

유한요소법에 의한 인체내 전계분포 해석용 소프트웨어의 개발

우 응제

건국대학교 의과대학 의학공학과

Finite Element Software Package for Analysis of Electric Field Distribution in Human Body

Eung Je Woo

Department of Biomedical Engineering, College of Medicine, Kon Kuk University

ABSTRACT

We have developed a software package for the analysis of electric field distribution in human body. It includes the graphical finite element mesh generator, linear system of equations solver using sparse matrix and vector technique, and post-processor for the display of the results. This software package can be used in various research areas of biomedical engineering where we inject current or apply voltage to human body. The software package was developed on Macintosh II computer and the size of the model is only limited by the main memory.

서 론

인체에 전류를 주입하거나 전압을 인가하여 임피던스를 측정하거나 근육을 자극하는 경우에, 인체 내에서의 전계분포 및 전류밀도를 아는 것이 필요한 경우가 많다. 또한 전기임피던스단층촬영기의 경우에는 인체표면에 부착한 전극을 통하여 전류를 주입하고 전압을 측정하는데, 이 경우에도 주입전류에 의해 인체표면에 유기되는 전위를 모델을 통하여 구하여야 한다.

이와같은 경우, 전압-전류의 관계식은 Poisson 방정식으로 나타내지며, 인체 내부에 신호원이 있지않는 경우에는 식 (1)과 같은 Laplace 방정식의 해를 구하는 것으로 귀결되어진다.

$$\nabla p^{-1} \nabla V = 0 \quad (1)$$

여기에서 p 는 인체내의 저항성 분포이다.

그러나, 인체와 같이 그 형태가 불규칙하고 물질의 특성이 비균질이며 방향성을 가지는 경우에는 해석적인 방법의 한 해를 구하는 것이 불가능하다. 따라서, finite difference method (FDM), finite element method (FEM), boundary element method 등의 수치적인 근사계산 방법이 사용되고 있다. 본 논문에서는 FEM을 사용하였다.

FEM은 심장학, 이식용 defibrillator 전극, dispersive-electrode 연구, 인체 내의 전계분포, impedance cardiography, plethysmography, 그리고 전기임피던스단층촬영기 등 여러 의학분야에서 사용이 되었다.

김 (1982)의 FEM을 이용하는 인체 흉부의 3차원 모델은 19개의 layers와 layer 간에 232개의 element를 가지며 총 node 수는 5340였다. 그들은 hexahedral, tetrahedral, 및 prism elements를 사용하였고 element의 평균 크기는 $1.5 \times 1.5 \times 2.5$ cm였다. 또한 impedance cardiology에서 임피던스 변화의 원인을 분석하기 위하여 3차원 흉부모델이 개발되었다 (김 등, 1988). 이 모델은 29개의 layer에서 22개의 eight-node trilinear hexahedral element를 사용하여 총 880개의 nodes와 658개의 elements로 구성하였다. 최근에는 이식 용 defibrillator의 전극 연구를 위하여, 56장의 CT 영상에서 4개의 voxel을 하나의 element로 하여 총 408449개의 직육면체 형 element를 가지며 429829개의 node를 가지는 3차원 흉부 모델이 개발되었다 (Blilie 등, 1992).

위와 같은 지금까지의 연구에서는 수작업을 통하여 mesh를 설계하거나, 고가의 상업용 FEM 프로그램이 사용되었는데, 본 논문에서는 인체내 전계분포의 해석을 위한 FEM software package를 개발하여 mesh의 설계를 용이하게 하였고, 특정 목적에 FEM을 사용하는 경우 목적에 맞도록 개조가 용이하게 하였다.

유한요소법 (FEM)

FEM에서는 대상 영역을 유한한 갯수의 element로 분할하여 식 (1)을 $Yv=c$ 형의 선형방정식으로 근사적으로 나타내어 그 해를 구한다. 여기에서 Y 는 어드미턴스 행렬이고 v 는 mesh내의 각 node에서의 전압벡터, c 는 전류벡터이다.

따라서 FEM에서 그 첫단계는 대상영역의 분할, 즉 mesh의 설계가 된다. 이러한 mesh의 설계는 수작업으로 수행할 경우 매우 오랜시간이 걸리고 그 과정에서 잘못을 범할 가능성이 매우 크다.

