

매크로 스프레드시트를 이용한 사면안정해석

(Macro - Spreadsheet Programming Applied to Slope Stability Analysis)

민 덕기 *

ABSTRACT

The recent advancements in microcomputer hardware and spreadsheet software has provided the computer user with many new and as yet unexplored problem - solving capabilities. Specially, command and function macros on macro spreadsheets provide the necessary tools to tackle problems that cannot be solved using a conventional spreadsheet. A computer program using the macro - spreadsheet was developed to solve the slope stability analysis by use of the Hardin's 'Lever Arm Equilibrium Method'. This is one of the statically consistent limiting equilibrium method of slope analysis applicable to noncircular slip surfaces.

It was found that the macro - spreadsheet could be written to assist the user in solving the complicated engineering problems. Specially, the iterative function was very useful to calculate the factor of safety, F in this case. And the graphic function was also useful to show the stress distribution.

요 지

최근 소형컴퓨터와 각종 소프트웨어의 개발로 새롭거나 과거에는 불가능하다고 여겨지던 문제들을 해결할 수 있게 되었다. 특히 매크로 스프레드시트는 기존의 스프레드시트로 해결할 수 없었던 문제들을 취급할 수 있게 하고 있다. 본 논문에서는 매크로 스프레드시트를 이용하여 Hardin의 'Lever Arm Equilibrium 이론'을 프로그램하였다. 이는 가상파괴단면을 비원형인 경우에 적용할 수 있는 한계 평형이론 중의 한 방법이다.

본 논문에서는 매크로 스프레드시트를 복잡한 공학적인 문제에 적용할 수 있음을 보였다. 특히 본 예제의 경우 매크로 스프레드시트의 반복계산의 기능은 안전율 계산에 매우 유용하였으며 그래픽기능을 이용하여 손쉽게 응력분포등을 나타낼 수 있음을 보였다.

* 울산대학교 토목공학과 교수

1. 서론

1978년 소형 컴퓨터에 스프레드시트(sheet)가 처음 소개된 후 많은 분야에서 그 활용도가 높아져가고 있다. 1985년에는 Lotus[®] Development Corporation에 의해 electronic macro - spreadsheet인 Lotus[®] 1-2-3 가 개발되었으며¹⁾, 그후 Symphony[®], Excel[™], Supercalc 4[™], QuattroPro 등이 개발되었고 계속해서 강력한 소프트웨어가 개발되고 있다.

주지하는 바와같이 소형 컴퓨터가 일반화되기 시작한 것은 1977년 워지니아크 림스에 의해 Apple computer 가 발표된 이후의 일이다. 이전에도 마이크로 프로세서를 CPU로 사용한 퍼스널 컴퓨터가 일부 판매되고 있었으나, 이들은 대부분 완제품 형태가 아닌 키트 형태의 것에 불과하였었다. 취미 및 Basic학습 등의 범주를 벗어나지 못하고 있던 퍼스널 컴퓨터는 1978년 Visicalc 가 발표된 이후 급속도로 변모 발전하게 되었다. Visicalc 의 개략적인 형태는 Lotus 1-2-3 와 유사하게 되어 있으며, 합계, 평균, 최대값, 최소값 등을 위시한 각종 계산 기능이 구비되어 있어 각종 계산을 간단히 처리해 주었다.

그 이후 Visicalc 와 유사한 각종 스프레드시트 프로그램이 발표되었다. 1980년 IBM PC가 발표되자 업무용 분야에서도 8비트 퍼스널 컴퓨터가 급속도로 퇴조하기 시작하였다. 마침내 1985년 미국의 로터스 디벨로프사에 의해 오늘날과 같은 Lotus 1-2-3가 개발되자 순식간에 스프레드시트가 각 분야에서 널리 사용되게 되었으며 이러한 추세는 지금까지 이어지고 있다.

이에 많은 분야에서 이 스프레드시트라는 새로운 소프트웨어를 널리 사용하게 되었으나, 공학 분야에서는 아직 그 활용도가 극히 저조한 편이다. 특히 이 패키지가 가지고 있는 그래픽기능 및 매크로기능을 적절히 이용하지 못하고 있는 실정이다. 매크로 스프레드시트는 많은 function, branching, looping 등을 사용하여 프로그램할 수 있도록 개발되어 있으며, 특히 매크로는 electronic spreadsheet와 일반적인 언어인 BASIC, FORTRAN 등과의 간격을 연결시켜 주는 '교량'의 기능을 하고 있는 것으로 매크로 프로그램을 포함하고 있는 스프레드시트는 복잡한 자료의 조작이나 수치해석을 가능하게 하고 있다. 이러한 스프레드시트는 기존 언어에 대해 모르는 초심자들도 비교적 쉽게 이용할 수가 있어 최근 그 사용도가 기하급수적으로 증가하는 추세이다.²⁾

스프레드시트의 최대 크기는 소프트웨어에 따라 다르겠지만 일반적으로 8000 row x 250 column = 2,000,000 개의 방(cell)으로 이루어져 있다. 본 연구에서 사용한 Lotus Symphony[®]의 경우는 8192 row x 256 column 의 방으로 이루어져 있

다. 스프레드시트의 최대의 장점은 주어진 방정식을 입력시킨 후 입력데이터를 바꾸워주면 자동적으로 새 결과를 재계산(recalculation)하는 것이며 이 재계산 역시 매우 신속하게 수행한다는 것이다.³⁾

현재는 많은 공학자들도 이 패키지를 이용하여 점점 복잡한 문제 풀이를 시도하고 있으며 더 나아가서는 기술자나 고용자들을 위한 template 가 준비되고 있다. 본 연구에서는 로터스 디벨로프사 제품인 Lotus Symphony^R 을 이용하여 Hardin의 사면안정해석이론을 프로그램화하였다. 그러나 이 기법들은 유사한 다른 스프레드시트에도 유사한 방법으로 어렵지 않게 적용시킬 수가 있다.

