

時間依存 緩傾斜方程式을 利用한 波浪變形 數値模型의 側方入射境界의 處理

A Review on Lateral Driving Boundary of the Numerical Model
using Time Dependent Mild Slope Equation

최상철* 김인철** 편종근*

1. 緒論

이제까지 淺海域에서의 波浪變形을 계산하는 여러가지 數値模型이 제안되어 있다. 그 가운데 Berkhoff(1972)가 유도한 緩傾斜方程式을 數値計算이 쉽고, 碎波減衰 및 反射의 고려가 용이한 형태로 개량한 丸山·鹿島(1985)의 時間依存 雙曲線形 緩傾斜方程式은 널리 이용되고 있다.

計算對象領域에 波가 비스듬하게 입사하는 경우, 外海側 境界뿐만 아니라, 波가 입사하는 側의 側方境界도 入射境界가 될 수 있다. 傾斜入射波를 外海側 境界만으로부터 입사시킬 경우 入射側 側方境界로부터의 에너지 공급을 고려할 수 없기 때문에, 입사된 波가 側方境界쪽으로 廻折現像을 일으키게 된다(Fig.1). 그리하여 실제 海域의 경우 일반적으로 入射角과 같은 방향으로 格子網을 구성하거나, 부득이 하면 入射角을 고려하여 側方境界의 영향이 미치지 않는 程度까지 沿岸方向의 計算領域을 확장하여 外海側 境界만으로부터 波를 입사시켜 이용하는 것이 현실이다. 그러나, 前者는 여러가지 入射角에 대한 계산이 필요한 경우 여러개의 格子網을 구성해야 하므로 基本資料作成에 많은 作業量이 요구되며, 後者는 計算對象領域이 넓고 入射角의 變化幅이 클 경우 假想計算領域이 過渡하게 설정되어 많은 計算容量과 計算時間이 필요하므로 非實用的이다.

따라서 本 研究에서는 渡邊·丸山(1984), Copeland(1985), 丸山·鹿島(1985), 大中·渡邊(1987)의 방법을 考察한 후, 丸山·鹿島(1985)의 時間依存 緩傾斜方程式을 基本方程式으로 하고, 丸山·鹿島(1985)의 無反射性 入射境界條件을 側方入射境界에 적용하여, 비교적 간편하게 傾斜入射波의 효과를 나타내 보았다.

2. 側方入射境界處理에 대한 考察

2.1 渡邊·丸山(1984)의 方法

渡邊·丸山(1984)은 平行等深線을 갖는 均一傾斜面 위로 波가 비스듬하게 입사하는 경우에 대해, 碎波帶밖에서는 側方境界에서의 線流量 Q_y 를 解析的으로 구하고, 碎波點의 위치 및 碎波帶內에서의 線流量은 解析的으로 구할 수 없기 때문에 近似的으로 계산하여 波가 입사하는 側의 線流量을 既知값으로 주고 계산하였다. 이 방법은 일반적인 海底地形이나 構造物이 있는 경우에는 적용할 수가 없다.

* 明知大學校 土木工學科(Dept. of Civil Eng., Myoung Ji Univ. Seoul, 120-728, Korea)

** 東西工科大学(Dong Seo Univ. Pusan, 616-010, Korea)

2.2 丸山·鹿島(1985)의 방법

丸山·鹿島(1985)는 任意水深의 波向 α (x 축과 이루는 角)와 深海波의 入射角 α_0 사이에 성립하는 Snell의 法則[式(1)]과 傾斜入射波의 水面變位를 나타내는 式(2)를 이용하였다.

$$\frac{\sin\alpha}{L} = \frac{\sin\alpha_0}{L_0} \quad (L: \text{波長}, L_0: \text{入射파의 파장}) \quad (1)$$

$$\zeta = a(x) \sin \left(\int_0^x k \cos\alpha dx + \int_0^y k \sin\alpha dy - \omega t \right) \quad (2)$$

위 式에서 $a(x)$ 는 振幅, k 는 波數이며, $k \sin\alpha = \beta$ 라 하면 式(1)에서 다음 式이 성립한다.

