

2축 휨을 받는 구형기둥의 축력-모멘트 상관곡선

Failure Surface of Rectangular Columns Subject to Biaxial Bending

김진근*
Kim, Jin-Keun

양주경**
Yang, Joo-Kyoung

ABSTRACT

A method for approximating the failure surfaces for columns in compression and biaxial bending was proposed by using the moments along the line of a diagonal of the section. This method showed the better approximations for the failure surfaces of columns than the method of ACI.

To calculate the moments along the line of a diagonal of the section, an approximate method which is not influenced by the number of steels and the location of inner steels was proposed. This method gave satisfactory approximations for practical sections of columns.

1. 서론

가해지는 하중이 기둥 단면의 두 주축에 대하여 동시에 휨을 유발시킬 때, 기둥에서는 2축 휨이 발생되며, 흔히 이러한 2축 휨은 외측기둥(coner column)에서 발생된다. 1축 휨에 대한 기둥의 설계에서는 보통 1축 축력-모멘트 상관도나 표를 이용한다. 그러나, 2축 휨에서는 많은 휨모멘트비에 대하여 축력-모멘트 상관도나 표를 구하는 것은 많은 시간을 요하여 매우 비실용적이다. 따라서 근사적인 방법에 기초하여 기둥의 2축 휨에 대한 거동을 단면의 주축에 대한 1축 휨강도와 관련시켜 여러 방법에 제안되어 왔다.⁽¹⁻⁵⁾ ACI 319-89 규준에서는 2축 휨을 받는 기둥의 설계방법으로 하중궤적법(load contour method)를 제안하고 있으며, 하중궤적(load contour)을 구하기 위하여 도표를 사용하고 있다.⁽⁶⁾ 그러나 이 도표는 기둥의 2축 휨에 미치는 여러 인자(철근의 위치, 콘크리트의 강도, 단면의 폭과 높이의 비등)를 무시하고 근사적으로 제시된 것이다.

과거에는 계산 과정이 복잡해지면 이의 해결이 어려웠으나, 현재는 컴퓨터의 발달과 많은 보급으로 인하여 복잡한 계산도 가능하게 되었다. 따라서 본 연구에서는 기존의 설계도표를 이용하지 않고 컴퓨터를 이용한 간단한 계산과정을 통하여 구한 단면의 대각선과 평행한 방향에서의 모멘트로 하중궤적을 구할 수 있는 방법을 제시하고, 단면의 대각선과 평행한 방향에서의 모멘트를 계산할 수 있는 근사적인 방법을 제시하고자 한다.

2. 2축 축력-모멘트 상관도

1축 휨에 대한 축력-모멘트 상관도는 축력과 휨모멘트가 1개의 주축에 대하여 가해졌을 때, 그 주축에 대한 축력-모멘트 강도를 나타낸다. 2축 휨을 받는 기둥의 강도는 1축 축력-모멘트 상관도와 유사하게 그림 1(a)와 같이 나타내어질 수 있다. 그림 1(a)는 P축으로부터 방사상으로 나타나는 1축 축력-모멘트 상관도들로 이루어진 것으로, 이러한 1축 축력-모멘트 상관도는 그림 1(b)의 주축과 중립축이 이루는 각도를 변화시킴으로써 얻어질 수 있다.

* 정회원, KAIST 토목공학과 부교수, 공박

** 정회원, KAIST 토목공학과 박사과정

Bresler⁽¹⁾는 파괴면(failure surface)을 그림 1(a)에서와 같이 일정한 축력하에서 그려지는 하중계적으로 표현하였다. 이 하중계적은 일반적으로 다음식으로 근사화될 수 있다.

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right)^\alpha = 1.0 \quad (1)$$

여기서, M_{nx} 와 M_{ny} 는 2축 모멘트 강도로 각각 1축 모멘트 강도 M_n 의 x방향과 y방향 분력을 나타내며, M_{nox} 와 M_{noy} 는 각각 주축 x축과 y축에 대한 1축 모멘트 강도를 나타낸다. α 는 철근의 양과 분포와 위치, 단면의 모양, 콘크리트와 철근의 강도 등에 따라 변하는 값이다.