2. HARDIN의 사면해석이론

현재 관용되고 있는 사면안정해석방법은 대부분 한계평형법(limit equilibrium method)이다. 이 방법은 현재까지 축적된 많은 경험을 통하여 유용하고 신뢰성이 있는 것으로 평가되고 있다. 한계평형이론에 기초를 둔 사면안정해석 방법은 각 방법을 고안할 때 설정한 가정의 차이에 따라 여러 방법이 발표되었고, 거의 모든 방법은 프로그램화 되어 실용상 편리한 단계에 와 있다. 사면안정해석 결과의 정확도는 사면의 기하학적 조건과 강도특성의 파악 정도에 일차적으로 지배된다. 또한 동일한 문제에 대해서도 각 방법은 상의한 안전율과 파괴면을 제시하게 된다. 한계평형에 근거를 두고 있는 연구들은 Frohlich(1955)⁴⁾, Bishop(1955)⁵⁾, Whitman 과 Moore(1963)⁶⁾, Morgenstern과 Price(1965)⁷⁾, Spencer(1967, 1973)^{8,9)}, Janbu(1973)¹⁰⁾ 등의 연구가 대표적이다. 최근에는 물리적인 모든 조건을 고려할 수 있는 방법들이 연구되고 있는데 그 대표적인 연구로는 Chen과 Morgenstern(1973)¹¹⁾, 그리고 Hardin(1984)¹²⁾의 연구등이 있다.

본 연구에서는 비교적 최근에 소개된 Hardin(1984)의 이론을 근거로 프로그램을 작성하였으며, 파괴면을 원호로 가정한 경우에는 Bishop의 간이해법과도 비교하였다. Hardin의 해석 방법은 최근 개발된 방법 중 하나로 파괴 토체에서 정력학적인 평형을 이루며 정정해석이 가능한 새로운 사면해석방법이다. 이 해석 방법은 'Lever Arm Equilibrium'이라고 불리기도 하는데 파괴토체에서의 내적평형을 만족시키기 때문에 그 결과가 정해에 매우 가까운 것으로 알려져 있다. 이 이론은 이미 대한토질공학회지¹³⁾에도 상세히 소개된 바가 있으며 그 이론에 대한 개략적인 내용은 다음과 같다.

하 중

하중으로는 체적력(body forces), 표면력(surface loading) 그리고 공극수압

을 고려하였다. 본 해석방법은 분할법(slice method)의 일종으로, 각 분할토편에 작용하는 하중은 Fig. 2.1과 같다. 이 분할토편내에서의 힘의 수평, 수직 및 모멘트의 평형관계로부터 전수평력, Q_x , 전수직력, Q_y , 그리고 전모멘트, Q_m 는 각각 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$Q_x = \int_{x_L}^{x_R} q_x dx = \int_{x_L}^{x_R} \left[\int_{y_b}^{y_t} \gamma_x dy + w_x \tan \delta - u_f \tan \alpha - \frac{dU}{dx} \right] dx \quad \text{--- (2.1a)}$$

$$Q_y = \int_{x_L}^{x_R} q_y dx = \int_{x_L}^{x_R} \left[\int_{y_b}^{y_t} \gamma_y dy + w_y - u_f \right] dx \quad \text{--- (2.1b)}$$

$$Q_m = \int_{x_L}^{x_R} q_m dx = \int_{x_L}^{x_R} \left[\int_{y_b}^{y_t} (\gamma_y x - \gamma_x y) dy + (w_y x - w_x y_b \tan \delta) + u_f (y_t \tan \alpha - x) + \frac{d(Uy_u)}{dx} \right] dx \quad \text{--- (2.1c)}$$

이 하중들의 합력, Q 와 그 lever arm, a_q 는 다음식으로 주어진다.

$$Q = (Q_x^2 + Q_y^2)^{1/2} \quad \text{--- (2-2)}$$

$$a_q = Q_m / Q \quad \text{--- (2-3)}$$

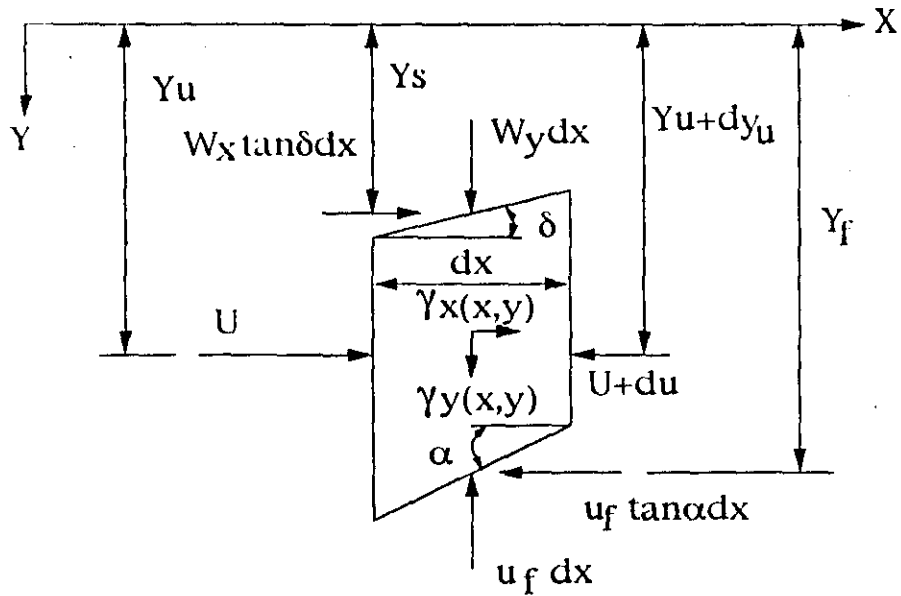


Fig. 2.1 Components of resultant distributed loading.

반 력

파괴면을 따라 작용하는 전단응력과 유효수직응력은 반력으로 고려할 수 있다. 그림 2.2에는 한 분할토편에 작용하는 반력성분을 보여주며, 그 크기는 각각 다음 식과 같다.

$$N'_x = \int n_x dx = \int \sigma' \tan \alpha dx \quad \text{-----} \quad (2.4a)$$

$$N'_y = \int n_y dx = \int \sigma' dx \quad \text{-----} \quad (2.4b)$$

$$N'_n = \int n_n dx = \int \sigma' (x - y_f \tan \alpha) dx \quad \text{-----} \quad (2.4c)$$

$$T_x = \int t_x dx = \int -(c' + \sigma' \tan \phi') dx \quad \text{-----} \quad (2.5a)$$

$$T_y = \int t_y dx = \int -(c' + \sigma' \tan \phi') \tan \alpha dx \quad \text{-----} \quad (2.5b)$$

$$T_n = \int t_n dx = \int -(c' + \sigma' \tan \phi') (x \tan \alpha + y_f) dx \quad \text{-----} \quad (2.5c)$$