$$\beta = \beta_0 = \left(2\pi \frac{\sin\alpha_0}{L_0} \right) = \text{const.} \quad (3)$$

따라서 式(2)의 位相은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_0^x k \cos\alpha dx + \int_0^y k \sin\alpha dy = \int_0^x \sqrt{k^2 - \beta_0^2} dx + \beta_0 y \quad (4)$$

式(2), (3), (4)와 $\vec{Q} = \vec{C} \cdot \zeta$ 의 關係를 이용하면 側方境界의 線流量 Q_y 는 다음과 같다.

$$Q_y = aC \frac{\beta_0}{k} \sin \left(\int_0^x \sqrt{k^2 - \beta_0^2} dx + \beta_0 y - \omega t \right) \quad (5)$$

여기서 振幅 a 는 다음 式과 같이 近似的으로 주었다.

$$\text{碎波帶 外} : a = a_0 K_s \cdot K_r$$

$$\text{碎波帶 內} : a = a_B (x - x_B) / (x_S - x_B) \quad (6)$$

여기서 a_0 는 外海側 入射波의 振幅, K_s, K_r 은 각각 淺水係數와 屈折係數이고, a_B 는 碎波點에서의 振幅, x_S 는 靜水時 汀線의 위치를 나타낸다.

2.3 Copeland(1985)의 방법

Copeland(1985)는 側方入射境界에서의 Q_y 의 計算을 外海側 入射境界상의 Q_x 의 計算과 유사한 方法을 사용하였다.

入射境界는 境界쪽으로 反射되어 나오는 波가 再反射되지 않도록 調整되어야 한다. 이것은 入射境界에 인접한 格子點에서 計算된 Q_x 와 入射值를 比較함으로써 얻어질 수 있고, 그 차이로 境界格子點에 적용되는 실제 入射值를 調整한다.

이것에 대한 物理的인 接近方法은 Engquist와 Majda(1977)의 吸收境界條件[式(7)]과 동일하다.

$$\frac{\Delta Q_x}{\Delta x} - \left[\frac{\cos\theta}{C} \right] \frac{\Delta Q_x}{\Delta t} \Big|_{x=0} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\Delta R_x}{\Delta x} - \left[\frac{\cos\theta}{C} \right] \frac{\Delta R_x}{\Delta t} \Big|_{x=0} = 0 \quad (8)$$

여기서 Q_x 는 필요한 入射波와 反射波의 合의 x 成分으로 境界點에서는 既知値가 아니지만 인접點에서는 既知이며, R_x 는 入射波만의 x 成分으로 두 점 모두에서 정의되는 값이다. 式(7),(8)로부터 境界値 $Q_{x\omega}^{t+\Delta t}$ 를 既知의 項으로 정의할 수 있다. 시간 $t+\Delta t$ 와 外海境界(下添字 0, j로 표시된)에서

$$R_{x\omega}^{t+\Delta t} = -aC_g \cos\theta \sin\left(\varepsilon - k\cos\theta \frac{\Delta x}{2} - \omega(t+\Delta t)\right) \quad (9)$$

이다. 式(9)의 ε 은 θ 의 角度로 비스듬히 입사하는 波의 y 방향으로의 位相變化이다. 반사되는 波는 境界에서 흡수되어야 하는데 실제 Q_x 값은 필요한 入射値 R_x 와 反射波가 합해져서 구성되어야 한다. 시간 t 에서의 境界點과 인접點에서의 Q_x 값인 $Q_{x\omega}^t$ 와 Q_{x1j}^t 에서 入射波가 제외된 값들을 비교하게 되는데, 필요한 入射量은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_{x\omega}^t &= -aC_g \cos\theta \sin\left[\varepsilon - k\cos\theta \frac{\Delta x}{2} - \omega t\right] \\ R_{x1j}^t &= -aC_g \cos\theta \sin\left[\varepsilon - k\cos\theta \frac{3\Delta x}{2} - \omega t\right] \end{aligned} \quad (10)$$