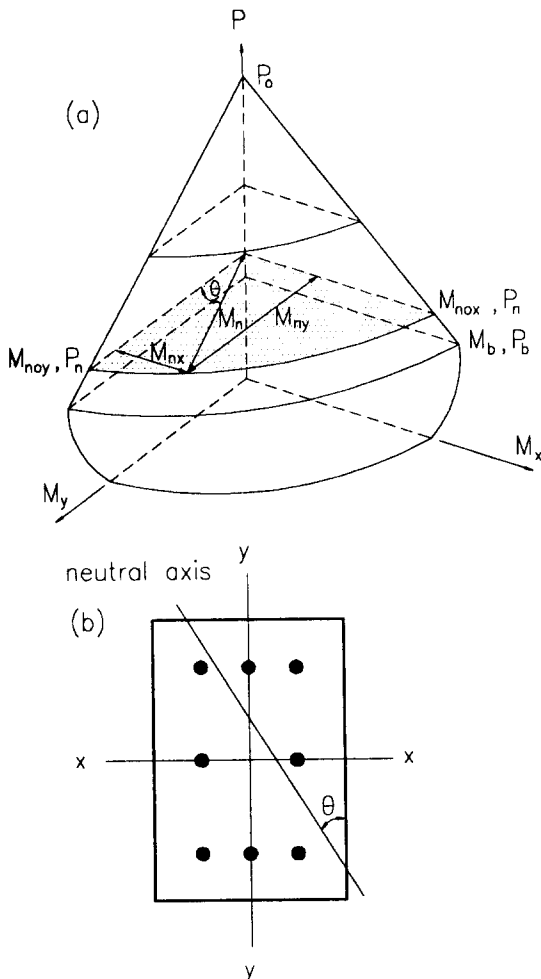


그림 1 2축 축력-모멘트 상관도

Parme 등⁽²⁾은 Bresler의 하중계적법을 확장하였는데, 이 방법에서는 그림 2(a)에서와 같이 $(M_{nx}/M_{ny})=(M_{nox}/M_{noy})$ 가 되는 점 B를 정의한다. 또한 그림 2(a)의 가로축과 세로축을 각각 M_{nox} 와 M_{noy} 로 무차원화하면 하중계적은 그림 2(b)와 같아지며, 이 때 점 B의 가로축과 세로축의 좌표값은 β 와 같아진다. 점 B의 좌표값($M_{nx}=\beta M_{nox}$, $M_{ny}=\beta M_{noy}$)을 식(1)에 대입하면 α 와 β 의 관계를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\alpha = \frac{\log 0.5}{\log \beta} \quad (2)$$

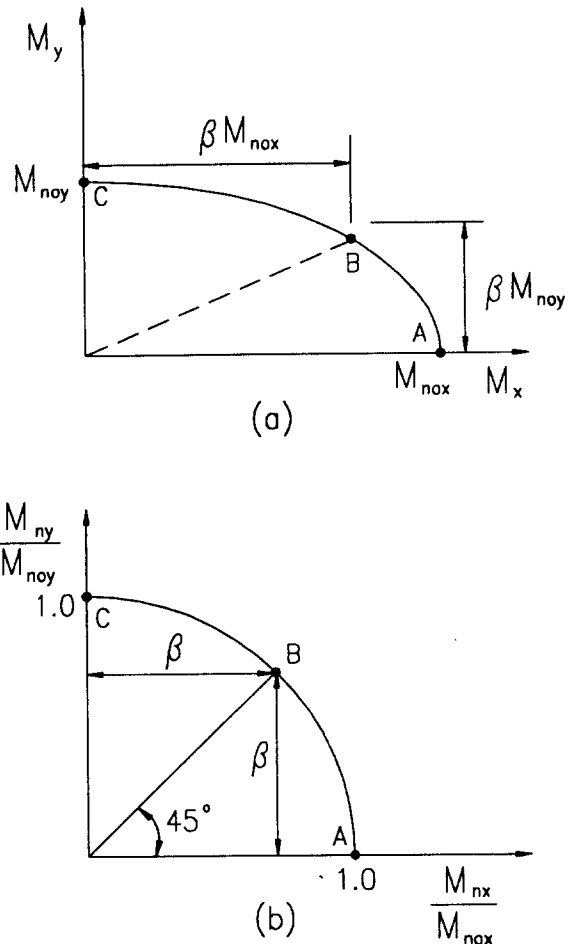


그림 2 하중계적

따라서 식(1)을 β 로 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^{\frac{\log 0.5}{\log \beta}} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right)^{\frac{\log 0.5}{\log \beta}} = 1.0 \quad (3)$$