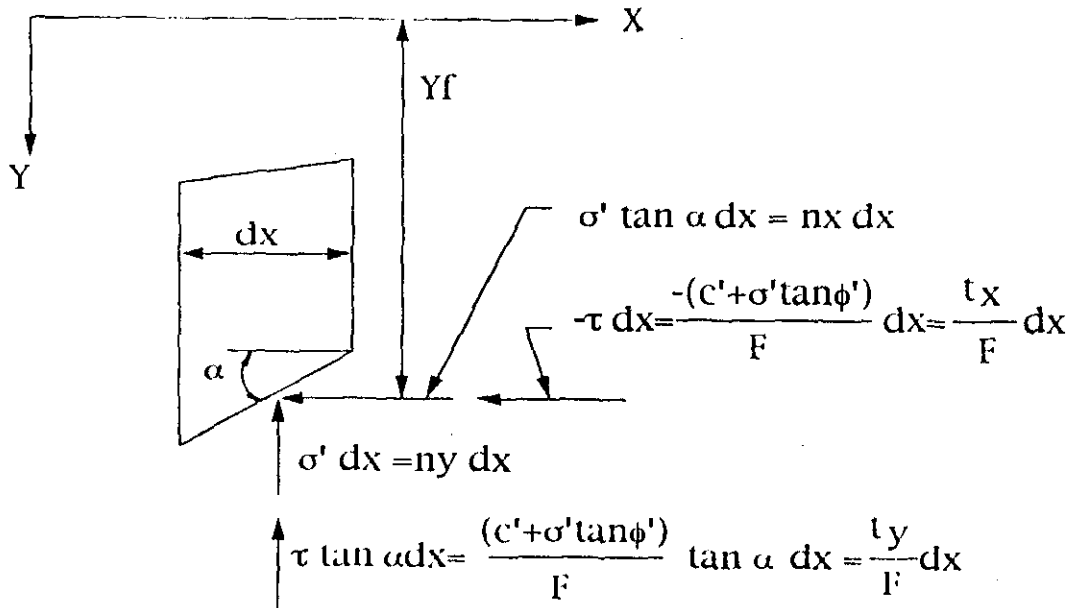


Fig. 2.2 Components of the distributed reaction

여기서 유효수직성분에 의한 합력, N' 과 그 lever arm, a_n 그리고 전단성분에 의한 합력, T 와 그 lever arm, a_t 는 다음과 같다.

$$N' = [(N'_x)^2 + (N'_y)^2]^{1/2}, \quad a_n = N'_m/N' \quad \text{-----} \quad (2.6)$$

$$T = [(T_x)^2 + (T_y)^2]^{1/2}, \quad a_t = T_m/T \quad \text{-----} \quad (2.7)$$

N' 과 T/F 의 합력, R 의 크기는 다음 식으로 나타낼 수 있다. 여기서 F 는 안전율이다.

$$R = N'/F (F^2 + 2mF + f^2)^{1/2} \quad \text{-----} \quad (2.8)$$

$$\text{여기서 } m = (N'_x T_x + N'_y T_y) / (N')^2 \quad \text{-----} \quad (2.9a)$$

$$f = T/N' \quad \text{-----} \quad (2.9b)$$

반력 합력의 모멘트, $R_m = N'_m + (T_x/F)$ 이므로 그 lever arm, a_r 은 다음과 같다.

$$a_r = \frac{F a_n + f a_t}{(F^2 + 2mF + f^2)^{1/2}} \quad \text{-----} \quad (2.10)$$

Lever Arm Equilibrium 방정식

활동사면의 역학계가 평형을 이루기 위해서는 하중과 반력의 크기가 동일하며 작용방향은 반대가 되어야 한다. 이로부터 안전율, F 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$F = -f_1 \pm (f_1^2 - f_2)^{1/2} \quad \text{-----} \quad (2.11)$$

$$\text{여기서 } f_1 = \frac{m - r_n r_t f}{1 - r_n^2} \quad \text{-----} \quad (2.12a)$$

$$f_2 = \frac{(1 - r_t^2) f^2}{1 - r_n^2} \quad \text{-----} \quad (2.12b)$$

원형 파괴면의 경우에는 $a_n = 0$ 이 되므로 이때의 안전율은

$$F = [(r_t^2 - 1) f^2 + m^2]^{1/2} - m \quad \text{-----} \quad (2.13)$$

이 된다.

내적 평형 (Internal Equilibrium)

Fig. 2.3은 한 분할토편에 작용하는 힘들을 보여주고 있다. 한 분할토편에 작용하는 힘들은 수직, 수평 및 모멘트에 관하여 평형을 이루게 되면 활동파괴토체에서 내적 평형을 만족하는 것을 의미하게 되고, 이로부터 x 점의 수직면에 작용하는 전단력, V 와 유효 수평력, H' 을 구하면 다음과 같다.

$$V(x) = \int_{x_L}^x (-q_y + n_y + \frac{t_y}{F}) dx \quad \text{-----} \quad (2.14a)$$

$$H'(x) = \int_{x_1}^x (q_x - n_x - \frac{t_y}{F}) dx \quad (2.14b)$$

그리고 반력의 작용거리, y_H 의 일반식은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$y_H(x) = \frac{\int [q_x + (n_x + t_x/F)y_f - (n_y + t_y/F)x] dx + x \int (-q_y + n_y + t_y/F) dx}{\int (q_x - n_x - t_y/F) dx} \quad (2.15)$$