시간 t 에서(0, j)점과 (1, j)점에서의 차이를 각각 E_1 과 E_2 로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= Q_{x\omega}^t - R_{x\omega}^t \\ E_2 &= Q_{x1j}^t - R_{x1j}^t \end{aligned}$$

여기서 이 차이가 바로 x 축의 陽의 方向으로 傳播되는 反射波의 量이 되며, 시간 $t+\Delta t$ 일 때 점 (0, j)에서의 차이인 QE 를 式(7)과 式(8)의 差로 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$QE = E_1 - (E_1 - E_2) \frac{C\Delta t}{\cos\theta\Delta x}$$

QE 를 式(9)에서 구한 R_x 에 더하면 구하고자 하는 반사가 고려된 Q_x 를 시간 $t+\Delta t$ 일 때 점 (0, j)에서 구할 수 있다.

$$Q_{x\omega}^{t+\Delta t} = R_{x\omega}^{t+\Delta t} + QE$$

이러한 과정이 側方入射境界에도 적용되었다.

2.4 大中·渡邊(1987)의 방법

大中·渡邊(1987)은 側方境界上の 線流量을 미리 既知量으로 주지 않고, 入射側이 되는 側方境界의 外側에 平行等深線으로 沿岸方向의 길이 $L_y(=L/\sin\theta)$ 를 갖는 假想領域을 설정하고 波動場의 沿岸方向의 週期성을 가정한 側方境界條件을 사용하여 假

想領域內에서 定常解를 얻을 수 있을 때까지 계산을 행한 후, 이 계산된 Q_y 의 定常解를 本 計算領域의 入射側의 側方境界上의 Q_y 로서 주고 실제의 計算對象領域에서의 계산을 하였다.

3. 本 研究에서의 側方入射境界의 處理

本 研究에서는 Copeland(1985)가 外海側 入射境界條件과 유사한 방법을 側方入射境界條件으로 사용한 것에 着眼하여, 丸山·鹿島(1985)가 사용한 無反射性 入射境界條件과 유사한 방법을 側方入射境界의 處理에 이용하였다.

入射波가 x 軸과 이루는 角을 θ , 計算領域內에서 入射境界를 향해서 進行하는 波가 境界의 法線方向과 이루는 角을 α_n 이라 하고, 計算領域內에서 發生하는 波(構造物 등에 의한 反射波)를 境界에서 反사시키지 않고 透過시킨다면, 側方入射境界의 線流量은 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$Q_y(x_0, y_0)^t = aC\sin\theta \sin(k\cos\theta x_0 + k\sin\theta y_0 - \sigma t) + Q_{yR}(x_0, y_0 + \Delta y)^{t-\tau}$$

$$\tau = \sin\alpha_n \cdot \Delta y / C \quad (11)$$

또한 $Q_{yR}(x_0, y_0 + \Delta y)$ 의 振幅 Q , 位相角 χ 는 다음 式을 만족하는 값으로서 구해진다.

$$Q_{yR}(x_0, y_0 + \Delta y)^t = Q\sin(\chi - \sigma t)$$

$$= Q_y(x_0, y_0 + \Delta y)^t - aC\sin\theta \sin(k\cos\theta x_0 + k\sin\theta(y_0 + \Delta y) - \sigma t)$$

$$Q_{yR}(x_0, y_0 + \Delta y)^{t-\Delta t} = Q\sin(\chi - \sigma(t - \Delta t)) \quad (12)$$

$$= Q_y(x_0, y_0 + \Delta y)^{t-\Delta t} - aC\sin\theta \sin(k\cos\theta x_0 + k\sin\theta(y_0 + \Delta y) - \sigma(t - \Delta t))$$

式(12)에서 $Q_y(x_0, y_0 + \Delta y)^t$, $Q_y(x_0, y_0 + \Delta y)^{t-\Delta t}$ 는 既知量이고, $Q_{yR}(x_0, y_0 + \Delta y)^t$ 로부터 $Q_{yR}(x_0, y_0 + \Delta y)^{t-\tau}$ 를 구하기 위해서는 시간적으로 內插하여야 한다.

