한국전산구조공학회
1993년도 봄학술발표회 논문집

구조신뢰성 해석방법의 고찰

양 영 순*, 서 용 석**

요 약

구조물의 신뢰도를 평가하는 방법을 살펴보고 각각의 장,단점을 비교한다. 각 방법의 정확성을 평가하는 기준으로 Crude Monte Carlo(CMC)방법을 택하여, Importance Sampling(IS)방법, 그리고 Directional Sampling(DS)방법을 살펴 보고, 1차 근사방법은 현재 많이 사용되고 있는 Rackwitz-Fiessler(RF)방법, Chen과 Lind가 제안한 3-parameter방법(CL), Hohenbichler가 제안한 Rosenblatt 변환방법(RT)을, 그리고 2차 근사방법은 Breitung이 제안한 곡률적합 포물선(Curvature Fitted Paraboloid,CFP)공식과 Kiureghian이 제안한 점적합 포물선(Point Fitted Paraboloid,PFP)공식, 그리고 Log-Likelihood Function을 이용하여 원변수공간에서 파괴확률을 구하는 2차 근사공식(LLF)을 비교한다. 그리고 한계상태식이 불명확할 때 효율적으로 사용할 수 있는 반응응답법(Response surface method, RSM)을 살펴본다. 각 방법의 효율성 특히 적용 가능성을 예제를 통해 해석한 결과 추출법의 경우는 DS 방법이, 그리고 근사방법에서는 RSM 방법이 효율적임을 알 수 있었다.

1. 서 론

확률변수들의 결합 확률밀도 함수와 파괴와 안전을 정의하는 한계상태식이 주어진 경우 파괴확률은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$P_f = \int_{g(X)\le 0} f(X)\, dx \qquad (1)$$

여기서 $f(X)$는 확률변수 X의 결합밀도함수, $g(X) \le 0$은 파괴영역, 그리고 X는 확률변수벡타를 의미한다. 특수한 경우를 제외하고는 식(1)을 해석적으로 구할 수가 없다. 따라서 근사적인 방법이 필요한데 근사방법에는 각 확률변수의 밀도함수에 따라 random number를 추출한 후 한계상태식에 대입하여 파괴여부를 판단하는 추출법과 한계상태식을 1차식으로 그리고 각 확률변수를 등가의 정규분포로 근사하여 Cornell의 신뢰도지수 개념을 이용하여 파괴확률을 추정하는 First Order Second Moment(FOSM)방법, 그리고 한계상태식을 2차식으로 근사하는 Second Order Second Moment(SOSM)방법외에 복잡한 한계상태식을 2차다항식으로 치환한 후 FOSM이나 SOSM방법을 이용하여 파괴확률을 구하는 반응응답법(Response Surface Method ,RSM)등이 있다.

추출법에는 확률변수의 밀도함수에 따라 표본을 추출한 후 한계상태식이 0보다 작은 횟수를 계산하여 파괴확률을 추정하는 CMC 방법[1]과 파괴확률이 큰 영역으로 표본함수를 이동한 후 이 표본함수를 이용하여 파괴확률을 추정하는 IS 방법[2]이 있다. IS 방법은 적은 추출횟수로 파괴확률을 추정함으로써 해석에 요구되는 계산 시간을 줄일 수 있는 장점이 있다. 그러나 표본함수의 선택에 따라 해석결과가 크게 달라지는 문제가 있다. 최근에는 다중 정규분포 함수값을 구하기 위해 사용된 DS 방법[3]을 구조신뢰도해석에 적용하여 큰 성과를 나타내고 있다. 이 방법은 정규변수 공간을 극좌표 공간으로 변환한 후 chi-square 분포를 이용하여 파괴확률을 계산한다[4].

