

비틀림 하중을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 새로운 비선형 해석모델

A New Model for Nonlinear Analysis of Prestressed Concrete Members Subjected to Torsion

오 병 환* 박 창 규**
Oh, Byung Hwan, Park, Chang Kyu

ABSTRACT

The purpose of the present study is to propose a realistic method to analyze the prestressed concrete members subjected to pure torsion. The present study devise a method to realistically take into account the tensile stiffness of concrete after cracking. The effect of biaxial compressive and tensile loading on the compressive and tensile strength of concrete is also taken into account in the present model. The present model can predict not only the service load behavior, but also up to the behavior of ultimate load stages. The comparison of the present theory with experimental data indicates that the proposed model depicts reasonably well the actual behavior of prestressed concrete members

1. 서 론

일반적으로 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 휨 및 축방향력에 대한 거동은 잘 알려져 있으나 전단 및 비틀림에 대한 거동은 잘 알려져 있지 않다. 또한 콘크리트 구조물이 산업화에 따라 더욱 복잡 다양화함으로써 전단 및 비틀림에 대한 이해가 더욱 요구되고 있다.

일반적인 콘크리트 구조물에서는 비대칭 하중으로 인하여 비틀림을 받는 경우가 있으나 그 크기가 작아 문제가 되지 않고 있다. 그러나 비대칭하중을 받는 교량, 캔틸레버보, 건물의 스패드럴보, 곡선교량, 곡선부재, 나선형 계단 등과 같은 구조물에서는 설계상 문제가 되고 있다.

많이 알려진 해석모델로서는 공간트러스 유사 이론(Space Truss Analogy Theory)과 비틀림휨 이론(Skew Bending Theory)이 있다. 어떤 조건하에서 이들 이론의 기본 가정이 잘 맞는지는 아직까지 이에 대한 확실한 증거가 없다^[1].

본 연구에서는 비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 해석 모델로서 트러스 유사이론과 맥을 같이 하는 압축영역이론(Compression Field Theory)을 수정한 새로운 이론을 제시하고자 한다.

이를 위하여 본 논문에서는 콘크리트의 균열전후에 관계없이 인장강성을 고려하였고, 압축과 인장을 함께 받는 콘크리트 스트러트의 압축강도와 인장강도는 균열후 각각 감소하는 연화계수를 도입하였다.

2. 콘크리트 스트러트의 압축응력

* 서울대학교 토목공학과 교수

** 군산대학교 해양토목학과 조교수

콘크리트 스트러트의 주압축응력은 전단 흐름두께내의 평균응력으로 가정하며 다음과 같이 구한다.

$$\sigma_d = \zeta_1 k_1 f'_c \quad (1)$$

여기서 σ_d = 콘크리트의 스트러트의 주압축 응력

ζ_1 = 콘크리트의 압축강도 연화계수

k_1 = 콘크리트 스트러트의 평균 압축 응력 환산계수

f'_c = 콘크리트의 일축압축강도

콘크리트의 압축강도 연화계수 ζ_1 는 Vecchio et al.^[2]이 다음과 같이 제안하였다.

$$\zeta_1 = \frac{1}{0.8 - 0.34 \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_o}} \leq 1.0 \quad (2a)$$

여기서 ε_o = 콘크리트의 압축강도의 변형도

ε_t = 콘크리트의 인장변형도

본 논문에서는 ε_t 대신에 콘크리트 스트러트의 표면 주인장변형도 ε_{rs} 를 대입하여 다음과 같이 사용한다

$$\zeta_1 = \frac{1}{0.8 - 0.34 \frac{\varepsilon_{rs}}{\varepsilon_o}} \leq 1.0 \quad (2b)$$

콘크리트의 압축응력-변형도 관계식은

Kent et al.이 제안한 식을 사용하였으며^[3],

여기에 이축응력상태에 따른 연화계수 ζ_1 를 도입하여 수정하였다. 이를 이용하여 평균 압축 응력 환산계수를 구하면 다음과 같다.