Mesh가 설계되면 각 element 내에서의 전압은 node에서의 전압으로부터 그 element에서 사용하는 interpolation function에 의하여 나타내 진다. 다항식을 interpolation

function으로 사용하는 여러종류의 2차원 또 3차원 element에 대한 element matrix들은 이미 여러 문헌에 소개되어 있다 (Burnett, 1987; Sepulveda, 1984). Element matrix Y_e 는 그 element에서의 node 전압벡터 v_e 와 전류벡터 c_e 사이의 관계 ($Y_e v_e = c_e$)를 결정한다.

Mesh 내의 모든 node에 일련번호를 부여한 뒤, 인접 element 끼리 공유하는 node에서의 전압 값이 갖게되도록 모든 element matrix들을 적절한 방법으로 합성하면 $N \times N$ 의 어드미턴스 행렬 Y 를 구하게 되고 여기에서 N 은 node의 총 갯수이다. 이 어드미턴스 행렬 Y 에 기준 node (즉, 접지)의 위치, 경계면에서의 전압 및 전류에 의한 경계조건들을 부여하면 다음의 선형방정식이 최종적으로 유도된다.

$$Yv = c \quad (2)$$

Mesh 발생기

이와같은 FEM의 이용에 있어서 가장 문제가 되는 부분이 mesh의 설계이다. 본 논문에서는 graphical user interface의 기능이 뛰어난 Macintosh 컴퓨터를 이용하여 편리하게 mesh를 설계할 수 있는 프로그램 FEMG2D와 FEMG3D를 개발하였다.

그림 1에 보인 FEMG2D는 2차원 mesh 설계용 프로그램으로서, 표1에 보인바와 같은 여러종류의 도구를 사용할 수 있도록 하였다. 또한 인체 단면 영상을 mesh 설계용 window의 바탕에 표시하여, 그 위에 mesh를 설계하게 함으로써, 인체의 내부구조에 보다 근사하는 mesh의 설계가 가능하도록 하였다.

그림 2에 보인 FEMG3D는 3차원 mesh 설계용 프로그램으로서, FEMD2D를 이용하여 설계한 2차원 mesh를 z-축 상으로 필요한 갯수 만큼 쌓아서 기본적인 3차원 mesh를 구성한다. 그리고나서, 각 layer에 적절한 인체 단면 영상을 할당하여, 그 영상에 부합하도록 각 layer의 mesh를 수정함으로써 3차원 mesh를 설계하도록 하였다.

그림 3은 해부학 책 (Carter 등, 1977)에 나온 8개의 인체 단면 영상을 이용하여 설계한 흉부의 단순한 3차원 mesh이다. 보다 정확한 전계분포의 계산을 원하는 경우에는 훨씬 많은 갯수의 element와 node로 구성되는 3차원 mesh가 필요하다.

Solver

식 (2)의 해를 구하는 방법에는 여러가지가 있다. 본 논문에서는 어드미턴스 행렬 Y 가 희박행렬 (sparse matrix)이라는 점에 착안하여 최소의 계산량으로 식 (2)의 해를 구하는 방법을 구현하였다. Y_{ij} ($i=1...N, j=1...N$) 중 0이 아닌 것의 총수를 τ 라 하면 $\tau=O(N^{\gamma})$ 이고 $\gamma < 1$ 이다.

우 (1990)는 식 (2)의 해를 구하는데 있어서 0이 관계되는 무의미한 계산은 전혀 수행하지 않는 희박행렬 및 벡터법을 사용하면 계산량을 크게 감소시킬 수 있음을 보였다. 따라서, 본 논문에서도 동일한 방법을 사용하였고, 식 (2)의

해를 구하는 방법으로는 LU factorization과 forward 및 back substitution을 사용하였는데, 희박행렬 및 벡터법을 이용하는 LU factorization에는 $O(N^{1+2\gamma})$, substitution에는 $O(N^{\gamma})$ 의 연산만이 필요하도록 하였다.

또한 node 순서매기기 알고리즘을 사용하여 가능한한 0이 아닌 Y_{ij} 의 수를 최소로 하였으며, 그 효율성의 검증을 위해 그림 4의 mesh를 사용하여 다음의 실험 결과를 얻었다.