본 연구에서는 설계도표를 이용하지 않고 중립축이 단면의 대각선과 평행한 방향에서 모멘트를 구하여 식(1)의 α 값을 계산하는 방법으로 하중계적을 구하였다. 그러나, 일반적으로 중립축이 단면의 대각선과 평행한 방향에서 (M_{nx}/M_{noy}) 와 (M_{noy}/M_{noy}) 는 동일한 값을 취하지 않는다. 따라서 Parme 등의 하중계적 법에 의한 β 값은 본 연구의 방법에서는 일반적으로 사용될 수 없다. 본 연구에서는 단면의 대각선 방향에서 계산된 (M_{nx}/M_{nox}) 와 (M_{ny}/M_{noy}) 의 값에 따라 α 값을 계산할 수 있는 다음식을 제안하였다.

$$\alpha = a_1 + a_2 \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right) - a_3 \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right)^2 + a_4 \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}}\right)^3 \quad (4)$$

여기서,

$$a_1 = 0.1638 - 1.1797 \left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^{8.1336}$$

$$a_2 = 2.4335 + 0.0539 \left(1 + \frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^{8.7587}$$

$$a_3 = 5.0881 + 0.2069 \left(1 + \frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^{8.1552}$$

$$a_4 = 4.8922 + 0.1189 \left(1 + \frac{M_{nx}}{M_{nox}}\right)^{8.8882}$$

그림 3은 본 연구의 방법과 ACI 318-89의 설계도표에 의한 결과를 비교한 것이다. 그림에서 보이듯이 본 연구의 방법에 의한 결과가 설계도표에 의한 결과보다 실제의 값에 더 근접함을 알 수 있다. 이와 같이 본 연구의 결과가 설계도표에 의한 결과보다 기둥의 실제 하중계적에 더 근접하는 이유는 본 연구에서는 주축에서의 값과 추가적으로 단면의 대각선 방향에서의 값(색칠된 점)을 지나도록 하였기 때문이다.

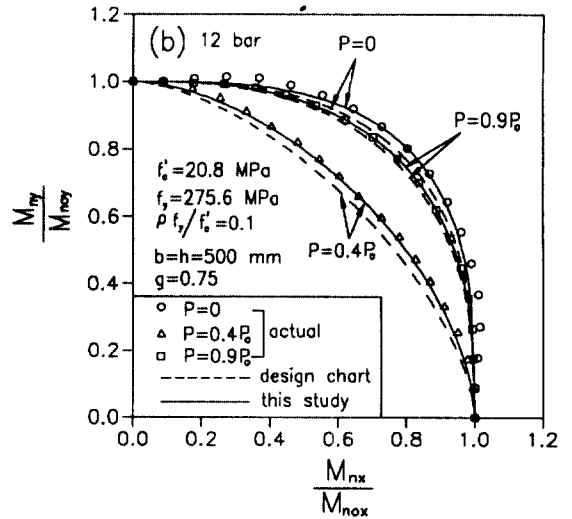
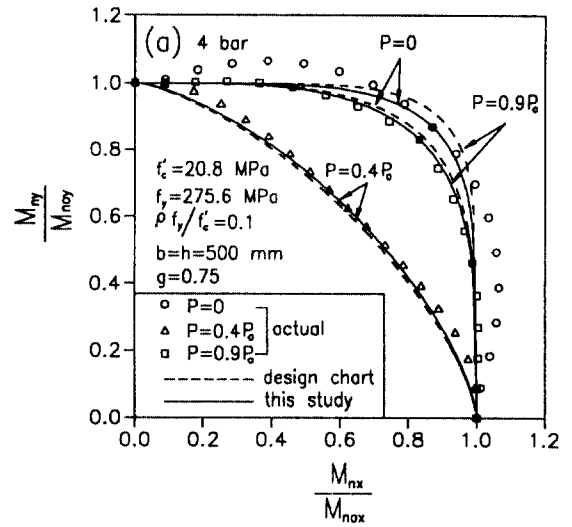