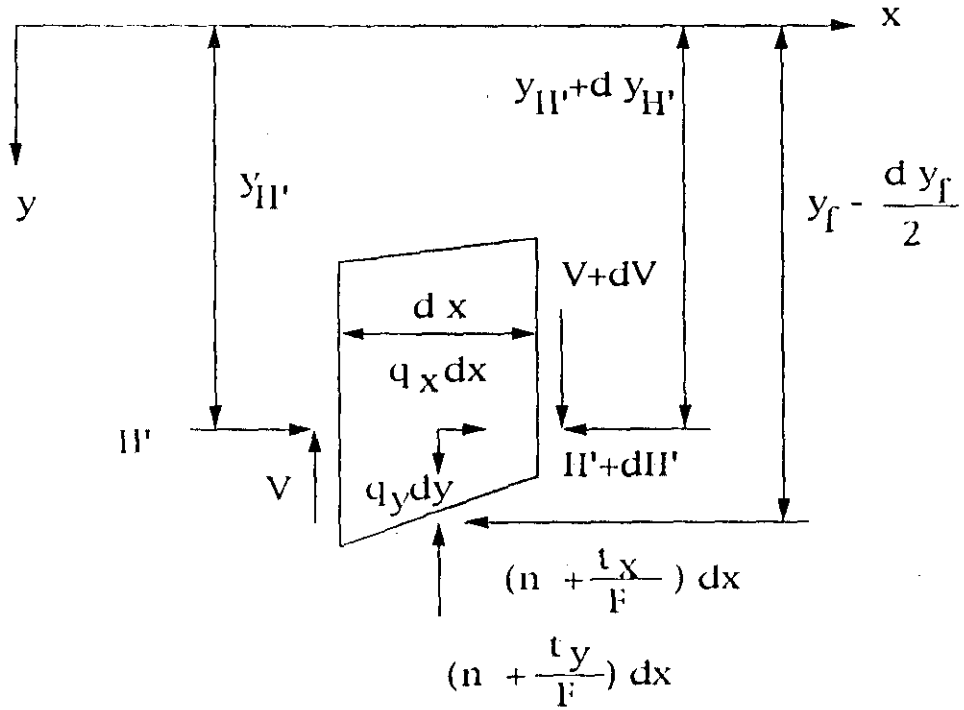


Fig. 2.3 Internal Equilibrium

유효수직응력의 계산

Lever Arm Equilibrium 방정식으로부터 안전율을 구하기 위해서는 활동면에서의 유효수직응력, $\sigma'(x)$ 가 먼저 산정되어야 한다. 그러나 $\sigma'(x)$ 는 두 미지수 $V(x)$ 와 $H'(x)$ 로 표현되는 2변수함수이므로 두 변수관계를 합리적으로 설정하여야만 $\sigma'(x)$ 를 구할 수 있다. 이들 관계는 일반적으로 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dV}{dx} = \lambda f(x) \frac{dH'}{dx} \quad (2.9)$$

이로부터 $\sigma'(x)$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\sigma'(x) = \frac{q_y + \lambda f(x) q_x + c'/F [\lambda f(x) - \tan \alpha]}{1 + \tan \alpha \tan \phi'/F + \lambda f(x) (\tan \alpha - \tan \phi'/F)} \quad (2.10)$$

여기서 $\lambda f(x)$ 는 정력학적 조건을 만족할 수 있도록 선정되어야 한다.

3. 스프레드시트를 이용한 전산화

본 연구에서는 전장에서 기술한 Hardin의 이론을 Lotus Symphony[®] 스프레드시트를 이용하여 프로그램화하였다. 문제의 해를 구하기 위해 전산화한 과정을 정리하면 아래와 같다.

1) 관계되는 하중을 계산한다. 즉 각 절편에 작용하는 수평 및 수직 하중과 모멘트, $q_x(x)$, $q_y(x)$, $q_n(x)$, 그리고 전 하중인 Q_x , Q_y , Q_n , Q 그리고 lever arm, a_q .

2) 안전율 및 계수 λ 를 가정한다. 일반적으로 최초의 값은 $F = 1$, $\lambda =$ 적당한 상수로 가정한다.

3) 반력들을 계산한다. 즉 $n_x(x)$, $n_y(x)$, $n_n(x)$, $t_x(x)$, $t_y(x)$, $t_n(x)$, N'_x , N'_y , N'_n , N' , T_x , T_y , T_n , T , R , a_n , a_t , r_n , r_t , m , f 그리고 이 값들을 이용하여 안전율, F 를 계산한다.

4) 가정한 λ 에 대하여 안전율, F 가 수렴할 때까지 3)항의 계산을 반복한다.

5) 정역학적 조건을 만족시키기 위하여 외력의 합, Q 와 반력의 합, R 이 일치하지 않으면 λ 를 변화시키며 3)과 4)항의 계산을 반복한다. 이때 R 과 λ 의 관계를 도시하면 새로운 λ 를 구하는데 도움이 될 수 있다.

6) 필요한 경우에는 F 와 λ 의 최종치를 이용하여 y_H 을 구한다.

해를 구하는 첫번째 과정은 관계되는 하중을 구하는 것이다. 관계되는 하중은 체적력, 외력 그리고 간극수압을 고려한다. 체적력은 1개의 절편에 대하여 상층의 y 좌표와 하층의 y 좌표를 입력하면, 그 두 좌표값의 차이에 지반의 단위중량을 곱하여 줄으로서 구할 수 있다. 이때 형상함수는 quadratic으로 가정하여 프로그램화하였다. 다층토의 경우에는 한개의 토층에 대하여 프로그램한 상술한 과정을 스프레드시트의 가장 강력한 기능중의 하나인 copy기능을 이용하여 다른 층의 경우에도 간단히 해결할 수가 있다. 각 절편에 대한 체적력을 계산하는데 필요한 적분은 Simpson의 규칙을 이용하여 해결하였다. 간극수압과 외력을 계산할 때에는 가상과 괴면이나 원지반의 기울기 즉 미분을 하여야 한다. 이는 Lagrangian interpolation을 이용하여 해결하였다. 이와같은 방법으로 한개의 절편에 대한 전산화가 완성되면 역시 스프레드시트의 copy기능을 이용하여 다른 절편의 경우에 대해서도 어렵지 않게 그리고 신속하게 작성할 수가 있다.

2번째 단계에서는 안전율, F 과 계수, λ 를 가정한다. 최초 F 는 1로, λ 는 1/3으로 가정하였다. 이는 다음 단계의 반력을 구하는데 필요한 σ 의 값을 구하는데 필요하다.

3번째 단계에서는 반력들을 계산한다. 이 과정에서도 1단계에서와 같은 방법을 이용하여 한 절편에 대하여 반력들을 계산하였고, 적분이 필요한 경우에는 Simpson의 법칙을, 미분이 필요한 경우에는 Lagrangian Interpolation을 사용하였다. 역시 copy기능을 이용하여 가상과괴면의 전절편에 대하여 전산화하였다.