그림 4의 mesh에서, 모든 node는 중심에서부터 순서대로 번호를 부여하였다. 이 경우에 어드미턴스 행렬 Y 의 구조는 그림 5(a)와 같으며, N 는 389, τ 는 2803으로 전체의 1.85%만이 0이 아닌 값을 가진다. 이 행렬을 LU factorization한 후의 L+U 행렬의 구조는 그림 5(b)와 같고, 여기에서는 29.64% 즉 44849개의 0이 아닌 Y_{ij} 가 있어서 결국 42046개의 fill-in이 발생하였음을 알 수 있다.

그림 4의 mesh에 Tinney scheme 2 (Tinney와 Walker, 1967)라는 순서매기기 알고리즘을 적용하여 node의 번호를 수정한 후에는 행렬 Y 의 구조가 그림 6(a)와 같이 변화하였고, L+U 행렬은 그림 6(b)와 같이 변화하였다. 이 경우에는 L+U 행렬에 7869개의 Y_{ij} 만이 0이 아닌 값을 가져서 fill-in의 갯수가 크게 감소되었다.

후처리기

식 (2)의 해로부터 모든 node에서의 전압 값이 구해지면 $E = -\nabla V$ 및 $J = \sigma E$ (σ 는 도전률)로부터 전계분포 및 전류밀도를 구하였다. 전압과 전류밀도는 그림 7과 같이 mesh 상에 표시하여, 등전위면의 표시 등 보다 다양한 후처리기의 개발은 추후의 과제로 남겨두고, 당장은 다른 종류의 상업용 프로그램을 사용하여 contour plot 등의 도시를 할 수 있도록 하였다.

결론

본 논문에서 개발한 FEM용 software package는 인체내 전계분포의 해석을 필요로 하는 여러 분야에 응용이 가능하리라 생각된다. 지금까지는 이 software package를 임피던스 단층촬영기의 정적영상복원에 이용하였고, 앞으로는 임피던스를 이용하는 호흡감시기에서의 최적의 전극 위치 및 전류주입 방법을 구하는 연구에 활용하고자 한다.

이를 위하여 보다 정확한 흉부 모델을 구성하여 모델의 여러 위치에 전극을 부착하고 전류를 주입한 뒤, 흉부 내에서의 전계분포를 구하여 호흡에 따른 폐의 저항변화에 의한 표면전압의 변화가 가장 크게 발생하는 위치를 구하고자 한다. 또한, 동잡음 (motion artifact)에 가장 덜 민감한 전극 위치 및 전류주입 방법을 찾아서, 보다 안정적인 동작을 하는 무호흡 감시기 (apnea monitor)의 개발에 응용할 계획이다.

이를 위하여는 FEMG3D에 hidden-line 제거 등 여러가지 3차원 graphics 기능을 보강하여, 3차원 mesh의 설계를 보다 용이하게 하여야 하겠고, 후처리기에 있어서도 기능의 보강이 필요하다.

참고문헌

Blilie, D. E., Y. Kim, D. H. Haynor, B. Guan, and C. Chan (1992) Generation of an anatomically correct human thorax finite element model. *Proc. Annu. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, 14, 653-4.

Burnett, D. S. (1987) *Finite Element Analysis: from Concepts to Applications*, Reading, MA: Addison-Wesley.

Carter, B. L., J. Morehead, S. M. Wolpert, S. B. Hammerschlag, H. J. Griffiths, and P. C. Kahn (1977) *Cross-Sectional Anatomy — Computed Tomography and Ultrasound Correlation*, New York: Appleton-Century-Crofts.

Kim, Y. (1982) A three-dimensional modifiable computer body model and its applications, PhD Thesis, Dept. of Electrical and Computer Engineering, Univ. Wisconsin, Madison, WI 53706.

Kim, D. W., L. E. Baker, J. A. Pearce, and W. K. Kim (1988) Origins of the impedance change in impedance cardiography by a three-dimensional finite element model. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 35, 993-1000.

Sepulveda, N. G. (1984) *Electric Field Distribution in Three Dimensional Regions using the Finite Element Method*, PhD Thesis, Dept. Biomed. Eng., Tulane Univ., New Orleans, LA 70118.

Tinney, W. F. and J. W. Walker (1967) Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization. *Proc. IEEE*, 55, 1801-9.

Woo, E. J. (1990) Computational complexity in Electrical Impedance Tomography, J G Webster, ed., Bristol: Adam Hilger.