그림 3 정방형 단면의 하중계적의 비교

기둥의 하중계적에 관한 모델식은 일반적으로 (M_{nx}/M_{nox}) 과 (M_{ny}/M_{noy}) 의 합이 1을 넘지 못하는 것으로 되어있다. 그러나 기둥의 실제 하중계적에서는 (M_{nx}/M_{nox}) 또는 (M_{ny}/M_{noy}) 의 값이 1을 넘는 경우가 발생한다. 따라서, (M_{nx}/M_{nox}) 또는 (M_{ny}/M_{noy}) 의 값이 1을 넘는 경우에는 기존의 모델식은 기둥 단면의 하중계적을 제대로 표현하지 못한다. 이와 같이 하중계적에서 (M_{nx}/M_{nox}) 또는 (M_{ny}/M_{noy}) 의 값이 1을 넘는 현상은 그림 4에

서 보이는 바와 같이 철근의 갯수가 줄어들고, 단면의 (높이/폭)=(h/b)비가 커질수록 더욱 확연히 나타나고 있음을 알 수 있다. 따라서 (M_{nx}/M_{nox}) 또는 (M_{ny}/M_{noy})의 값이 1을 넘는 경우의 하중계적을 잘 표현할 수 있는 모델식의 개발이 필요한 것으로 사료된다.

3. 모멘트 계산을 위한 근사방법

본 연구에서는 중립축이 단면의 대각선과 평행한 방향에서의 모멘트를 계산할 수 있는 근사방법을 제시하였다. 그림 5(a)와 같은 단면에서 그림 5(b)와 같이 철근이 x축과 y축에 평행하게 분포한다고 가정하면, 그림 5(b)의 ①-①층과 ②-②층에서의 철근량은 동일하다. 따라서, H' 내의 임의의 층에서의 철근량은 위치에 관계없이 모두 같아지게 된다. 결

