

# 인버터로 구동되는 유도전동기의 파라미터 및 특성계산

"김형섭" 이철균" 김용진" 원종수"

\*서울 대학교 공과대학 전기공학과 \*\*현대 중전기 기술연구소

## Parameters and Characteristics Calculation Method of the inverter fed induction motor

"Kim Hyung-Sup" Lee Cheol-Gyun" Kim Yong-Kweon" and Won Jong-Soo"

\*Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l. Univ. \*\*Hyundai Elec. Eng. R&D center

### Abstract

Now a days, the inverter fed induction motors are being widely used. In this case, many harmonic voltages cause a additional effect on the characteristics of induction motor. Several characteristics calculation methods have been introduced. But it needs tedious experiments for designer to apply these methods to induction motor because these methods need measurement and test results.

This paper presents characteristics calculation method which don't need measurement and test results. And this paper shows that the simulation results agree well with values obtained by actual load test.

### 1. 서론

최근의 유도 전동기의 운전은 인버터전원에 의한 비 정현과 전압에 의한 가변 주파수의 운전이 보편화되는 추세에 있다. 유도 전동기가 인버터에 의해 구동되면 고조파 성분전압이 기본파 전압에 함유되어 특성이 정현과 구동시에 비해 많이 바뀌게 된다.

비정현과 구동에 있어서의 특성산정법은 몇 가지가 제안되었으나 시험법이 복잡하거나 복잡한 전원 설비를 필요로 하여 불편하였다<sup>[1-3]</sup>. 그리고 각 등가 파라미터를 구할 때 실험을 통하여 구하기 때문에 설계자 입장에서는 비정현과 구동시의 특성은 유도전동기를 직접 만들어 시험하기전에는 알 수가 없었다.

본 논문은 인버터로 구동되는 유도 전동기의 특성계산에 필요한 기본파 및 고조파에 대한 각파라미터를 전동기의 각 부분의 치수와 재질로부터 구한다. 그리고, 이러한 파라미터를 이용하는 새로운 등가회로를 제시하고 있다. 한편, 설계시의 자료를 알 수 없는 경우에는 실험을 통하여 각 파라미터 산정에 쓰이는 상수를 구하여 제시한 등가회로를 만들 수도 있다. 그리고 이를 파라미터로서 특성산정 시뮬레이션을 하였다. 또한 제작된 전동기의 실험치와 제안한 파라미터 및 등가회로 계산법을 이용하는 특성산정법의 결과가 일치함을 보여 제안한 방법의 타당성을 보인다.

### 2. 유도 전동기의 등가 파라미터 계산

여기서는 유도 전동기 등가회로상의 기본파 및 고조파에 대한 파라미터를 설계자료로써 구하는 방법을 논한다. 유도 전동기의 파라미터를 크게 공극, 고정자, 회전자의 리액턴스와 저항으로 나눈다. 각 부분에서의 기본파 및 고조파 파라미터를 구하는 방법은 다음과 같다.

#### 2.1 공극 파라미터

공극 파라미터에는 공극 자속에 의한 철손을 나타내는 저항과 여자 리액턴스가 있다.

a) 철손 저항 : 기본파 철손에 대해서 먼저 생각해 보면 다음과 같다. 전체 철손은 고정자에서 발생하는 것과 회전자에서 발생하는 것의 합으로 구해진다. 먼저 단위 중량당 철손의 일반적인 식은 식(1)과 같이 히스테리시스손과 와전류손의 합으로 표현된다.

$$W_f = B^2 [ \sigma_H \frac{f}{100} + \sigma_E d^2 \frac{f^2}{100} ] \quad [W/kg] \quad (1)$$

여기에서  $B$ 는 철판의 자속밀도,  $d$ 는 철판의 두께,  $f$ 는 기본파 주파수를 나타낸다. 그리고  $\sigma_H$ 와  $\sigma_E$ 는 각각 철판의 히스테리시스손 계수와 와전류손 계수를 나타낸다. (1)식에 고정자의 총 중량을 곱하고, 공극자속의 항으로 표시하면, 아래식처럼 고정자와 회전자의 철손을 구할 수 있다.

