정칙성(near singularity)을 갖게 되고 그 고유치가 0에 가까운 값이 존재하게 된다. 이러한 경우 최소자승량대신 주성분 회귀 추정량과 같은 편기된 추정량을 사용하는 것이 추정정도를 향상시킨다.

행렬 XTX 는 변수들간의 상관계수를 성분으로하는 상관행렬(correlation matrix)이다. 행렬 XTX 의 고유치들의 행렬을 Λ 라 하고 고유벡터들을 열로 하는 행렬을 P 라고 하면 식(6)과 같이 분해가 가능하다.

$$XTX = P\Lambda P^T \quad (6)$$

$$\text{단, } (XTX - \lambda_i I)P_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \\ P = [P_1, P_2, \dots, P_p]$$

식 (5)의 선형모형을 $Z = XP$, $\alpha = P^T\beta$ 로 변환하면 식(7)과 같다.

$$y = Z\alpha + \varepsilon \quad (7)$$

따라서 최소자승추정량은 식(8)과 같으며, 식(5)의 최소자승추정량은 식(9)와 같다.

$$\hat{\alpha} = \Lambda^{-1}Z^T y \quad (8)$$

$$b = P\hat{\alpha} \quad (9)$$

만약 P 개의 고유치중에서 S 개가 0에 가까운 값이라고 한다면 P , Λ , α 를 다음과 같이 나누어 생각할 수 있다.

$$P = (P_s, P_g) \quad (10)$$

$$\alpha^T = (\alpha_s^T, \alpha_g^T) \quad (11)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_g \end{bmatrix} \quad \text{단, } g = p - s \quad (12)$$

따라서 식(8) 및 식(9)는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{\alpha}_s = \Lambda_s^{-1}(XP_s^T)y \quad (13)$$

$$b = P_s \hat{\alpha}_s \quad (14)$$

이와 같이 추정하는 방법을 주성분 회귀추정이라 한다.

3. 모델중형 비선형 제어시스템 구성

GMDH 기법을 이용한 비선형 플랜트의 식별 및 제어를 위한 구성은 그림 3과 같으며 indirect MRAC (model reference adaptive control) 기법과 유사하다[6, 7].

먼저 비선형 플랜트의 제어입력과 출력신호로써 그 플랜트의 식별을 행하여 GMDH 식별모델을 찾는다. 다음으로 식별모델을 이용해서 플랜트의 출력이 기준모델의 출력에 추종하도록 하는 비선형 제어를 구성한다.

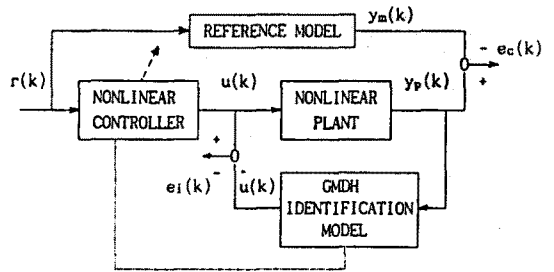


그림 3 모델중형 비선형 제어시스템의 구성도

실제 시스템은 다음과 같이 구성한다. 기준모델을 안정한 2차 형태의 이산시간 모델로 식(15)와 같이 선정한다.

$$y_m(k+1) = a^*y_m(k) + b^*y_m(k-1) + r(k) \quad (15)$$

계수 a , b 는 플랜트의 최대성능을 고려하여 선정한다. 이산시간으로 나타낸 플랜트를 식(16)과 같은 비선형 모델이라 가정한다.

$$y_p(k+1) = f(y_p(k), y_p(k-1), u(k)) \quad (16)$$

입력변수로는 $y_p(k+1)$, $y_p(k)$, $y_p(k-1)$ 로 하여 $u(k)$ 를 추정하는 역모델로서 플랜트를 식별한다. 식별한 후 추정되는 제어입력은 식(17)과 같다.

$$\hat{u}(k) = f[y_p(k+1), y_p(k), y_p(k-1)] \quad (17)$$

그러나 식(17)의 $y_p(k+1)$ 항은 미래치를 의미하므로 실제 구현을 위해서는 추정치에 의존할 수 밖에 없다.

추적오차가 0으로 수렴한다고 가정하면 선택한 기준모델이 점근적 안정이므로 $(k+1)$ 번째 실제 플랜트의 출력은 기준모델과 같은 형태인 식(18)로 추정될 수 있다.

$$\hat{y}_p(k+1) = a^*y_p(k) + b^*y_p(k-1) + r(k) \quad (18)$$

따라서 이 추정치를 식(17)의 $y_p(k+1)$ 대신 이용하면 제어입력은 식(19)로 추정된다.

$$\hat{u}(k) = f[\hat{y}_p(k+1), y_p(k), y_p(k-1)] \quad (19)$$

식(18), (19)를 블록선도로 구성한 모델중형 비선형 제어시스템의 구성도는 그림 4와 같다. 행렬 α_m 은 기준모델의 계수로 구성된 $[a \ b]$ 가 된다.

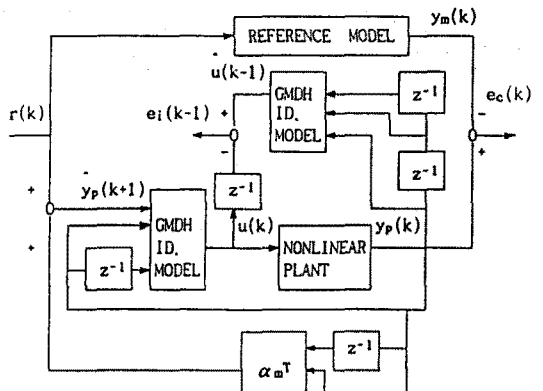


그림 4 구현된 모델중형 비선형제어시스템 구성도