1차 근사방법으로는 Hasofer와 Lind가 정규변수를 표준정규변수로 치환한 후 반복적인 알고리즘을 사용하여 파괴확률을 구하는 HL방법[5]과, 이를 비정규 분포까지 포함시켜 비정규 분포함수

* 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 부교수
** 서울대학교 공과대학 조선해양공학과 박사과정

를 등가의 정규변수로 치환하여 평균과 표준편차을 이용하는 RF방법[6], 밀도함수의 기울기까지 도 고려하여 치환하는 CL방법[7]등이 있다. 한편 정규변수로 변환할 때 각 변수의 조건부 분포함수를 알고 있을 경우 Rosenblatt 변환방법[8]을 적용하여 정규변수로 변환할 수 있는데 이 방법은 Hohenbichler 등이 제안하였다[9].

한편 1차 근사법을 향상시켜 한계상태식을 2차 포물선으로 근사시킨 후 곡률을 파괴확률 계산에 사용하는 2차 근사방법은 곡률을 구하는 방법에 따라 한계상태식의 주곡률을 이용하는 곡률적합 포물선방법[10]과 변환좌표의 곡률을 사용하는 점적합 포물선공식[11]이 있다. 이 방법들은 변수를 모두 정규변수로 치환해야 한다. 이와는 달리 원 변수공간에서 Laplace Type의 적분 근사방법을 사용하여 점근적으로 파괴확률을 추정할 수 있는 LLF방법[12]이 있다.

위의 근사방법들은 모두 한계상태식이 명확하게 표시되거나 한계상태식의 미분을 계산할 수 있는 경우에만 적용이 가능하다. 한계상태식의 미분을 구하기가 어렵거나 한계상태식을 확률변수로 명확하게 표시할 수 없는 경우에는 한계상태식을 2차 다항식으로 근사하여 신뢰도해석을 수행하는 RSM 방법[13]이 있다. 한계상태식의 미분을 구하지 않기 때문에 이 방법은 임의의 문제에도 적용이 가능하다.

본 논문에서는 위에서 열거한 방법들의 적용 가능성을 중심으로 해석을 수행하였다. 사용한 예제는 이미 발표된 문헌에서 택하여 각 방법을 비교하였고 장,단점을 살펴보았다.

2. 추출법에 의한 파괴확률계산

2.1 Crude Monte Carlo(CMC)방법

I(g(x))를 한계상태식 g(x)가 0보다 작거나 같을 때는 1, 그 외의 경우는 0을 나타내는 지시변수라 할때 N개의 추출횟수에 대해서 CMC에 의한 파괴확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{f,MC} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} I(g(x)) = \frac{f}{N} \tag{2}$$

여기서 N 은 총추출횟수이고 f 는 g(x)가 0보다 작은 횟수를 의미한다.

2.2 Importance Sampling(IS) 방법

CMC 방법에서 확률변수들의 추출영역을 파괴가능성이 큰 지역으로 옮겨 추출을 하면 적은 추출횟수로 파괴확률을 얻을 수 있다. 즉 다음과 같이 Importance Sampling density 함수를 사용하면 파괴확률은

$$P_f = \int_D f(x)\, dx = \int_D I(g(x) \le 0) \frac{f_x(x)}{h_y(x)} h_y(x) dx \tag{3}$$

이므로 Importance Sampling Monte Carlo 방법에 의한 파괴확률은

$$P_{f,IM} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} I(g(x_j) \le 0) \frac{f_x(x_j)}{h_y(x_j)} \tag{4}$$

와 같이 계산할 수 있다. 여기서 $I(g(x_j \le 0))$는 앞에서 논의한 지시함수이고, g(x)는 한계상태방정식, 그리고 $f_x(x_j)$는 본래의 결합 확률분포 함수, $h_y(x_j)$는 importance sampling density function, N 은 총 추출횟수다.

IS방법은 CMC방법보다 적은 추출횟수로 파괴확률을 추정할 수 있으나 표본함수을 어떻게

선정하는가 하는 점과 파괴확률이 큰 영역을 미리 알아야 하는 문제가 있다.