$$\text{고정자 철손 } W_{fH} = k_h f \phi^2 + k_e f^2 \phi^2 d^2 \quad (2)$$

$$\text{회전자 철손 } W_{fE} = k_h s f \phi^2 + k_e (sf)^2 \phi^2 d^2 \quad (3)$$

(3)식에서  $s$ 는 슬립률을 나타낸다. (2)식과 (3)식의 합으로써 전체 철손을 구할 수 있는데, 공극의 기자력을  $V_m$ 이라고 하면  $\phi^2 = k_c (V_m/f)^2$ 로 할 수 있으므로 총손실은 다음과 같다.

$$W_f = k_c k_h \left[ \frac{1+s}{f} + (1+s^2) d^2 \frac{k_e}{k_h} \right] V_m^2 \quad (4)$$

여기에서 보통 회전기용 철판에서는  $k_c/k_h$ 는 평균적으로 8.2의 값을 갖는다. 따라서 기본파 철손 저항은 아래와 같다.

$$R_{m1} = \frac{1}{k_c k_h \left[ \frac{1+s}{f} + (1+s^2) d^2 \times 8.2 \right]} \quad (5)$$

또, 고조파(주파수  $f_n$ )의 철손저항은 (5)식과 같은 형태이고, 고조파 슬립은 1로 놓는다.

$$R_{m2} = \frac{1}{k_c k_h \left[ \frac{2}{f_n} + 16.4 \times d^2 \right]} \quad (6)$$

b) 여자 리액턴스 : 기본파 여자 리액턴스는 전동기 치수들로 표시하면 다음과 같다.

$$X_m = \frac{8\pi^2 f l_c N_{sc}^2 m}{N_1 \times 10^7} \frac{0.317 N_1 D_{in} k_w^2}{P^2 g_e} \quad (7)$$

위의 식에서  $N_{sc}$ 는 상당 직렬 도체수,  $D_{in}$ 은 고정자의 내경,  $l_c$ 는

고정자의 축방향길이,  $N_1$ 은 고정자 슬롯수,  $m$ 은 상수,  $P$ 는 극수,  $k_w$ 는 고정자 권선의 권선 계수, 그리고  $g_c$ 는 유효 공극길이이다.

고조파 여자 리액턴스는

$$X_{m1} = nX_m \quad (8)$$

이다. 여기서  $n$ 은 고조파 차수이다.

## 2.2 고정자 파라미터

고정자 파라미터에는 고정자에서 발생하는 동순과 표유순을 나타내는 저항과 누설자로에 의한 누설리액턴스의 둘이 있다. 고정자의 각 부분의 명칭은 그림1에 있다.

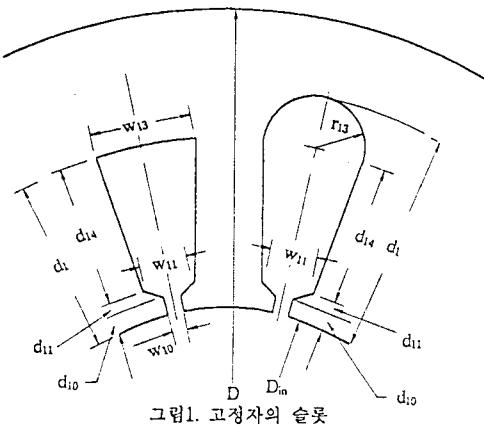


그림1. 고정자의 슬롯

a) 동순 저항 : 고정자 권선은 소형의 유도 전동기에서는 소선 형태의 코일을 사용하기 때문에 표피효과는 무시할 수 있다. 따라서 기본파와 고조파의 고정자 동순을 계산할 때 동일한 직류 저항 값을 사용하면 된다. 이 저항값의 계산은 1상권선의 동가 길이를 추정하면 알 수 있는데, 한 도체의 평균길이를 다음식으로 예측할 수 있다.