4번째 단계에서는 안전율을 계산하기 위하여 안전율이 수렴할 때까지 반복 계산을 수행하였다. 본 프로그램에서는 최초 안전율을 1로 가정하여 안전율을 계산하고 이 계산된 안전율을 다시 가정안전율로 하여 안전율이 수렴할 때 까지 반복 계산을 하였으며 이때 스프레드 시트의 매크로기능이 유용하게 쓰일 수 있다. 아래의 Table 3.1에는 안전율을 구하기 위한 매크로의 한 예를 보여준다. 여기서 매크로 c가 안전율을 반복계산을 하는 매크로프로그램이다. 여기서 Fa는 가정한 안전율이고, Fc는 계산된 안전율이다.

5번째 단계에서는 외력의 합과 반력의 합이 일치할 때까지 계수, λ 를 변화시키면서 1단계에서 4단계의 계산을 반복한다. 여기서는 bisection method를 이용한 매크로를 작성하여 계산을 하였다. 표 3.1에 이를 위한 매크로 프로그램을 보여주고 있다.

6번째 단계에서는 계산된 안전율과 λ 를 이용하여 y_H 를 구한다.

Table 3.1 The Macro Program for calculating the Safety Factor

```

z      {if (Q-R)<0}{branch za}
      {branch zb}

za     {let lambda2, lambda}~{branch a}

zb     {let lambda1, lambda}~{branch a}

a      {let lambda, (lambda1+lambda2)/2}~{branch c}

c      {let Fa, Fc}~
      {if @abs(Q-R)<.001}{branch end}
      {if @abs(Fa-Fc)< 0.0000001}{branch z}
      {branch c}

end    {quit}

```

4. 예제 문제

여기서는 본 프로그램을 검증하기 위해 Hardin이 그의 논문¹²⁾에서 택한 예제에 대하여 Lotus Symphony[®] 스프레드시트를 이용하여 프로그램을 실시하였다. Fig. 4.1에서 보는 바와 같이 해석에 고려한 하중은 자중뿐 아니라 지진에 의한 지반의 수평력, 사면 표면에 가해지는 외력과 공극수압을 고려하였다. 가상 파괴면은 Fig. 4.1에서 보는 바와 같이 직선으로 구성되어 있다. 사면 지반의 $\gamma_y = 20 \text{ KN/m}^3$, $\gamma_x = -2 \text{ KN/m}^3$, 물의 $\gamma_y = 10 \text{ KN/m}^3$, $\gamma_x = -1 \text{ KN/m}^3$, 점착력, c 는 10 KN/m^2 이었으며, $\tan \phi' = 0.5$ 이다. 사면 상부에는 인장균열이 존재하며 이 균열은 물로 채워져 있다고 가정하였고, 침윤선은 그림에서 보는바와 같이 직선으로 가정하였다.

여기서는 우선 정정해석을 하기 위해 Spencer⁸⁾가 채택되었던 것과 같이 수직단면에 작용하는 전단력이 유효수직력에 선형적으로 비례한다고 가정하였다.

$$V(x) = \lambda H'(x) \quad (4.1)$$

이로부터 $\sigma'(x)$ 에 대하여 풀면 다음 식을 얻을 수 있다.

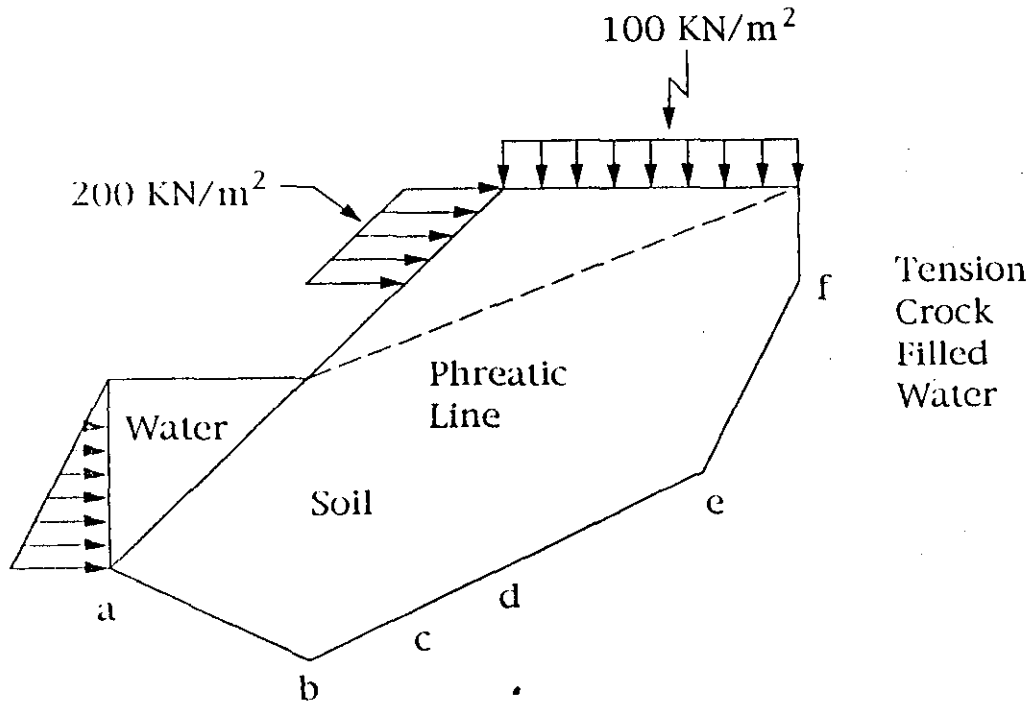


Fig. 4.1 Example Problem Loading.

$$\sigma'(x) = \frac{q_y + \lambda q_x + c'/F (\lambda - \tan \alpha)}{1 + \tan \alpha \tan \phi'/F + \lambda (\tan \alpha - \tan \phi'/F)} \quad (4.2)$$

상기식을 이용하여 프로그램을 수행한 스프레드시트의 일부가 부록에 수록되어 있다. 사면은 그림 4.1의 b, c, d, e점을 통과하는 5개의 절편을 나누었다. 최초 안전율 F를 1로, λ 는 1/3으로 가정하여 안전율을 계산하였으며 해석 결과 계산된 안전율은 1.102867이었으며, 이 값을 다시 가정안전율로 하여 안전율이 수렴할 때까지 재계산을 하였으며, Q와 R이 일치하지 않으면 계수, λ 를 변화시키면서 Q와 R의 값이 일치할 때까지 반복 계산을 시도한 결과 λ 가 0.34926일 때 안전율은 1.085024에 수렴하였다. 이 계산시 전술한 매크로의 기능이 유용하게 이용되었다.