2.3 Direction Simulation(DS) 방법

DS방법은 n차원 표준 정규공간을 극 좌표공간으로 변환하여 임의의 각과 그 각에 해당하는 한계상태식까지의 거리를 구한 후 chi-square분포를 이용하여 파괴확률을 구하는 과정을 추출횟수만큼 반복하는 방법으로 파괴확률은 다음과 같다.

$$P_f = \int_D f(x)\,dx = \int_D P(r|\alpha) f_\alpha(\alpha) d\alpha \tag{5}$$

여기서 $f_\alpha(\alpha)$ 는 n차원 단위구의 임의의 각에 대한 균일 확률분포 함수이고 $P(r|\alpha)$는 각 α가 주어진 상황에서 반지름 r의 조건부파괴확률을 나타낸다. 위의 식을 DS방법에 의해 구체적으로 계산하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{f,DS} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(1-\chi_n^2(r_j|\alpha_j)) \tag{6}$$

여기서 N은 총 추출횟수, $\chi_n^2(r_j|\alpha_j)$는 α_j가 주어진 상태에서의 n차원 chi-square분포이다.

3. 근사적 해석방법

3.1 1차 근사방법

1) Rackwitz-Fiessler(RF)방법

RF방법은 확률변수가 비정규 변수인 경우 확률분포 함수와 확률밀도 함수를 등가의 정규 누적분포와 밀도함수로 가정하여 얻은 평균과 표준편차를 이용하여 신뢰도지수를 구하는 방법이다.

$$F_X(x^*) = \Phi\left(\frac{x^* - \mu_N}{\sigma_N}\right) \tag{7}$$

$$f_X(x^*) = \phi\left(\frac{x^* - \mu_N}{\sigma_N}\right)/\sigma_N \tag{8}$$

식(7)(8)에서 등가의 평균과 표준편차를 구하여 신뢰도해석을 수행한다.

2) Chen-Lind(CL)방법

RF방법은 매 선형점에서 확률누적분포와 밀도함수를 동일하게 하는데 반해 CL방법은 누적분포와 밀도함수뿐만 아니라 선형점에서 밀도함수의 기울기도 같게 함으로써 더 정확한 등가의 정규분포로 근사시키는 방법이다. 개념적으로 이 방법은 RF방법보다 더 좋은 파괴확률을 계산하지만 변환과정에서 수치적 오차가 문제가 되는 경우가 있어 이에 대한 충분한 검토가 요구된다. 따라서 현재는 RF방법만큼 사용되고 있지는 못하다.

3) Rosenblatt 변환(RT)방법

비정규 분포함수를 정규분포함수로 변환하는 또 다른 방법으로 확률변수들의 조건부 분포함수를 알고 있는 경우, 다음과 같은 변환을 통해 정규분포함수를 갖는 변수로 치환할 수 있다.

$$u_1 = \Phi^{-1}[F_1(x_1)]$$

$$u_2 = \Phi^{-1}[F_2(x_2|x_1)]$$

....

$$u_n = \Phi^{-1}[F_n(x_n|x_1, \ldots ,x_{n-1})] \tag{9}$$

각 변수들이 정규분포로 변환 되었으므로 신뢰도해석을 쉽게 적용할 수 있다.

3.2 2차 근사방법

2차 근사방법은 1차 근사방법보다 더 정확하게 파괴확률을 구하기 위해 한계상태식의 곡률을 파괴확률 계산에 이용하는 방법이다. 즉 1차 근사방법으로 Most Probable Failure Point, MPFP)를 구하고 이 점에서 한계상태식을 좌표변환하여 주곡률을 구한 후 점근적 방법을 이용하여 파괴확률을 추정한다.

1) 곡률적합 포물선식(CFP)

표준 정규변수 공간에서 신뢰도지수 β가 무한대일 때 Breitung의 곡률적합 포물선식의 파괴확률은 점근적으로 다음과 같다.

$$P_f = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1}(1 - \beta\kappa_i)^{-1/2} \tag{10}$$

위의 식에서 주곡률 κ_i는 MPFP에서 한계상태식을 2차식으로 근사시키고 n번째 좌표축이 MPFP에 오도록 좌표변환을 한 후, 2차 편미분의 연성항이 소거되도록 다시 좌표변환을 하여 구한다.

