

복합다양체 자료구조를 갖는 형상모델러에서 오일러 작업자의 구현

명세현*, 한순홍

한국과학기술원 자동차 및 설계공학과

1. 서 론

컴퓨터를 이용한 제품의 설계시 개념설계부터 최종 설계에 이르는 동안 설계모델은 많은 수정을 요하게 된다. 이 과정에서 개념설계 단계부터 솔리드 모델을 채용하는 것은 불편하므로, 와이어프레임 모델이나 곡면 모델을 이용하여 설계를 진행하다가, 최종설계 단계에서 솔리드 모델로 전환하는 것이 바람직하다. 이 경우 이 3가지 모델을 모두 지원하는 모델러가 요구되는데 '복합다양체'를 지원하는 모델러가 이 요건을 만족시킨다. 또한 경계표현(B-rep) 방식으로 모델링시 불리안 작업을 많이 이용하는데, 모델링 도중에 불리안 작업으로 생성된 모델의 Undo작업은 용이하지 않은 일이다. 따라서 불리안 작업으로 생성된 모델의 수정작업을 위한 알고리즘이 요구된다. 이러한 수정작업을 위해선 복합다양체를 지원하는 자료구조가 필요하다. 본 논문에선 이러한 복합다양체 자료구조를 갖는 형상모델러의 기본적 자료구조와 기본물체 모델링시 필요한 오일러 작업자를 구현하였다.

2. 복합다양체 모델링

2.1 형상모델링 발전과정

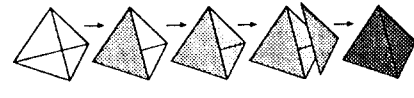
형상 모델링분야에서 만족할 만한 모델링 환경을 개발하려는 노력은 지난 20여년간 끊임없이 이어져 왔다. 3차원 물체를 모델링하는 대표적인 3가지 방식을 표1에서 비교해 보았다. Fig.1에 이러한 3가지 유형의 모델을 도시하였다.

2.2 다양체와 복합다양체(Non-manifold)

다양체(Manifold)라는 말은 수학용어로서 일반적으로 2차원 다양체(2-Manifold)를 의미한다. 2차원

표 1. 3차원 물체의 대표적인 3가지 모델링 방식

와이어프레임 모델링 (Wireframe Modeling)	초기의 기하학적 모델링 기술 1차원 다양체 요소들로 구성됨. 물체류 경계선과 점들의 집합으로 모델링. 물체의 외부와 내부를 구분하는 정보가 없음.
곡면 모델링 (Surface Modeling)	기초상 Wireframe modeling보다 한단계 앞섬 2차원 다양체 요소들로 구성됨. 물체 표면 형상의 수학적 기술(Description)을 제공, 그래픽 디스플레이와 정교한 물체의 수치적어 가공을 가능케 함.
솔리드 모델링 (Solid Modeling)	가장 최근에 발전된 기술 3차원 다양체 요소들로 구성됨, 완벽한 기하학적 형상 표현, 형상의 폐쇄성, 연결성의 정보, 무게, 부피, 무게 중심 등을 쉽게 알 수있고 물리적 신뢰성을 보장. Computer Aided Modeling, 해석, 가공, 시뮬레이션에 응용



와이어프레임 모델 → 곡면 모델 → 솔리드 모델
Fig.1 3차원모델의 3가지 표현유형과 표현수준의 변경

다양체란 모든 점에서 그 점에 이웃하는 근방의 점들의 집합이 평면상의 원판(disk)과 위상적으로 동일해야한다. 다양체 물체란 2차원 다양체인 곡면을 경계로 갖고 있는 부피를 가진 물체를 뜻한다.

Non-Manifold란 용어는, Non-2-Manifold의 준말로써 기존의 솔리드 모델러들이 2-Manifold 자료구조만을 다룰수 있는데 반해서 1-Manifold나 0-Manifold를 다룰수 있는 새로운 자료구조를 뜻하는 것이다. 여기서 0-Manifold는 점에 해당하고 1-Manifold는 선에 해당하며 2-Manifold는 면에 해당하며 3-Manifold는 솔리드에 해당한다. 현재 사용되고 있는 '비다양체 자료구조'라는 단어는 영어의 'Non-Manifold Data Structure'를 직역한 것이나, 그 의미가 원래의 뜻을 잘못 전할 가능성이 있다. 본래의 뜻을 전달하기 위해서는 '혼합다양체'

나 '복합다양체' [10, 11]라는 용어를 사용하는 것이 적합할 것이다. 이 논문에서는 '미다양체' 대신에 '복합다양체'라는 용어를 사용한다. Fig.2에 복합다양체의 예를 도시하였다. 즉, 와이어프레임과 곡면조각, 그리고 솔리드가 섞여서 존재하는 것을 의미한다.