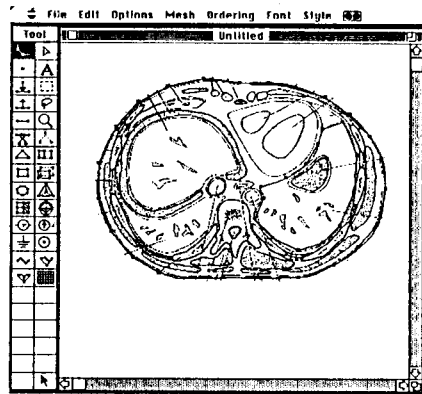


그림 12차원 mesh 설계 프로그램 (FEMG2D)

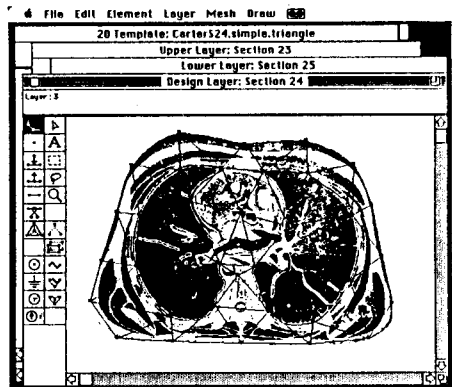


그림 23차원 mesh 설계 프로그램 (FEMG3D)

Tool	Function	Tool	Function
	new connected edges		selection arrow
	new node		character tool
	insert node		range selection tool 1
	delete node		range selection tool 2
	new edge		zoom
	cut edge		move node
	triangular element		extend element
	rectangular element		move element
	circular boundary		refine element
	rectangular boundary		optimize element
	voltage-sensing node		current-injection node
	reference node		non-electrode node
	boundary element 1		boundary element 2
	boundary element 3		new rectangular mesh

표 1 Mesh 설계 도구

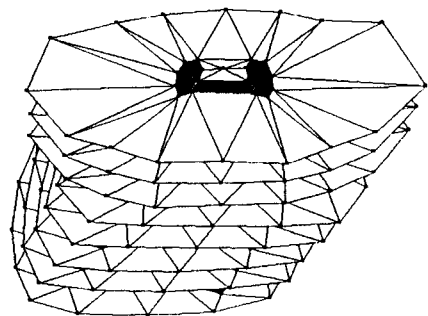


그림 33차원 mesh의 예

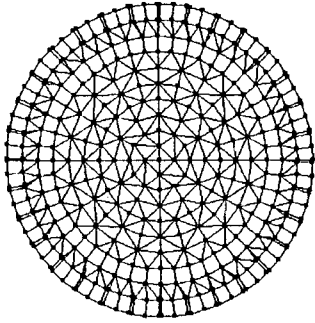


그림 4 알고리즘 시험용 mesh (389 node, 536 element)

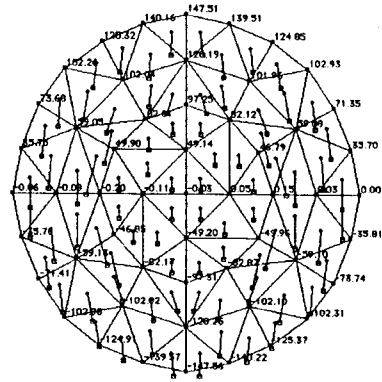


그림 7 전압 및 전류밀도 벡터의 도시

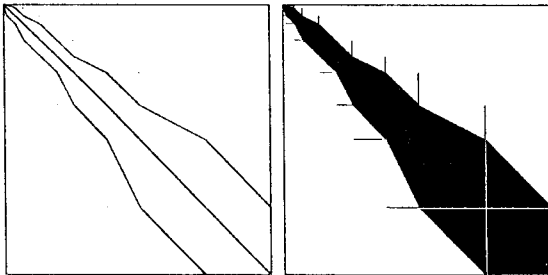


그림 5 Y 및 L+U의 구조 (순서메기기 알고리즘 적용 전)

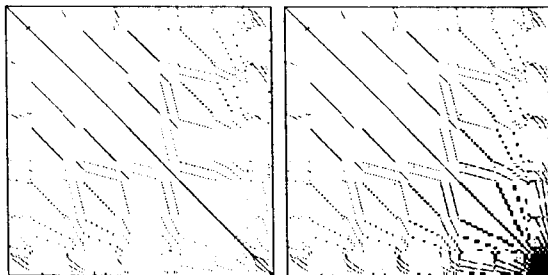


그림 6 Y 및 L+U의 구조 (순서메기기 알고리즘 적용 후)