2) 점적합 포물선공식(PFP)

점적합 포물선공식은 Breitung의 곡률적합 포물선공식에서 곡률을 보다 쉽게 구하고 noise에 의해 2차 미분값이 큰 영향을 미치지 않도록 하여 함수가 안정적으로 거동하도록 하기 위해 제안된 공식이다. 이 방법은 n번째 축이 MPFP에 오도록 좌표를 변환하고 n-1개의 축에 대해 양의 방향과 음의 방향으로 각각 곡률을 구하여 두개의 포물선을 만든 후 이들의 평균값을 새로운 곡률로 하여 Breitung 의 공식을 사용한다. 이 때 각각의 곡률에 대해 Kiureghian 은 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$\frac{1}{\sqrt{1+\beta a_i}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\beta a_{-i}}} + \frac{1}{\sqrt{1+\beta a_{+i}}}\right) \tag{11}$$

$$a_{\pm i} = 2(\eta_{\pm i}-\beta)/(k\beta)^2 \qquad ,i = 1,2,\ldots,n-1 \tag{12}$$

여기서 β는 신뢰도지수, $\eta_{\pm i}$는 각 좌표의 음,양의 값 $\pm k\beta$에 해당하는 n번째 좌표의 값을 의미하고 k는 다음과 같다.

$$k = \begin{cases} 1 & \text{for}\,\beta \le 3 \\ \dfrac{3}{\beta} & \text{for}\,\beta > 3 \end{cases} \tag{13}$$

위의 식에서 곡률 a_i는 식(10)의 곡률 κ_i와 다른데 a_i는 주곡률의 방향이 변환좌표계의 축과 일치 하도록 취하기 때문에 2차 연성항을 무시하고 있다. 반면에 κ_i는 주곡률의 방향이 한계상태식의 주축과 일치하도록 취함으로써 고유치를 구해야 하는 과정을 추가적으로 수행해야 한다.

3) 원변수공간에서 점근적 파괴확률 계산(LLF)

확률변수들의 결합밀도함수의 LLF와 한계상태식이 각 변수들에 대해 2번 미분 가능하고 LLF를 최대로 하는 점(Maximum Likelihood Point, MLP)이 단 하나 존재하며 한계상태식이 하나인 경우, Laplace type 적분을 이용하여 점근적으로 파괴확률을 구하면, 파괴확률은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$P_f = \int_D \exp[\beta^2 \frac{l(x)}{\beta^2}]dx \tag{14}$$

$$l(x) = \ln[f(x)] \tag{15}$$

$f(x)$ = x 벡타의 결합 확률밀도 함수

위의 식은 Laplace type 적분에 해당하며 β가 무한대로 향할 경우 점근적으로 파괴확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_f = (2\pi)^{(n-1)/2} \frac{f(x^*)}{\sqrt{|J_1|}} \tag{16}$$

위의 식에서 J_1은

$$J_1 = [\nabla l(x^*)]^T C(x^*)[\nabla l(x^*)] \tag{17}$$

이고 $C(x^*)$ 및 λ는 다음과 같다.

$$C(x^*) = Cofactor\ of\ [\frac{\partial^2 l(x^*)}{\partial x_i \partial x_j} - \lambda \frac{\partial^2 g(x^*)}{\partial x_i \partial x_j}]_{i,j=1,\dots,n} \tag{18}$$

$$\lambda = |\nabla l(x^*)/\nabla g(x^*)| \tag{19}$$

x^*는 LLF를 최대로 하면서 한계상태식 g(x)=0을 만족하는 점의 vector다.