Fig. 4.1은 반력의 위치, y_H 와 $\sigma'(x)$ 의 값의 분포를 보여주고 있다. 그림에서 보는바와 같이 반력의 위치가 파괴면 아래에 있는 경우가 발생하고, $\sigma'(x)$ 는 불연속점이 발생하여 정력학적 조건을 만족시키지 못하고 있다. 이는 (4.1)식과 같이 $V(x)$ 와 $H'(x)$ 의 관계를 선형으로 가정한 연유에 기인한 것으로 이러한 가정은 $\sigma'(x)$ 의 분포에 불연속이 발생하는 결과를 가져온다. 이를 극복하기 위해 불연속이 되는 각 절편 측면에서의 응력 값의 평균치인 σ'_{mean} 과 반력계수, $D(x)$ 를 이용하여

$$\sigma'(x) = prev. \sigma'(x) + \beta D(x) \sigma'_{mean} \quad (4.3)$$

로 조정하였다. 이 식에서 $prev. \sigma'(x)$ 는 이전 $\sigma'(x)$ 의 계산치이고, β 는 상수로 본 예제의 경우 0.05를 사용하였다. $\sigma'(x)$ 를 조정을 하여 정력학적 조건을 만족시킬 때까지 재계산을 실시하였으며, 그 결과는 Fig. 4.2에 보여주고 있다.

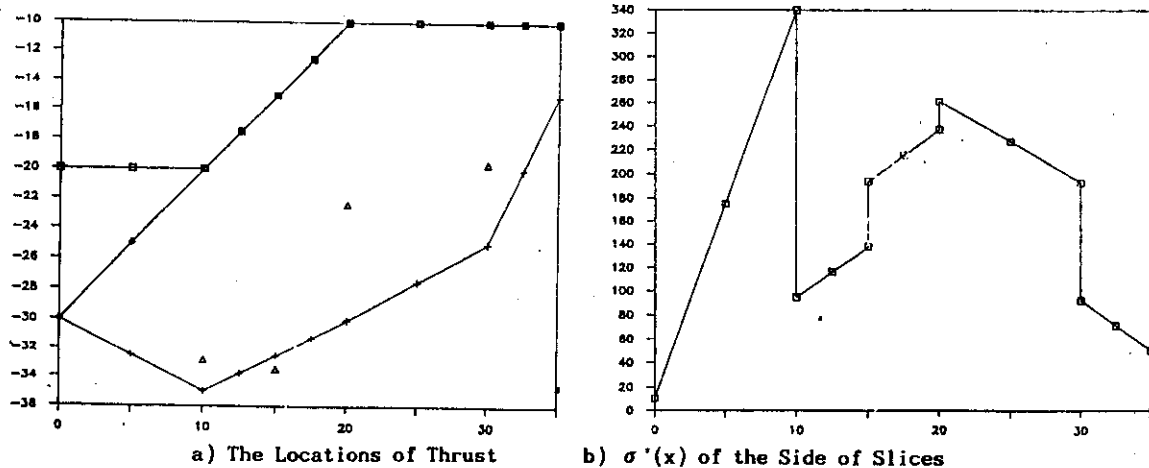


Fig. 4.1 The Locations of Thrust and $\sigma'(x)$ of the Side of Slices for $f(x) = 1$

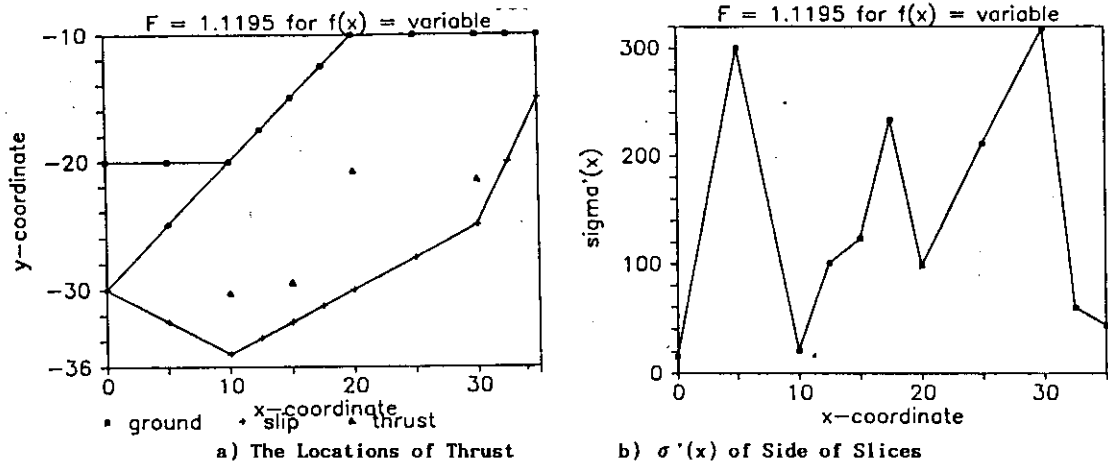


Fig. 4.2 The Locations of Thrust and the $\sigma'(x)$ of Side of Slices for $f(x) = \text{variable}$

5. 원호활동면으로 가정한 간편법

Hardin은 원호활동면으로 가정한 경우에 대한 안전율을 구하기 위해 안전율을 1로 가정하고, 계수 λ 를 0으로 보고 $\sigma'(x)$ 에 관한 새로운 식을 유도하였다.

$$\sigma'(x) = \frac{q_z - c' \tan \alpha}{1 + \tan \phi' \tan \alpha} \quad (5.1)$$

식 (5.1)을 이용하여 식 (2.13)으로부터 반복 계산없이 바로 안전율을 구할 수 있다.