以上の 關係式을 數值模型化하여 水深이 일정한 傾斜로 變하는 단순한 模型에 적용한 結果를 Fig. 2에 나타내었다.

4. 結論 및 討議

이제까지 제안되어 있는 側方 入射境界處理方法은 대부분 多少의 問題點을 갖고 있음은 分명한 事實이다. 沿岸方向의 波動場의 週期性을 이용한 방법은 計算領域內에 構造物이 있는 경우에는 적용이 곤란하며, 無反射性 入射境界條件을 이용한 방법은 海底傾斜가 완만하고 水面變位の 振幅變化가 작을 때 양호한 結果를 얻을 수 있다. 따라서 本 研究에서의 側方入射境界處理 또한 多少의 問題點을 內包하고 있지만 그러한 問題들이 波動場에 支配的인 役割을 하는 것은 아니기 때문에 一般적인 海底地形의 적용에 實用上 有用하게 적용할 수 있을 것으로 判斷된다.

5. 參考文獻

- 각문수, 1989. 時間依存 緩傾斜方程式을 이용한 港內 波高分布 計算, 明知大學校, 碩士學位論文.
- 김인철, 1990. 연안역 구조물 주위에서의 파랑과 해빈류의 수치모형에 관한 연구, 서울대학교, 박사학위논문.
- 渡邊晃, 丸山康樹, 1984. 屈折·回折·碎波減衰を含む波浪場の數値計算法, 第31回 海岸工學講演會論文集, 土木學會, : 103-107.
- 谷本勝利, 小丹浩治, 1975. 數値波動解析法による 港內波高分布の計算, 第22回 海岸工學講演會論文集, 土木學會, : 249-253.
- 丸山康樹, 鹿島遼一, 1985. 碎波減衰を考慮した碎波帶内外の波浪場計算法の提案とその應用, 電力中央研究所研究報告, No. 384041.
- 丸山康樹, 鹿島遼一, 1985. 非定常緩勾配方程式を用いた數値計算手法の解説, (財)電力中央研究所 土木研究所, 第2號 印刷物, 業務用資料.
- 大中晉, 渡邊晃, 1987. 非定常緩勾配方程式を用いた斜め入射波に對する計算法, 土木學會 第42回年次學術講演會
- Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of Combined Refraction - Diffraction, Proc. 13th ICCE, ASCE.
- Copeland, G.J.M., 1985. A Practical Alternative to the Mild Slope Equation, Coastal Eng., No.9.

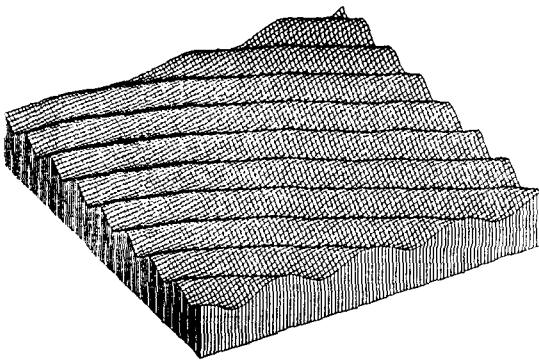


Fig.1 側方入射境界를 고려하지 않은
3次元 海水面 形狀圖
($H = 1m$ $T = 5sec$ $\theta = 30^\circ$)

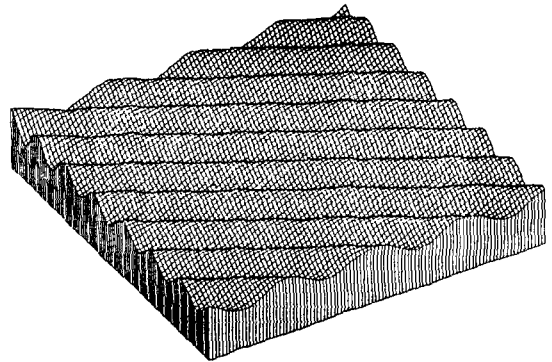


Fig.2 側方入射境界를 고려한
3次元 海水面 形狀圖
($H = 1m$ $T = 5sec$ $\theta = 30^\circ$)