4. 반응응답법(Response Surface Method, RSM)

RSM은 한계상태식을 명확하게 표시하기 어려운 경우에 한계상태식을 2차식으로 근사시키고 각 항의 계수들은 least square 방법으로 오차를 최소화 하여 구한다.

$$g(X) = a_1 + \sum_{i=1}^{n} a_{2i} X_i + \sum_{i=1}^{n} a_{3i} X_i^2 \tag{20}$$

각 항의 계수가 2n+1개이므로 이들 값을 모두 구하기 위해서는 원래의 한계상태식의 값을 2n+1번 구한 후 다항회귀분석을 수행해야 한다. 이 방법을 사용하여 파괴확률을 구하기 위해서는 한계상태식을 정확하게 근사시키는 것이 필요한데 가장 일반적으로 사용되는 방법은 각 변수의 평균을 이용하여 한계상태식을 한번 근사시키고 이 값을 이용하여 다시 한번 한계상태식을 근사적으로 구한다. 이 때 새로운 근사점은 다음과 같다.

$$x_d = x_m + (x_d - x_m)\frac{g(x_m)}{g(x_m) - g(x_d)} \tag{21}$$

여기서 x_m은 각 변수의 평균값, $g()$는 ()안의 값에 의해 계산된 원래의 한계상태식값이다.

5. 예제 및 결과

1) Static example case

문헌[12]에 수록돼 있는 외부토크를 받는 원통형 압력용기의 소성파괴에 대한 Von Mises 한계상태식을 살펴보자. 한계상태식에서 변수 X_1은 항복강도, X_2는 내부압력, 그리고 X_3는 외부토크를 나타낸다.

$$g(X) = X_1 - \sqrt{300X_2^2 + 1.92X_3^2} \qquad (22)$$

각 변수에 대한 통계적 특성은 Table 1에, 그리고 결과는 Table 2에 수록돼 있고 확률변수들은 통계적으로 독립이다.

Table 1 Statistical data of example 1

Variable	Mean	COV
X_1(WEI)	48.0	0.0625
X_2(LN)	0.987*	0.16
X_3(EL1)	20.0	0.1

* : Median
WEI : Weibull distribution
LN : Lognormal distribution
EL1 : Extreme Large I Type

Table 2 Result of example 1 (* E-4)

Method	Pf	Beta
CMC	1.62*	2.944
IS	1.13+	3.054
DS	1.79+	2.913
RF	0.98	3.102
CL	2.19	2.849
RT	0.98	3.096
CFP	1.05	3.076
PFP	1.08	3.067
LLF	1.87	2.899
RSM	0.97	3.099

* 100,000 trials
\+ 1,000 trials

2) Dynamic example case

stocastic 기진력을 받는 1자유도계의 시스템변수들이 불확실한 확률변수일 때 특정한 변위(threshhold)를 초과할 확률을 계산하는 예제이다. 이 예제는 시간에 따라 변하는 외부하중과 시간에 무관한 시스템변수를 동시에 취급해야 하는데 이와 같은 문제는 Wen과 Chen이 제안한 Fast Integration 방법[14]으로 해석할 수 있다. 본 예제에서 시스템 변수들이 특정한 값일 때의 조건부파괴확률은 Random Vibration해석에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있고

$$P_{f,c} = 1 - \exp[-X_1X_4 \exp(-\frac{16X_1X_2^3D^2}{X_3})] \qquad (23)$$

여기서 D는 특정한 threshhold 변위를 나타낸다.

한계상태식은 Wen과 Chen이 제안한 과정에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$G(X) = X_5 - \Phi^{-1}(P_f) \qquad (24)$$

확률변수의 통계적 특성과 각 변수에 대한 정의는 Table 3에 있고, 각 해석방법에 대한 결과는 Table 4에 있다.