$$MCL = l_c + \left( \frac{\pi D_e \gamma}{N_1} \right) ACT \quad (9)$$

여기에서  $D_e$ 는 도선이 슬롯내에 위치한 평균 직경으로써  $D_e = D_{in} + d_1 + d_{10} + d_{11}$ 으로 구할 수 있다. 그리고  $ACT$ 는 한 코일이 점유하는 슬롯간격이다. (9)식의 한 도체의 평균길이  $MCL$ , 상당 총 직렬도체수  $N_{sc}$ , 병렬회로수  $q$ , 그리고 저항율로써 아래식처럼 1상의 저항을 구할 수 있다.

$$R_s = MCL \left( \frac{N_{sc}}{q} \right) \left( \frac{1000m\text{당지향}}{1000} \right) \quad (10)$$

b) 누설 리액턴스 : 고정자의 기본파 누설 리액턴스는 슬롯, 코일 단부, 지그재그, 그리고 상대 누설리액턴스로 구성된다. 슬롯누설 리액턴스는 다음식과 같다.

$$X_{s1} = \frac{8\pi^2 f l_c N_{sc}^2 m}{N_1 \times 10^7} \left( K_u K_{LF} + K_L \frac{1+3K_{LF}}{4} \right) \quad (11)$$

여기서  $f$ 는 기본파 주파수를 나타내고  $K_u$ 와  $K_L$ 은 슬롯상수이다. 그리고  $m$ 은 상수를 나타낸다. 그리고 코일 단부 누설리액턴스는 (12)식으로 구해진다.

$$X_{el} = \frac{8\pi^2 f l_c N_{sc}^2 m}{N_1 \times 10^7} \frac{0.3(3z-1)D_{in}N_1}{P^2 l_c} \quad (12)$$

여기서  $z$ 는 코일 피치이다. 지그재그 누설리액턴스는 다음식으로 주어진다.

$$X_{z1} = \frac{X_m}{1.2} \left( \frac{P}{N_1} \right)^2 \quad (13)$$

위식에서  $X_m$  기본파 여자 리액턴스이다. 상대 누설리액턴스는 67 -

농형회로에서 농형회로의 전류가 상대 누설리액턴스를 없애는 방향으로 흐르기 때문에 무시 가능하다.

따라서 고정자의 기본파 누설리액턴스  $X_{s1}$ 은 다음과 같다.

$$X_{s1} = X_{s1} + X_{el} + X_{z1} \quad (14)$$

그리고 고조파에 의한 고정자 누설 리액턴스는

$$X_{ln} = n(X_{s1}) \quad (15)$$

이고,  $n$ 은 고조파 차수를 나타낸다.

c) 표유부하손 저항 : 표유 부하손은 손실균을 이루고 있는데 개개적으로 다투지 않고 하나의 식을 써서 표시한다. 고정자 표유 부하손은 고정자에서 생기는 각종 누설 자속에 의한 히스테리시스손과 와전류손에 의해서 생긴다. 따라서 기본파 주파수  $f$ 에 의해서 생기는 표유손은 앞의 (4)식과 같은 형태이며 아래식과 같이 표시 가능하다.

$$W_{s1l} = k_c' k_h \left[ \frac{1}{f} + d^2 \frac{k_c}{k_h} \right] V_{s1l}^2 \quad (16)$$

위에서  $V_{s1l}$ 은 고정자 누설 인덕턴스 양단 전압을 나타낸다. 따라서 고정자의 기본파 표유부하손은 다음과 같이 된다.

$$R_{s1l} = \frac{1}{k_c' k_h \left[ \frac{1}{f} + 8.2 \times d^2 \right]} \quad (17)$$