$\varepsilon_{ds} \leq \varepsilon_o$ 일 때

$$k_1 = \frac{1}{\varepsilon_{ds} - \varepsilon_n} \left(\frac{\varepsilon_{ds}^2 - \varepsilon_n^2}{\varepsilon_o} - \frac{\varepsilon_{ds}^3 - \varepsilon_n^3}{3\varepsilon_o^2} \right) \quad (3)$$

여기서 ε_{ds} = 콘크리트 스트러트의 표면 압축 변형도

ε_n = 콘크리트의 초기 축방향 압축 변형도

$\varepsilon_o \leq \varepsilon_{ds} \leq \varepsilon_{20c}$ 일 때

$$k_1 = \frac{1}{\varepsilon_{ds} - \varepsilon_n} \left[\frac{\varepsilon_o^2 - \varepsilon_n^2}{\varepsilon_o} - \frac{\varepsilon_o^3 - \varepsilon_n^3}{3\varepsilon_o^2} + (\varepsilon_{ds} - \varepsilon_o)(1 + Z\varepsilon_o) - \frac{Z}{2}(\varepsilon_{ds}^2 - \varepsilon_o^2) \right] \quad (4)$$

여기서 ε_{20c} = 횡방향 변형이 구속된 콘크리트의 최대압축응력 이후의 압축응력이 압축강도의 20%가 될 때의 변형도

$\varepsilon_{ds} > \varepsilon_{20c}$ 일 때

$$k_1 = \frac{1}{\varepsilon_{ds} - \varepsilon_n} \left[\frac{\varepsilon_o^2 - \varepsilon_n^2}{\varepsilon_o} - \frac{\varepsilon_o^3 - \varepsilon_n^3}{3\varepsilon_o^2} + (\varepsilon_{20c} - \varepsilon_o)(1 + Z\varepsilon_o) - \frac{Z}{2}(\varepsilon_{20c}^2 - \varepsilon_o^2) - 0.2(\varepsilon_{ds} - \varepsilon_{20c}) \right] \quad (5)$$

3. 콘크리트 스트러트의 인장응력

콘크리트 스트러트의 인장응력 또한 압축 응력과 마찬가지로 방법으로 다음과 같이 구한다.

$$\sigma_r = \zeta_2 k_2 f'_t \quad (6)$$

여기서 σ_r = 콘크리트 스트러트의 (평균) 주 인장응력

ζ_2 = 콘크리트 스트러트의 인장강도 연화계수

k_2 = 콘크리트 스트러트의 평균 인장응력계수

f'_t = 콘크리트의 인장강도

콘크리트의 인장강도 연화계수는 다음과 같다.

$$\zeta_2 = 1 + (4B - 3) \frac{x}{A} + (2 - 4B) \left(\frac{x}{A} \right)^2 \quad (7)$$

여기서 B는 곡선의 곡률정도를 나타내는 계수로서 본 논문에서는 0.51로 가정한다.

x는 균열 발생후 콘크리트 스트러트 표면의 압축변형도와 균열발생시의 콘크리트 스트

러트 표면의 압축변형도의 차로서 다음과 같이 표현된다.

$$X = \varepsilon_{ds} - \varepsilon_{dscr} \quad (8)$$

A는 일반적인 콘크리트의 최대변형도와 균열발생시의 콘크리트 스트러트 표면의 압축 변형도의 차로서 다음과 같이 표현된다.

$$A = \varepsilon_{cu} - \varepsilon_{dscr} \quad (9)$$

여기서 ε_{dscr} = 최초균열 발생시 콘크리트 스트러트의 표면 압축변형도

ε_{cu} = 콘크리트의 최대 압축변형도

인장응력-변형도 관계식은 Vecchio et al.^[2]이 제안한 식을 사용하였으며 여기에 인장강도 연화계수를 도입하여 수정하였다. 이를 이용하여 콘크리트 스트러트의 평균 인장 응력계수 k_2 를 구하면 다음과 같다.