본 예제의 경우 각 확률변수를 정규분포변수로 변환하는 과정에서 CL 방법은 수렴을 하지 못하

였는데 그 이유는 수치적으로 계산이 불안정하기 때문이다. D의 값이 1ft 일 경우 초기점을 각 변수의 평균점으로 하여 해석을 수행한 결과 LLF방법을 제외한 모든 방법에서 해를 얻지 못했다. 그 이유는 조건부파괴확률를 계산하는 과정에서 정규분포함수의 역함수를 구할 때 나타난 수치적 error로 생각된다. 그러나 LLF방법은 이 경우에도 계산이 가능함을 알 수 있었는데 본 예제에서는 D 의 값을 0.5 ft 에 대해 계산을 수행하였다.

6. 종합적 검토

한계상태식의 비선형성이 심해도 각 방법은 비교적 좋은 파괴확률을 나타내고 있다. 그러나 CMC 방법은 값의 정도에 비해 효율이 매우 낮아 검증방법 이상으로 사용하기가 어렵다. 따라서 추출법의 경우에는 IS 방법이나 DS 방법이 신뢰도해석에 적절하지만 IS방법은 파괴확률이 큰 영역으로 표본함수를 이동해야 하므로 적절한 표본함수의 선정과 MPFP를 미리 알아야 하는 단점이 있다. 한편 DS방법은 IS 방법에서와 같이 MPFP를 미리 알 필요가 없고 표본함수도 선정할 필요가 없으므로 매우 효율적으로 사용할 수 있다.

Table 3 Statistical Characterstics of 1 degree of system

Variable	Mean	COV
X_1 (f , cps) Normal	2.	0.1
X_2 (ζ) Log-Normal	0.02	0.4
X_3(S_0, $ft^2/\sec^3$) Extreme Type II	0.25	0.6
X_4 (T, sec) Log-Normal	10.	0.3
X_5 Normal	0.	1.

Table 4 Result of 1 degree of system (* E-3), (D=0.5ft)

Method	Pf	Beta
CMC	5.06 *	2.571
IS	4.53 +	2.610
DS	5.31 +	2.555
RF	3.87	2.663
CL	nc	
RT	3.89	2.661
CFP	3.92	2.659
PFP	1.50	2.968
LLF	3.30	2.716
RSM	3.50	2.697

* : 100,000 trials
\+ : 1,000 trials
nc : not convergence

1차 근사방법에 있어서 본 예제에서 살펴 본 바와 같이 RF 방법과 RT 방법은 모든 경우에 매우 좋은 파괴확률 값을 나타내고 있음을 알 수 았다. 이 결과는 현재 이 두 방법이 신뢰도 해석에서 광범위하게 사용되고 있는 이유를 설명해 준다. 그러나 CL 방법은 등가 정규변수로의 치환에 있어서 수치적인 문제점이 있는 경우가 있다(예제 2). 또한 그 정확성이 RF방법에 비해 크지 않으므로 일반적으로 많이 사용되고 있지 않다.

2차 근사방법은 일반적으로 1차 근사 방법에 비해 정확하다고 알려져 있으나 어떤 경우에는 효율이 더 낮은 경향을 보이고 있다(예제 2의 PFP). 또한 2차 근사방법은 한계상태식이 복잡한 경우 2차 편미분을 구하기가 매우 어렵다는 문제가 있다(예제 2).

LLF 방법은 위의 근사 방법들과는 달리 정규변수로의 변환이 필요치 않으므로 계산적으로 단순하고 정규변수로의 변환에 의해 발생할 수 있는 수치적 error가 없다. 그러나 한계상태식의 2차 미분이 필요하므로 2차 근사방법에서와 같이 한계상태식이 복잡한 경우에는 미분을 구해야 하는 문제가 있다. 그러나 파괴확률을 구하는 과정은 2차 근사방법들 보다 단순해 적용이 용이하다.