고정자의 고조파 표유부하손은 (17)식과 같은 형태이고 다음식과 같다.

$$R_{sin} = \frac{1}{k_c' k_h \left[ \frac{1}{f_n} + 8.2 \times d^2 \right]} \quad (18)$$

## 2.3 회전자 파라미터

회전자 파라미터도 고정자의 경우와 마찬가지로 동순과 표유순을 나타내는 저항과 누설자로에 의한 누설리액턴스가 있다.

a) 동순 저항 : 농형유도기의 회전자는 알루미늄 다이캐스팅한 바(bar) 형태가 많이 쓰인다. 따라서 회전자 전류의 주파수가 커지면 표피효과를 반드시 고려하여야 한다. 기본파에 대해서는 정상 상태에서 회전자 전류의 주파수가 매우 낮으므로 직류저항을 그대로 사용하여도 거의 오차가 없다. 먼저 회전자 직류 저항을 구하면 아래와 같다.

$$R_r = (N_\infty k_w)^2 \rho \left( \frac{l_c}{N_2 A_b} + \frac{2D_r}{\pi P^2 A_r} \right) \quad (19)$$

위의 식에서  $\rho$ 는 알루미늄의 저항율이고  $N_2$ 는 회전자 슬롯수,  $A_b$ 는 바의 단면적,  $D_r$ 는 엔드링의 평균직경, 그리고  $A_r$ 은 엔드링의 단면적을 나타낸다.

고조파에 대해서 회전자 저항을 구하려면 표피효과를 반드시 고려하여야 한다. 표피효과를 고려하기 위해서 회전자 바를 표피효과를 무시할 수 있는 간격의 층으로 자른 후 각 층에서는 표피효과가 일어나지 않는다고 가정하여 회전자의 저항과 리액턴스를 구한다. 그림2에 회전자 바를 다섯층으로 나눈 모양을 보여준다. 각층(A층이 공극에 가까운 쪽임) 내에서는 표피효과가 없음 적당한 두께는 약  $2.5[\text{mm}]^{[4]}$ 이다. 고조파 주파수  $f_n$ 이 있을 때의 i층에서 슬롯 누설리액턴스와 저항율 구하면 다음과 같다.

A	$X_i = \frac{8\pi^2 f_n}{10^7} \frac{d_i}{3W_i}$
B	
C	
D	
E	$R_i = \rho \frac{l_c}{A_i}$

그림2 위에서  $d_i$ 는 i층의 깊이,  $W_i$ 는 i층의 폭, 그리고  $A_i$ 는 i층의 단면적이다. 각층은 서로 상호 인덕턴스가 존재하므로 (20)식과 같은 저항과 인데턴스

를 사용하여 회전자 바의 등가 회로를 그리면 그림3과 같이 된다. 이것의 단자에서 본 합성 임피던스를  $Z_m$ 이라고 하고 이것의 저항분을  $R_m$ , 리액턴스분을  $X_m$ 이라고 부르기로 한다. 여기서  $X_m$ 은 회전자 총 누설리액턴스 중 슬롯내에서의 누설리액턴스를 나타내고 있다.

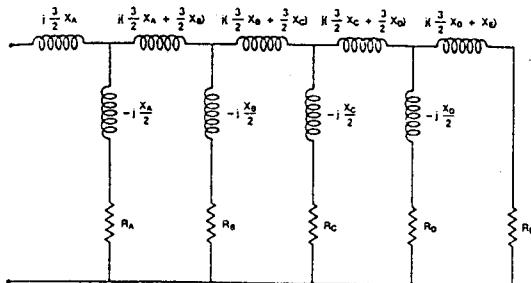


그림3. 표피효과를 고려한 회전자 바의 등가회로

b) 누설 리액턴스 : 회전자의 누설 리액턴스는 슬롯누설 리액턴스, 지그재그 리액턴스, 스류누설 리액턴스로 구성된다.