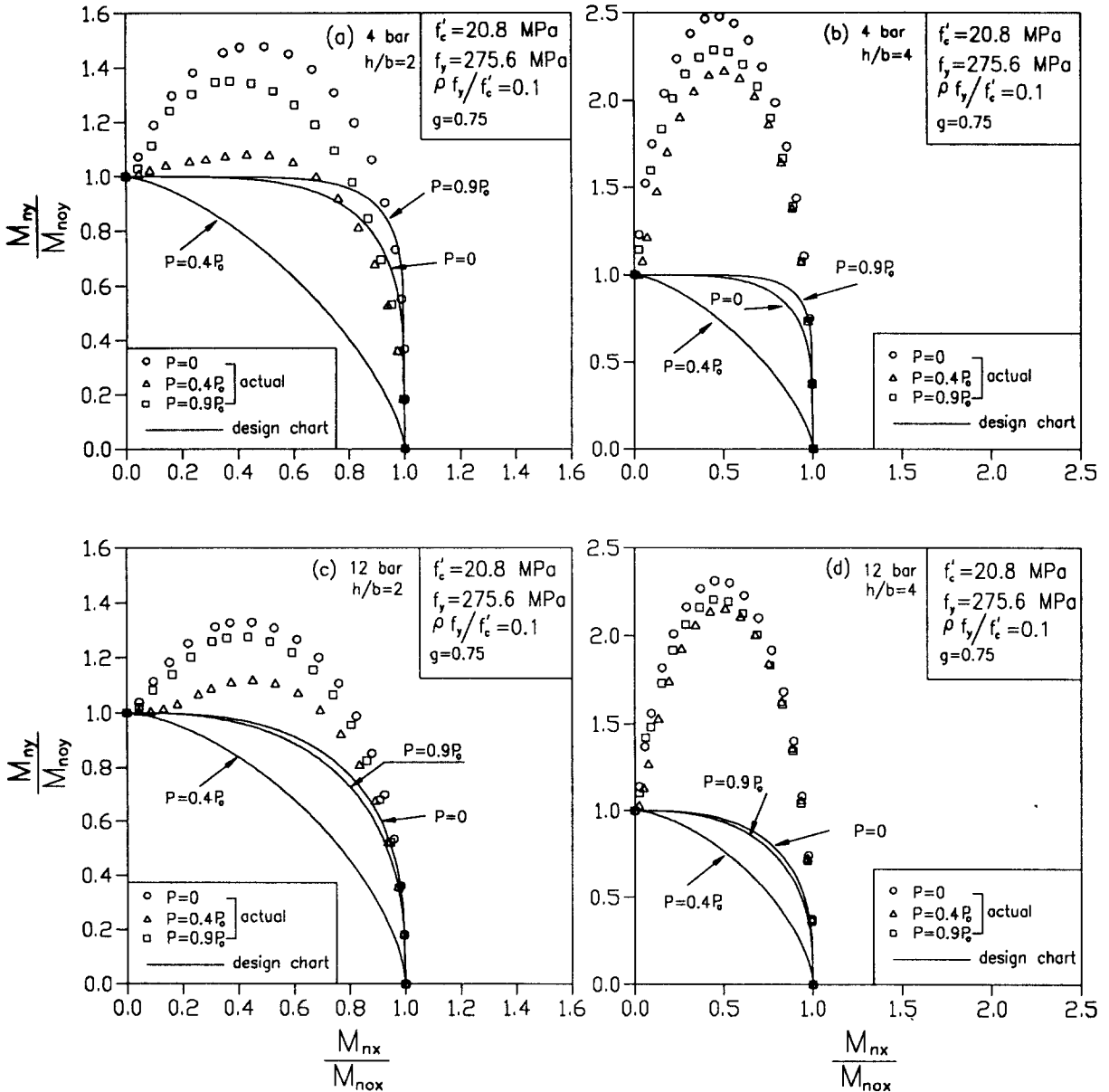


그림 4 직사각형 단면의 하중계적의 비교

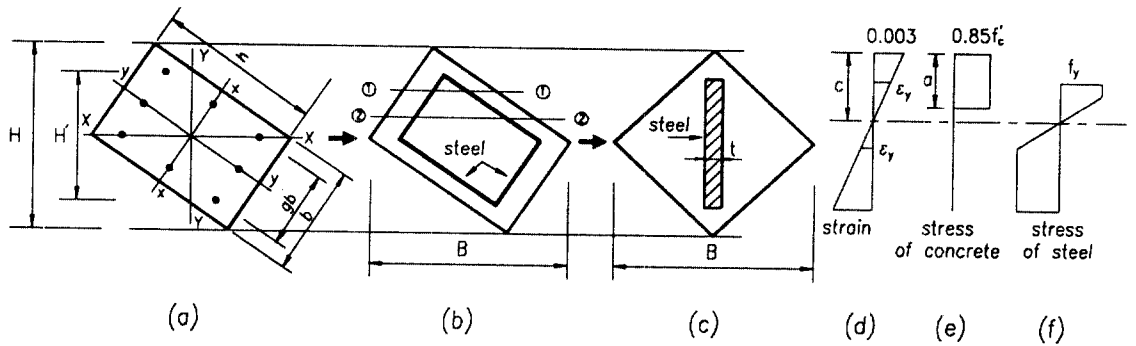


그림 5 모멘트 계산을 위한 근사방법

과적으로 그림 5(b)와 같은 단면은 그림 5(c)에서와 같이 철근이 두께 t 와 높이 H' 를 가지고 균일하게 분포하는 것으로 치환될 수 있다. 여기서 철근의 두께 t 는 다음식에 의해 계산된다.

$$t = \frac{\sum A_{si}}{H'} \quad (5)$$

여기서, A_{si} 는 각 철근의 단면적을 나타낸다. 이 근사방법을 사용하면 철근의 갯수와 중간 철근의 위치에 관계없이 해석할 수 있다.

그림 6은 철근의 위치를 고려하여 계산한 모멘트(M_2) 값과 근사방법을 사용하여 계산한 모멘트(M_1) 값을 비교한 것이다. 그림에서 보듯이 M_1/M_2 의 값이 철근의 갯수가 4개일 때는 약 0.86이나 철근의 갯수가 12개가 되면 약 0.97이 된다. 따라서 본 연구의 근사방법은 실제로 기둥으로 많이 쓰이는 단면에 대해서는 정확하게 모멘트를 구할 수 있는 것으로 나타나, 실용적인 면에서는 충분히 유용한 것으로 판단된다.