제품설계의 과정을 형상모델링의 관점에서 보면, 초기에 종이나 수첩에 그려진 간단한 스케치로 부터 시작하여, N/C 공작기계를 구동하기 위한 완벽한 제품정보 (솔리드 모델)에 이르는 과정까지, 형상이 점차 구체화 되고 상세화 된다. Fig.1에 3차원 물체의 표현수준의 변경을 도시하였다. Fig.3은 이러한 설계의 단계와 형상모델의 상세화 과정을 보여준다. 이렇게 와이어프레임 형태의 형상모델과 솔리드 모델을 한꺼번에 지원하는 형상모델러는 과거에는 존재하지 않았으며, 복합다양체 자료구조가 이러한 기능을 지원할수 있는 새로운 기술로 이용되고 있다.

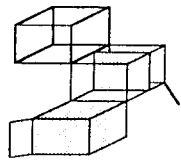


Fig.2 복합다양체 모델의 예

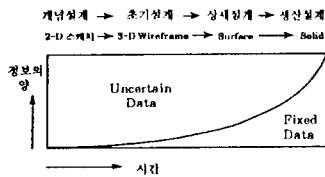


Fig.3 설계의 단계와 형상모델의 변화 [10,11]

2.3 복합다양체 관련 연구

Weiler [2]는 Radial Edge 자료구조를 이용한 복합다양체 모델의 표현을 제안하였는데, 이는 물체의 모서리를 중심으로한 경계 표현 방식이며, 복합다양체 관련 연구의 효시라고 할 수 있다. Choi [4]는 Vertex Based 의 자료구조를 제안하여, Radial Edge 자료구조에서 불완전하게 처리되었던 꼭지점에서의 인접관계를 명시하는 정보를 추가하였다. 그 밖에 Rosignac 및 O'Connor [3]와 Yamaguchi [6], 이상현 [7, 9], Masuda [5, 8] 등에 의해 연구되고 있다.

3. 복합다양체 자료구조

3.1 복합다양체 자료구조를 위한 위상요소들

복합다양체 모델링을 위한 자료구조로는 이상현 [7, 9]의 자료구조를 채택하였다. 이 자료구조는 기본 위상요소 7개와 부분 위상요소 3개로 구성되는데, 이 논문에선 부분 위상요소라는 용어 대신 가상 위상요소라는 용어를 채택하였다. 그 이유는 부분 위상요소들이 실제 존재하는 요소가 아니라, 기본 위상요소들의 인접관계들을 나타내기 위해 도입한 것이기 때문이다.

3.1.1 기본 위상요소들 (Basic Topological Entities)

기본 위상요소들이란 모델, 영역, 면, 모서리, 꼭지점 그리고 면과 영역에 대한 경계인 루프와 셸을 말한다. 다음에 하나씩 설명한다.

- 1) 모델 (Model) : 하나 또는 그 이상의 영역들로 구성된 3차원 위상적인 모델링 공간 (Topological Modeling Space)을 말한다. 엄밀한 의미에서 위상요소가 아니라 형상모델에 담겨져 있는 모든 위상요소들에 대한 저장소 역할을 한다.
- 2) 영역 (Region) : 서로 연결되어 있는 공간의 체적부분을 말한다.
- 3) 셸 (Shell) : 영역의 경계를 이루는 곡면을 말하며, 방향성을 갖고있다. 셸은 다음 절에서 설명되는 가상면들의 집합으로 이루어져 있다.
- 4) 면 (Face) : 경계가 정해지고 닫히지 않은 곡면 (Bounded, Unclosed Surface)으로 그 경계가 되는 루프는 포함하고 있지 않다.
- 5) 루프 (Loop) : 면의 연결된 경계로서 방향성을 갖고있다. 루프는 다음 절에서 설명되는 가상 모서리들로 구성된다.
- 6) 모서리 (Edge) : 경계가 정해지고 닫히지 않은 곡선 (Bounded, Unclosed Line)으로 끝점은 포함하고 있지 않다. 모서리는 두개의 꼭지점에 의해서 경계지워진다.
- 7) 꼭지점 (Vertex) : 3차원 유클리드 공간내의 한 점이다.

3.1.2 가상 위상 요소들 (Virtual Topological Entities)

1) 가상면 (Virtual Face) : 면은 2개의 영역에 대한 경계 역할을 해야한다. 가상면은 면과 영역과의 인접관계를 나타내기 위해서 도입한 요소로서, 방향성을 가지며 이들이 모여서 하나의 셀을 이룬다. Fig.4에는 2개의 블럭안에 내부 분할이 있을 경우에 도입되는 가상면의 예를 도시하였다.