기본파에 대한 슬롯누설 리액턴스는 고정자에서 계산한 것과 마찬가지로 계산이 가능하다.

$$X_{s2} = \frac{8\pi^2 f_L N_{sc}^2 m}{N_2 \times 10^7} (K_u K_{LF} + K_L \frac{1+3K_{LF}}{4}) \quad (21)$$

지그재그 누설리액턴스는 다음과으로 주어진다.

$$X_{s2} = \frac{X_m}{1.2} \left( \frac{P}{N_2} \right)^2 \quad (22)$$

그리고 스류 누설리액턴스는

$$X_{sk} = X_m \left[ 1 - \frac{4 \sin^2(\frac{\alpha}{2})}{\alpha^2} \right] \quad (23)$$

이고, 여기서의  $\alpha$ 는 스류각(천기각)을 나타낸다. 따라서 회전자 기본파 누설리액턴스  $X_{l1}$ 은 다음과으로 구해진다.

$$X_{l1} = X_{s2} + X_{z2} + Z_{sk} \quad (24)$$

고조파에 의한 회전자 누설 리액턴스는 다음과 같다.

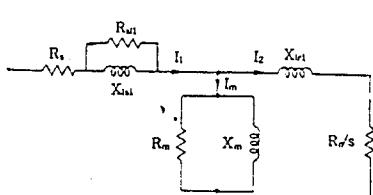
$$X_{lm} = n(X_{z2} + X_{sk}) + X_m \quad (25)$$

위에서  $n$ 은 고조파 차수를 나타낸다.

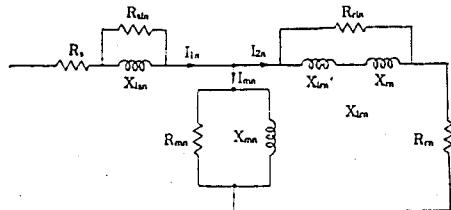
c) 표류부하손 저항 : 회전자의 표류부하손 역시 고정자의 표류부하손과 같은 형태로 표시된다. 단 여기서는 회전자의 기본파에 의한 표류부하손은 회전자 전류의 주파수가 낮기 때문에 무시가능하다. 그리고 고조파 표류부하손은 고정자에 쓰는 표현식과 같은 형태로 쓰는 것이 가능하다.

### 3. 등가회로의 구성과 특성계산식

2절의 내용을 토대로 등가회로를 구성한것이 그림4이다.



(a) 기본파 등가회로



(b) 고조파 등가회로

그림4. 유도전동기 등가회로  
인버터의 출력전압이 보통 다음과 같이 표시된다.

$$v(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} V_{lk} \sin(\omega_k t + \alpha_k) \quad (26)$$

여기서,  $V_{lk}$ 는 전압의 실효치,  $\alpha_k$ 는 위상이다.

그림5의 두 등가회로에서 고정자 임피던스를  $Z_1$ , 회전자 임피던스를  $Z_2$ , 공극의 임피던스를  $Z_m$ 이라고 하면 고정자, 회전자, 여자전류의 기본파 및 고조파 전류는 다음과 같이 구해 질수 있다.

$$1차 전류 성분 \quad I_{lk} = V_{lk} / \left( Z_1 + \frac{Z_2 Z_m}{Z_2 + Z_m} \right) \quad (27)$$

$$2차 전류 성분 \quad I_{2k} = I_{lk} \left( \frac{Z_m}{Z_m + Z_2} \right) \quad (28)$$

$$\text{여자전류 성분} \quad I_{mk} = I_{lk} \left( \frac{Z_2}{Z_2 + Z_m} \right) \quad (29)$$

따라서 고정자, 회전자, 여자전류는 다음과 같이 구해진다.

$$1차 전류 \quad I_1 = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{lk}^2} \quad (30)$$

$$2차 전류 \quad I_2 = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{2k}^2} \quad (31)$$

$$\text{여자전류} \quad I_m = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mk}^2} \quad (32)$$