4. 결론

- (1) 간단한 계산 과정을 통하여 기둥 단면의 대각선과 평행한 방향에서 모멘트를 구하여 2축 휨을 받는 기둥의 하중계적을 구할 수 있는 방법을 제안하였으며, ACI의 설계도표에 의한 결과와 비교해볼 때 본

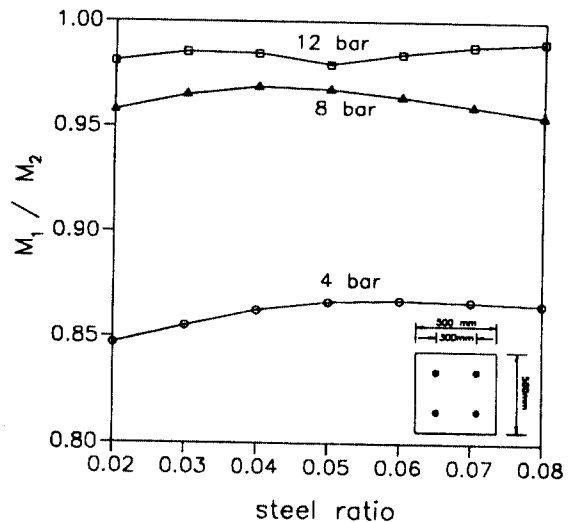


그림 6 모멘트 값의 비교

연구의 방법이 기둥의 실제의 하중계적에 더 근접한 결과를 보였다.

- (2) 철근의 갯수가 줄어들고 단면의 (높이/폭) 비가 커질수록 (M_{nx}/M_{nox}) 또는 (M_{ny}/M_{noy})의 값이 1을 넘는 현상이 더욱 확연히 나타났다. 그러나, 기존의 하중계적에 대한 근사식들은 (M_{nx}/M_{nox}) 또는 (M_{ny}/M_{noy})의 값이 1을 넘는 경우에는 기둥의 실제 거동을 제대로 표현하지 못하고 있는 것으로 나타났다. 따라서 이러한 경우에는 기둥의 실제 거동을 좀더 정확하게 예측할 수 있는 새로운 근사식이 필

요한 것으로 사료된다.

- (3) 철근비를 고려하여 단면의 대각선과 평행한 방향에서의 모멘트를 계산할 수 있는 근사방법을 제안하였으며, 이 방법은 철근의 갯수와 중간 철근의 위치에 관계없이 적용될 수 있다. 해석결과, 이 근사방법은 철근의 갯수가 줄어들면 실제와 다소 차이를 보이거나 철근의 갯수가 늘어나면 차이가 줄어들는 것으로 나타났다. 따라서 실제로 많이 쓰이는 기둥 단면에 대해서는 본 연구의 근사방법은 충분히 유용한 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 1993년 과학재단 목적기초 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사를 드립니다.

참고문헌

- 1) Bresler, B., "Design Criteria for Reinforced Concrete Columns Under Axial Loads and Biaxial Bending," *Journal of ACI*, Vol. 57. November, 1960, pp.481-490.
- 2) Parme, A. L., Nieves, J. M., and Gouwens, "Capacity of Reinforced Rectangular Columns Subject to Biaxial Bending," *Journal of ACI*, Vol. 63, No. 9, September, 1966, pp.911-923.
- 3) Furlong, R. W., "Ultimate Strength of Square Columns Under Biaxially Eccentric Loads," *Journal of ACI*, Vol. 57, No. 9, March, 1961, pp.1129-1140.
- 4) Pannel, F. N., "Failure Surfaces for Members in Compression and Biaxial Bending," *Journal of ACI*, Vol. 60, No. 1, January, 1963, pp.129-140.
- 5) Meek, J. L., "Ultimate Strength of Columns with Biaxially Eccentric Loads," *Journal of ACI*, Vol. 60, No. 8, August, 1963, pp.1053-1064.
- 6) ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete(ACI 318-89)," American Concrete Institute, Detroit, 1989.