RSM 방법은 한계상태식의 형상에 거의 무관하게 신뢰도해석을 수행할 수 있는 장점이 있다. 이는 앞에서 논한 방법들과 같은 미분이 필요치 않고 단지 한계상태식을 반복적으로 계산하는 것으로 충분하다. 한계상태식을 2차 다항식으로 근사 시킴으로써 임의의 신뢰도해석 방법을 쉽게 적용할 수 있고 변수의 분포형태에 영향을 받지 않는다. 따라서 복잡한 구조해석에 어려움없이 적용할 수 있는 장점이 있어 복잡한 구조물의 신뢰도해석에 적합하다[15]. 계산결과도 본 연구에서 사용한 예제의 경우에 좋은 결과를 나타내고 있어 앞으로 이에 대한 연구가 크게 주목된다.

7. 결 론

이상의 고찰에 의해 다음과 같은 결론을 유도할 수 있다.

1) 구조신뢰도 해석에 적절한 해석방법은 추출법의 경우 IS 방법이나 DS 방법인데 특히 DS 방법이 IS방법에 비해 더 효율적임을 알 수 있다. 즉 DS 방법은 IS 방법에서 필요한 MPFP점과 적절한 표본함수가 없어도 해석이 가능하고 적은 추출횟수로도 계산결과가 만족하다.

2) 일반적으로 2차 근사방법이 1차 근사방법보다 더 좋은 파괴확률을 계산해내지만 값의 정도가 크지 않아 많은 경우 1차 근사방법으로 충분하다.

3) 정규변수로의 변환이 어렵거나 수치적인 문제가 있을 경우 LLF방법은 변수변환이 필요치 않으므로 쉽게 MLP를 구할 수 있어 신뢰도해석에 용이하다.

4) 복잡한 한계상태식이나 미분을 이용하기 어려운 경우 RSM 방법은 근사적으로 한계상태식을 변형 시킴으로써 신뢰도해석을 적용하기가 매우 용이해 대형구조물의 해석에도 쉽게 사용할 수 있다.

참 고 문 헌

[1]. Rubinstein, Y., Simulation and the Monte Carlo Method, John Wiley, New York, 1981.
[2]. 김 수현, "Monte Carlo법을 이용한 파괴확률 계산법연구", 서울대학교 공과대학 석사학위논문, 1990..
[3]. Deak, I., "Three digit accurate multiple Normal Probabilties", Numerische Mathematik VOL. 35, 1980.
[4]. Bjerager, P., "Probability Iintegration by Directional Sampling", Jour. of Engrg. Mech., ASCE, Vol. 114, No. 8, 1988.
[5]. Hasofar, A. M., Lind, N. C., "Exact and Invariant Second Moment Code Format", Jour. of Engrg. Mech., Vol. 100, 1974.
[6]. Rackwitz. R., Fiessler, B., "Structural Reliability under Combined Random Load Sequences", Computers and Structures, Vol. 9, 1978.
[7]. Chen, X., Lind, N. C., "Fast Probability Integration by Three Parameter Normal Tail Approximation", Structural Safety, Vol. 1., 1983.
[8]. Roseblatt, M., "Remarks on a Multivariate Transformation", The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 23, 1952.
[9]. Hohenbichler, M., Rackwitz, R., " Nonnormal Dependent Vectors in Structural Reliability", Jour. of Engrg. Mech. ASCE, Vol. 107, 1981.
[10]. Madsen, H. O., Krenk, S., Lind, N. C., Methods of Structural Safety, Prentice-Hall, 1986.
[11]. Kiureghian, A. D., Lin, H. Z., Hwang, S. J., "Second-Order Reliability Approximations", Jour. of Engrg. Mech., Vol. 113, No. 8, 1986.
[12]. Breitung, K., "Probability Approximation by Log Likelihood Maximization", Jour. of Engrg. Mech., Vol. 117, No. 3, 1991.
[13]. 심 병구, " Response Surface Method에 의한 구조 신뢰성해석", 서울대학교 공과대학 석사학위논문, 1992.
[14]. Wen, Y. K., Chen, H. K., "On fast integration for time variant structural reliability", Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 2., No. 3, 1987.
[15]. 김 두기, "보강원통형 쉘의 확률론적 초기결함 민감도해석", 서울대학교 공과대학 박사학위논문, 1993.