$\varepsilon_{rs} \leq \varepsilon_{cr}$ 일 때

$$k_2 = \frac{E_c \varepsilon_{rs}}{2 f_t} \quad (10)$$

여기서 E_c = 콘크리트의 탄성계수

ε_{cr} = 콘크리트 최초 균열시의 인장 변형도

ε_{rs} = 콘크리트 스트러트의 표면 인장 변형도

$\varepsilon_{rs} > \varepsilon_{cr}$ 일 때

$$k_2 = \frac{E_c \varepsilon_{cr}^2}{2 \varepsilon_{rs} f_t} + \frac{\sqrt{200(\varepsilon_{rs} - \varepsilon_{cr})} - \ln\{1 + \sqrt{200(\varepsilon_{rs} - \varepsilon_{cr})}\}}{100 \varepsilon_{rs}} \quad (11)$$

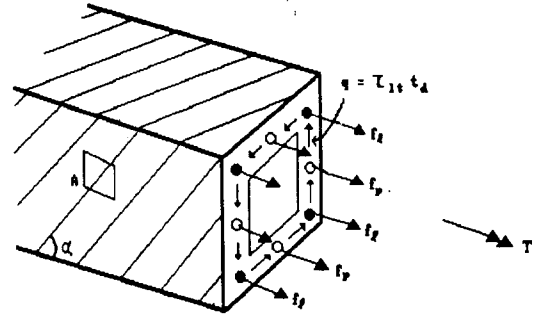


Fig. 1 Assumed section of a prestressed concrete member subjected to torsion

소한다.

- 3) 철근의 응력-변형도 관계식은 탄성-항복-변형도경화 영역으로 구성되며, 탄성영역은 선형, 항복영역은 수평, 변형도 경화 영역은 포물선으로 간주한다.

4.2 평형방정식

Bredt의 이론에 의하면 전단흐름내의 전단응력과 비틀림 모멘트의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다^[4].

$$\tau_{tt} = \frac{T}{2 A_o t_d} \quad (12)$$

$$A_o = (x - t_d)(y - t_d) \quad (13)$$

여기서 τ_{tt} = 콘크리트의 전단응력

T = 비틀림 하중

A_o = 전단흐름이 이루는 단면적

t_d = 전단흐름의 두께

x = 구형단면의 짧은 변의 길이

y = 구형단면의 긴 변의 길이

Fig. 2은 콘크리트의 임의요소 A에 작용하는 응력을 나타낸 것이다. 따라서 부재축방향인 종방향의 평형방정식은 다음과 같다.

$$P_o t_d (\sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha) + A_1 f_1 + A_p f_p = 0 \quad (14)$$

$$P_o = 2[(x - t_d) + (y - t_d)] \quad (15)$$

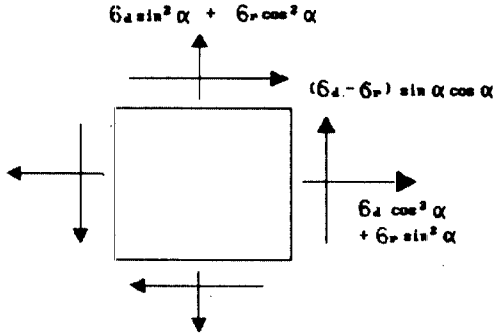
여기서 P_o = 전단흐름이 이루는 변장

α = 주압축응력 방향각

4. 비틀림 하중 하에서의 평형 및 적합조건식

4.1 가정

- 1) 콘크리트의 균열각은 콘크리트의 주압축응력 또는 주압축변형도의 경사각과 같다.
- 2) 콘크리트는 이축 압축-인장상태이며, 따라서 콘크리트의 압축강도와 인장강도는 두 주변형도의 비에 따라 각각 점차적으로 감



$$\theta = \frac{P_o}{2A_o} \gamma_{tt} \quad (21)$$

$$\psi = \theta \sin 2\alpha \quad (22)$$

$$t_d = \frac{\varepsilon_{ds} - \varepsilon_n}{\psi} \quad (23)$$

$$\varepsilon_{ds} = 2\varepsilon_d - \varepsilon_n \quad (24)$$

여기서 θ = 단위길이당 비틀림각

ψ = 콘크리트 스트러트의 곡률

Fig. 2 Stresses in concrete element A

A_t = 종방향철근의 단면적

A_p = 프리스트레스 강선의 단면적

f_t = 종방향철근의 단면적

f_p = 프리스트레스 강선의 단면적

부재축방향에 직각인 횡방향의 평형방정식은 다음과 같다.

$$S_h t_d (\sigma_d \sin^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha) + A_t f_t = 0 \quad (16)$$

여기서 S_h = 횡방향철근의 간격

A_t = 횡방향철근의 단면적

f_t = 횡방향철근의 응력

주응력으로부터 전단응력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tau_{tt} = (\sigma_d - \sigma_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (17)$$

4.3 적합조건식

주변형도와 종방향 및 횡방향변형도의 관계식은 다음과 같다.