그리고 각 손실들은 다음과 같이 구해 진다.

$$1차 동순 \quad W_{lc} = \sum_{k=1}^{\infty} 3I_{lk}^2 R_s \quad (33)$$

$$2차 동순 \quad W_{2c} = \sum_{k=1}^{\infty} 3I_{2k}^2 R_{rk} \quad (34)$$

$$\text{철 손} \quad W_i = \sum_{k=1}^{\infty} 3I_{lk}^2 R'_{mk} \quad (35)$$

$$\text{표유 손} \quad W_s = \sum_{k=1}^{\infty} (3I_{lk}^2 R'_{slk} + 3I_{2k}^2 R'_{rlk}) \quad (36)$$

$$\text{기계 손} \quad W_m = K_m \omega_r^3 \quad (37)$$

위에서  $R_{mk}$ ,  $R_{slk}$ ,  $R_{rlk}'$ 는 등가회로상의 병렬회로를 직렬회로로 바꾸었을 때의 등가 직렬저항이다. 이상의 값에서 특성을 구하면 아래와 같다.

$$\text{출력} \quad P_o = \sum_{k=1}^{\infty} 3I_{lk}^2 R_{rk} \frac{1-s}{k+s-1} - W_m \quad (38)$$

$$\text{입력} \quad P_{in} = P_o + W_{lc} + W_i + W_{2c} + W_m + W_s \quad (39)$$

$$\text{역률} \quad PF = \frac{P_{in}}{3V_I I_1} \times 100 \quad (40)$$

$$\text{直율} \quad \eta = \frac{P_o}{P_{in}} \times 100 \quad (41)$$

$$\text{토크} \quad \tau = \frac{P_o}{(1-s)\omega_s} [Nm] \quad (42)$$

이상에서 설계자가 전동기 설계시에 비정현파로 구동되는 유도전동기의 특성을 예측할 수 있도록 파라미터와 특성식을 구하였다. 그러나, 전동기의 각종 치수를 알 수 없는 경우에도 측정파실험을 통하여 손실들을 구한 후 억으로 파라미터 산정에 쓰이는 상수를 구하여 위의 모델과 동가회로를 사용할 수 있다.

#### 4. 실험결과와의 비교 및 검토

11kW 4극 3상 농형 유도전동기를 설계하고 위와 같은 계산을 하여 특성을 산출하였고 이 설계대로 만들어진 모터에 대해 실제 범용인버터를 부착하여 실부하 시험을 하여 시뮬레이션결과와 비교하였다. 사용 된 범용 인버터는 전압형 PWM 인버터이고 FFT 분석을 하여 각고조파 주파수와 기본파 및 고조파 전압의 크기를 알아내었다.

먼저 설계치수와 재질로부터 60Hz, 정격슬립에서 얻어진 전동기의 기본파 파라미터를 보면 다음과 같다.

a) 공극 파라미터 :  $R_m=190.27 [\Omega]$

$X_m=15.1 [\Omega]$

b) 고정자 파라미터 :  $R_s=0.108 [\Omega]$

$R_{sl1}=1.6447 [\Omega]$

$X_{sl1}=0.299 [\Omega]$

c) 회전자 파라미터 :  $R_r=0.0831 [\Omega]$

$X_{lr1}=0.3838 [\Omega]$

그리고, 각 고조파에 대한 파라미터는 2절의 식에 각고조파 전압과 주파수로서 구할 수 있다.

위의 값을 이용해 시뮬레이션한 결과와 실부하 시험을 한 결과를 그림5, 그림6, 그림7에 나타내었다. 여기서 운전 속도 범위를 광범위하게 잡아 시뮬레이션과 실부하 시험을 하였다.