여기서는 전절의 Fig. 4.1의 경우에 대하여 Hardin이 그의 논문에서 시도한 바와 같이 원점을 Fig. 4.1의 원점의 5m 아래로 잡고, Fig. 4.1에서 a, d, f점을 지나는 원호로 파괴면을 가정하여 안전율을 계산하였다. 이 경우 파괴원호의 반경은 26.93m이었고, 점착력 c' 은 20 KN/m², 그리고 $\tan \phi'$ 는 0.65로 하였다. 이 경우 $x = y_r \tan \alpha$ 이므로 이를 이용하여 가상파괴면을 구하고 분할절편의 폭을 일정하게 하는 등 전장에서 기술한 방법에 약간의 수정을 가하여 쉽게 프로그램화할 수 있었다. 본 예제의 경우는 절편을 5m 간격으로 균등하게 분할하여 7개의 절편으로 나누어 해석하였으며, 해석 결과 안전율은 1.020551이 되었다. 이 경우에는 반복계산이 필요없으므로 안전율을 신속하게 구할 수 있었다. 같은 조건의 문제에 대하여 Bishop의 간편법으로 해석을 시도한 결과 안전율은 0.929으로 나타나 본 예제 문

제의 경우에는 Hardin의 해석 방법이 Bishop의 간편법보다 약간 큰 안전율을 보였다. 그러나 이 방법은 지진에 의한 수평운동력을 고려할 수 있는 등의 장점을 갖고 있다. 임계원을 구하기 위해서는 여러 가상활동면에 대한 안전율을 구하여야 하며, 이를 위해 많은 방법이 제시되고 있다. 그러나 매크로를 이용하여 이를 수행하기에는 어려움 점이 많아 수행하지 않았다.

6. 결 론

오늘날 많은 프로그램 언어들이 개발되어있고, 또 그 언어를 사용한 소프트웨어가 수없이 많이 개발되어 있다. 최근 개발된 소형 컴퓨터의 하드웨어와 스프레드시트 소프트웨어는 컴퓨터 이용자들로 하여금 많은 새롭고 지금까지는 소형컴퓨터에서 해결하지 못하던 문제들에 대한 해결의 길을 열어 놓았다. 최근 국내에서도 소형 컴퓨터의 스프레드시트를 이용이 급증하고 있으나 아직 공학분야에서는 그 이용이 미미한 실정이다.

본 연구에서는 개인용 컴퓨터에서 손 쉽게 사용할 수 있는 스프레드시트를 이용하여 사면안정해석을 시도하여보았다. 본 연구에서는 Lotus Symphony[®] 스프레드시트를 이용하여 프로그램하였으며, 이는 다른 유사한 스프레드시트를 이용하여도 유사한 방법으로 프로그램할 수 있다. 본 연구에서는 Hardin의 Lever Arm Equilibrium 이론을 프로그램화하였다. 그의 이론은 일종의 절편법으로 안전율을 구하는데 필요로하는 반복 계산은 스프레드시트가 가지고 있는 재계산기능과 매크로기능을 사용하여 손쉽게 해결할 수가 있었다. 스프레드시트를 이용하여 안전율을 계산하여 본 결과 그의 논문에서 다루었던 예제 문제에 대하여 안전율을 1.085024로 구할 수 있었으며 이는 Hardin이 그의 논문에서는 계산한 1.0854와 일치하는 값이다. 또한 스프레드시트의 그래픽기능을 이용하여 응력의 분포등도 쉽게 볼 수 있음도 보였다. 여기서는 또한 원호활동면으로 가정한 Hardin의 간편법을 이용하여 안전율을 계산하였으며 그 결과는 Bishop의 해보다 약간 큰 값을 나타냈다. 원호활동면으로 가정한 경우 매크로를 이용하여 임계원을 구하는데는 어려움이 있었다.

본 연구에서는 절편법을 이용한 사면해석방법의 일종인 Hardin의 Lever Arm Equilibrium 이론에 대하여 프로그램하므로써 복잡한 공학적인 문제에 매크로 스프레드시트를 손쉽게 적용할수 있음을 보였다. 아직까지 공학 분야에 이 기법의 이용이 미미한데 머물러 있으나, 앞으로 이 기법의 이용은 급격히 확대될 것으로 이에 대한 공학자들의 좀더 깊은 관심이 있어야 할 것으로 여겨진다.

7. 참고문헌

- 1). Casas, A., ' Spreadsheets : A New Design Tool. ' Civil Engineering, p.55, December, 1985
- 2). Neis, M. E., Wigham, J. M. and Neis, V. V., ' Macro - Spreadsheet Programming Applied to Well Drawdown, ' J. of Computing in Civil Engineering, ASCE, Vol.2, No.2, pp. 121-135, April, 1988
- 3). Ewing, D. P. and LeBlond, G. T., ' Using Symphony[®], ' 2nd Edition, QUE, p. 780, 1988
- 4). Flohlich, O. K., ' General Theory of Stability of Slopes, ' Geotechnique, Vol.5, No.1, pp. 37-47, 1955
- 5). Bishop, A. W., ' The Use of the Slip Circle in Stability Analysis of Earth Slopes, ' Geotechnique, Vol.5, No.1, pp. 7-17, 1955
- 6). Whitman, R. V. and Moore, P. J., ' Thoughts Concerning the Mechanics of Slop Stability Analysis, ' Proc. 2nd Pan-Am. Conf. Soil Mech. Found. Engg., Vol.1, pp. 391-411, 1963
- 7). Morgenstern, N. R. and Price, V. E., ' The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces, ' Geotechnique, Vol.15, No.1, pp. 79-93, 1965
- 8). Spencer, E., ' A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-Slice Forces, ' Geotechnique, Vol.17, No.1, pp.11-26, 1967
- 9). Spencer, E., ' Thrust Line Criterion in Embankment Stability Analysis, ' Geotechnique, Vol.23, No.1, pp. 85-100, 1973
- 10). Janbu, N., ' Slope Stability Computations, ' Embankment Dam Engineering, R. C. Hirshfeld and S. J. Poulos Eds. Wiley, New York, pp. 47-86, 1973
- 11). Chen, Z. Y., and Morgenstern, N. R., ' Extensions to the Generalized Method of Slices for Stability Analysis, ' Canadian Geotech. J., Vol.20, No.1, pp. 104-119, 1983
- 12). Hardin, B. O., and Hardin, K. O., ' A New Statically Consistent Formulation for Slope, ' IV International Symposium on Landslides, Toronto, pp. 429- 434, 1984
- 13). 김 수일, ' 내적평형을 만족시키는 사면안정해석방법 ', 대한토질공학회지, 제4권, 제4호, pp. 68 - 73, 1988