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha \quad (18)$$

$$\varepsilon_{tr} = \varepsilon_d \sin^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha \quad (19)$$

$$\gamma_{tt} = 2(\varepsilon_d - \varepsilon_r) \sin \alpha \cos \alpha \quad (20)$$

여기서 ε_t = 부재의 종방향 변형도

ε_{tr} = 부재의 횡방향 변형도

γ_{tt} = 전단변형도

Bredt의 이론에 의한 비틀림각과 전단변형도와의 관계로부터 다음의 식을 얻을 수 있다^[4].

5. 해석결과 및 고찰

해석예제로서 McMullen et al.^[5]이 실험한 12개의 프리스트레스 콘크리트보와 Sharma et al.^[6]이 실험한 보 'BRI'를 선정하였다. Fig. 3~6은 비틀림하중과 비틀림각에 대한 곡선을 나타낸 것이다.

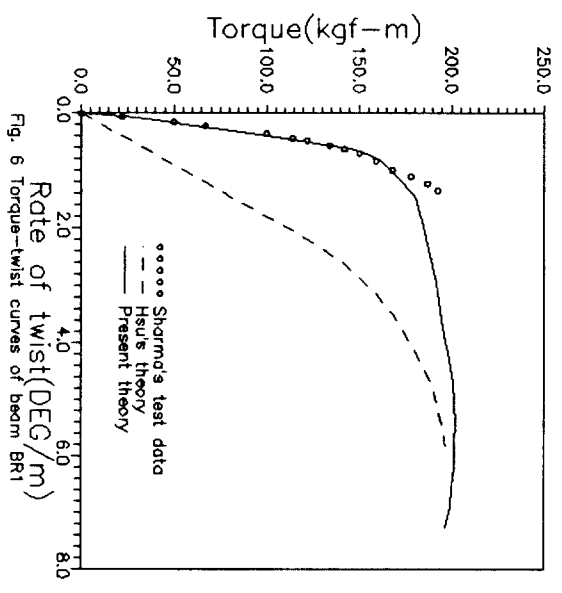
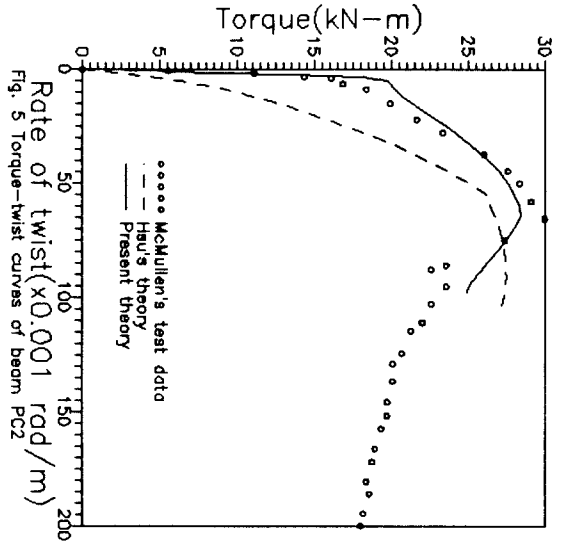
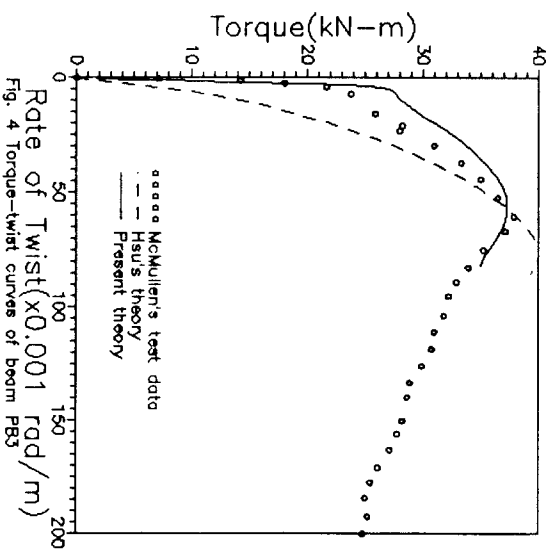
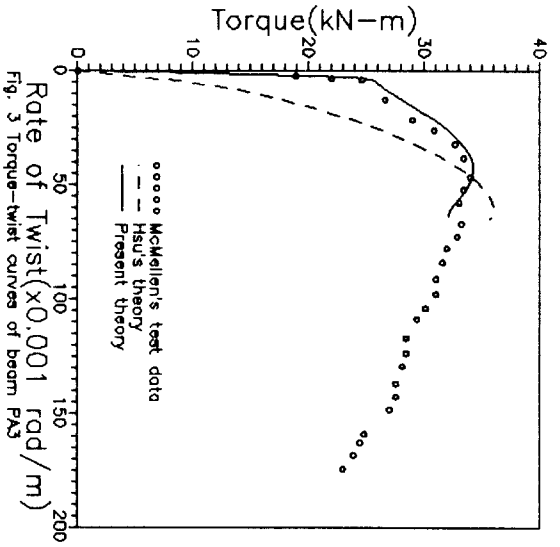
Hsu의 해석결과는 극한비틀림모멘트의 값이 실험치와 잘 맞으나 균열전 거동은 맞지 않고 있다. 본 이론에 따른 13개의 보에 대한 균열비틀림강도와 실험에 의한 균열비틀림강도의 평균비는 0.99이었고, 극한비틀림강도의 경우에도 0.99의 값을 보였으며, 표준편차는 각각 0.05, 0.07의 값을 보였다. 따라서 변동계수(C.O.V)은 각각 5%, 7%가 된다.