그림5는 기본파 주파수와 전압이 35Hz, 110V, 그림6은 60Hz, 160V, 그림7은 105Hz, 162V로 구동되었을 때의 각각의 특성 그래프이다. (점으로 표시된 것이 실험치임)

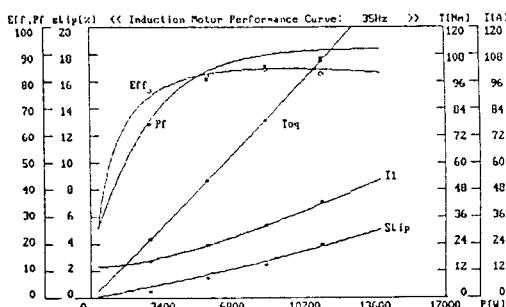


그림5. 35Hz 110V 구동시 유도전동기 특성 그래프

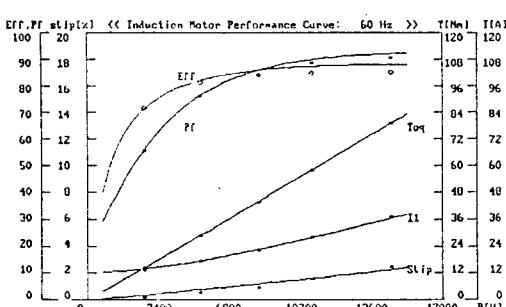


그림6. 60Hz 160V 구동시 유도전동기 특성 그래프

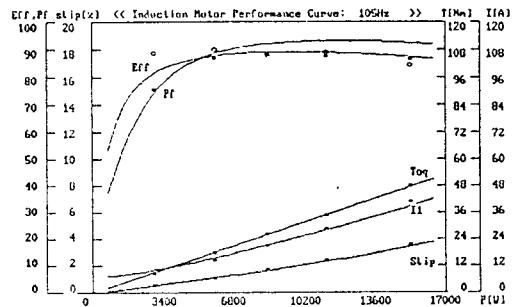


그림7. 105Hz 162V 구동시 유도전동기 특성 그래프

이상에서 알 수 있듯이 전동기를 사용하여 직접 파라미터 측정 실험을 하지 않고 설계된 자료만을 가지고도 인버터로 구동되는 유도전동기의 특성을 넓은 기본파 주파수 범위에서 정확히 계산해 낼 수 있었다.

#### 5. 결론

인버터에 의한 비정현파로 유도전동기를 운전하는 경우의 전동기 파라미터 추정과 정상상태 특성해석 방법을 제시하였다. 특히 설계시에 미리 인버터로 운전될 때의 특성을 예측할 수 있는 장점이 있다.

본 논문에서는 표유부하손을 등가회로상에 고려하였고, 고조파 입력시 회전자의 표피효과를 효과적으로 고려할 수 있도록 등가회로를 수정하였다. 이 등가회로상에서 특성과 실제 부하시험에서 구한 특성과 비교하여 제안한 등가회로가 타당함을 보이고 있다.

위에서 각 파라미터를 구할 때 설계시의 자료를 이용할 수도 있으나, 직접실험을 하여 각 손실을 구한 후 파라미터 산정에 쓰이는 상수를 억으로 구할 수도 있어서 비정현파로 구동되는 전동기의 특성산정에 유용하리라고 본다.

#### 참고 문헌

1. Gilberto C. D. Sousa, "Losses Medeling of Converter Induction Machine system for variable speed drive " Int'l Conf. of Ind. Electronics, Volume 1, pp114-120, 1992
2. K. Venkatesan, "Comparative Study of Losses in Voltage and Current Source Inverter fed Induction Motors", IEEE Trans. IA-18, No3, pp240 - 246, 1982
3. 藤巻忠雄他 "ひずみ波 駆動時におけるかご形 誘導電動機の特性算定法" 電學論 昭 59-7, B-48, p401
4. Paul L. Cochran, "Polyphase Induction Motors", New York, Marcel Dekker, 1989
5. Cyril G. Veinott, "Theory and Design of small Induction Motors", New York, McGrawHill , 1959