STATICALLY CONSISTENT SLOPE STABILITY ANALYSIS Hardin(1984)

lambda	0.34944	Unit Weight of Water	10
F calculated	1.08503	Q	16.3747
F assumed	1.08503	N	0.27143
Q-R	0.00082	T	35.3498
		R	0.01657
		rt	2.15880
TOTALS			
Qy body	10000	Qy	7000
Qx body	-1000	Qx	-1300
Qm body	105541.	Qm	116583.
Qy pore pressur	-4500	Ny	6031.39
Qx pore pressur	-1300	Nx	1801.93
Qm pore pressur	2708.33	Nm	1708.61
Qy surface forc	1500	Ty	1050.96
Qx surface forc	1000	Tx	-3365.6
Qm surface forc	13750	Tm	124642.
		x-lef	0
		center of moment	
		x	10
		y	0
Element	0	1	2
Width	10	10	5
**** BODY FORCES ****			
x	0	0	5
y		-20	-20
Soil Body Force (ver)		10	10
qy body		-1	-1
qx body		100	0
qm body		-10	0
Soil Body Force (ver)		-750	0
qy body		-30	-25
qx body		20	20
qm body		-2	-2
Soil Body Force (ver)		0	150
qy body		0	-15
qx body		0	-318.75
qm body		-30	-32.5
x-TOTALS		100	200
qy body		-10	-20
qx body		-750	-456.25
qm body			
Element			
Ov body		2000	1625.
Ox body		-200	-162.5
Qm body		-2916.6	8322.91
			1875
			-187.5
			18260.4

```

**** PORE PRESSURE FORCES ****
X          0      5      10      10      15      15      17.5      20      20
Y piezometric surface  -20      -20      -20      -20      -18      -17      -16      -16
Y slip surface         -30      -32.5     -35     -35     -32.5     -31.25    -30      -30
uf                    100      125      150      150      145      142.5     140      140
Slip Surface Slope (dyf/  -0.5     -0.5     -0.5     -0.5     0.5      0.5      0.5      0.5
uf(dyf/dx)           -50      -62.5    -75      -75      72.5     71.25     70      70
uf[.yf(dyf/dx)·x]    -500     -1406.2  -2625    -2625    2625     2120.31  1631.25  1157.81
U                    500      781.25   1125     1125    1125     1087.81  1051.25  1015.31
dU/dx                50       62.5     75       75      -15      -14.75    -14.5     -14
yu                   -26.666   -28.333  -30      -30     -30      -28.833   -27.666   -26.5
dyu/dx               -0.3333  -0.3333  -0.3333  -0.3333  0.46666  0.46666   0.46666  0.46666
-U(dyU/dx) - yU(dU/dx) 1500     2031.25  2625     2625    -975     -932.93  -891.75   -851.43
RESULTANTS
Qy pore pressure      -1250
Ox pore pressure      0
Oy pore pressure     -5833.3
Qm pore pressure
**** SURFACE FORCES ****
X          0      5      10      10      15      15      17.5      20      20
Vertical Surface Force  0      0      0      0      1      1      200      200
Horizontal Surface Force 0      0      0      0      0      0      200      200
Surface Slope(dys/dx)   0      0      0      0      -20     -17.5     -15      -10
wx(dys/dx)             -20     -20     -20     -20     0      0      -3000    -2500
y surface               0      0      0      0      0      0      0      0
wy*xx+wx*ys*(dys/dx)  0      0      0      0      0      0      0      0
RESULTANTS
Qy surface forces     0
Ox surface forces     0
Qm surface forces    -12500

```

```

**** FAILURE SURFACE EFFECTIVE NORMAL STRESS ****
X          0      5      10      10      15      15      17.5      20      20
c'          10      10      10      10      10      10      10      10      10
phi'        26.5650  26.5650  26.5650  26.5650  26.5650  26.5650  26.5650  26.5650  26.5650
tan phi'    0.5      0.5      0.5      0.5      0.5      0.5      0.5      0.5      0.5
Qy          0      75      150      150      205      205      232.5     260      260
qx         -10     -20     -30     -30     -93     -93     107      104      96
f(x)        9.99041  174.808  339.626  94.1747  115.857  137.540  193.716  215.399  237.082
sigma'(x)

```



```

****FAILURE SURFACE FORCES ****
x      0      5      10      10      10      12.5      15      15      17.5      20      20
ny      9.99041 174.808 339.626 94.1747 115.857 137.540 193.716 215.399 237.082 261.286
nx     -4.9952 -87.404 -169.81 47.0873 57.9288 68.7703 96.8581 107.699 118.541 130.643
nm     49.9520 1966.59 5943.46 -1648.0 -1665.4 -1547.3 -2179.3 -1750.1 -1185.4 -1306.4
ty     -7.4976 -48.702 -89.906 28.5436 33.9644 39.3851 53.4290 58.8498 64.2705 70.3215
tx     -14.995 -97.404 -179.81 -57.087 -67.928 -78.770 -106.85 -117.69 -128.54 -140.64
tm     524.832 3409.15 6293.46 1998.05 2377.51 2756.96 3740.03 4119.48 4498.94 4922.50

RESULTANTS
Ny element 1748.08 579.288 1076.99
Nx element -874.04 289.644 538.498
Nm element 23099.6 -8214.3 -8637.6
Ty element -487.02 169.822 294.249
Tx element -974.04 -339.64 -588.49
Tm element 34091.5 11887.5 20597.4

```

```

**** INTERNAL EQUILIBRIUM ****
x      0      5      10      10      10      12.5      15      15      17.5      20      20
dv/dx   3.08039 54.9232 106.766 -29.518 -30.339 -31.160 37.9581 37.1370 36.3159 -33.903
dh'/dx   8.81523 157.175 305.534 -84.473 -86.823 -89.173 108.625 106.275 103.926 -97.022
v element 549.232 1571.75 549.232 1571.75 1571.75 549.232 1571.75 1571.75 549.232 1571.75
H' element 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
V        0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
H'       0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
qm       0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
qm-nm-tm/F 250 168.75 825 2475 2832.68 3320.75 320.75 1439.18 2688 5688
Qm-Nm-Tm/F element -283.65 -4939.8 -10918. 2281.58 2306.95 2327.18 -946.86 -607.33 -272.94 2457.70
Qm-Nm-Tm/F to x -51602. 51602. 51602. -40072. -43113.
YH'*H' 51602.7 38084.5 37281.0
YH'     -32.831 -33.477 -22.337
V/H'    0.34944 0.34944 0.34944

```