6. 결론

본 연구에서는 비틀림 하중을 받는 프리스트레스 콘크리트 부재의 사용하중상태에서 극한하중 상태까지 전하중 이력에 대한 거동을 해석하고자 하였다. 또한 콘크리트의 균열 이전과 균열 이후의 콘크리트의 인장저항을 합리적으로 고려하였으며, 콘크리트의 이축응력상태에 따른 압축강도와 인장강도의 연화현상을 고려하였다.

본 연구를 통하여 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 본 연구에서 제시한 이론에 의해 구한 균열비틀림강도와 극한비틀림강도는 실험치와 잘 일치하였으며 따라서 본 이론은 합리



적인 것으로 나타났다.

(2) 콘크리트 균열이후 인장증강효과를 적절히 고려함으로써 실제거동에 부합하도록 하였다.

(3) 사용하중상태 뿐만 아니라 극한하중 상태까지 전하중이력에 대한 거동을 해석할 수 있어 비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 좀 더 실제적인 해석을 가능하게 하였다.

7. 참고문헌

1. K. D. Below, B. V. Rangan, and A. S. Hall, "Theory for Concrete Beams in Torsion and Bending," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 101, No. ST8, Aug., 1975, pp. 1645-1660
2. F. J. Vecchio and M. P. Collins, "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear," *ACI Structural Journal*, No. 83-22, Mar.-Apr., 1986, pp. 219-231.
3. D. C. Kent and R. Park, "Flexural Members with confined concrete," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 97, ST7, July 1971, pp.1969-1990.
4. S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, "Theory of elasticity," 3rd edition, McGraw-Hill Ltd., 1970, p.333
5. A. E. McMullen and W. M. El-Degwy, "Prestressed Concrete Tests Compared with Torsion Theories,"

PCI Journal, Vol. 30, No. 5, Sep.-Oct., 1985, pp. 97-127.

6. A. K. Sharma and G. S. Pandit, "Sustained Load Tests in Torsion," *ACI Structural Journal*, No. 77-14, Mar.-Apr., 1980, pp. 103-108.