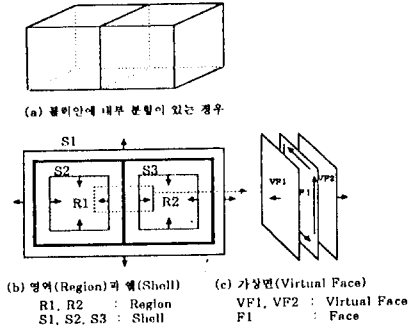


Fig.4 영역(Region), 셸(Shell), 가상면(Virtual Face)

2) 가상 모서리 (Virtual Edge) : 가상 모서리는 모서리와 루프와의 인접관계를 나타내기 위해서 도입한 방향성을 갖는 요소이다. 이들이 모여서 루프를 이루며, 보통 하나의 모서리와 방향으로 표현된다. Fig.5에는 3개의 면이 하나의 모서리에서 만났을 경우에 도입되는 가상 모서리의 예를 도시하였다.

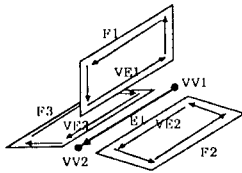


Fig.5 모서리 주위의 가상 모서리(Virtual Edge) [9]

3) 가상 꼭지점 (Virtual Vertex) : 가상 꼭지점은 꼭지점에 복수개의 영역이나 와이어프레임 모서리가 인접해 있는 복합다양체적인 상황을 지원하기 위해서 도입되었다. Fig.6에는 2개의 블럭과 하나의 와이어 모서리가 한 점에서 만났을 경우에 도입되는 가상 꼭지점의 예를 도시하였다.

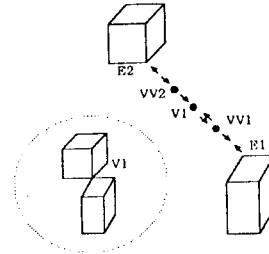


Fig.6 꼭지점 주위의 가상 꼭지점(Virtual Vertex)

이상으로 복합다양체의 자료구조를 위한 위상요소들을 기술하였다. Fig.7에는 위에서 언급한 위상요소들의 상호연계를 나타낸 자료구조도표를 도시하였으며, 표2에는 자료구조를 이루는 엔터티들과 그들의 요소들을 도시하였다.

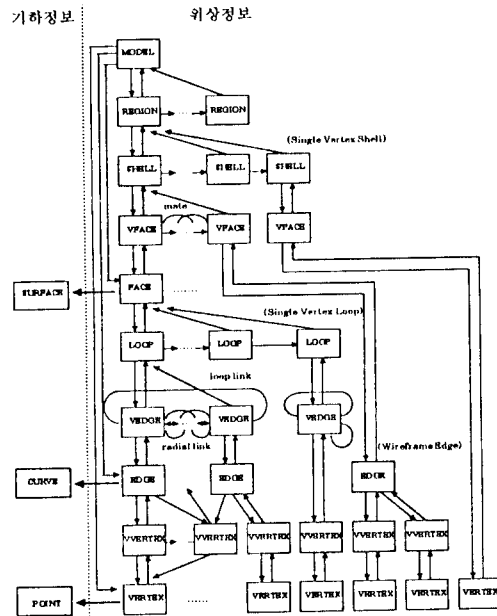


Fig.7 복합다양체의 자료구조 도표 [9]

4. 위상 작업자

4.1 오일러 작업자

위상 작업자는 Baumgart [1]에 의해 개발 되었는데, 기하학적 모델의 위상 요소들을 생성하거나 수정하기 위해 쓰인다. 오일러 작업자는 솔리드 모델링에서 가장 잘 알려진 위상 작업자이다. 오일러 작업은 여러 가지 유용한 특징을 가지고 있다. 그러나

Model	
<u>mno</u>	모델 번호
<u>_next</u>	다음 모델 포인팅
<u>_region</u>	영역
<u>_face</u>	면
<u>_edge</u>	모서리
<u>_vertex</u>	꼭지
Region	
<u>rno</u>	영역 번호
<u>_next</u>	다음 영역 포인팅
<u>_model</u>	모델을 가리키는 Backward Pointer
<u>_shell</u>	셸 링크의 엔터치
Shell	
<u>sno</u>	셸 번호
<u>_next</u>	다음 셸 포인팅
<u>_region</u>	영역을 가리키는 Backward Pointer
<u>_vface</u>	가상면
Vface	
<u>_next</u>	다음 가상면 포인팅
<u>_shell</u>	셸을 가리키는 Backward Pointer
<u>_child</u>	하위 엔터티 포인팅 (face or edge or vertex)
<u>_orient</u>	방향
<u>_mle</u>	빈대 가상면
Face	
<u>fno</u>	면 번호
<u>_next</u>	다음 면 포인팅
<u>_vface</u>	vface를 가리키는 Backward Pointer
<u>_loop</u>	루프
Loop	
<u>lno</u>	루프 번호
<u>_next</u>	다음 루프 포인팅
<u>_face</u>	face를 가리키는 Backward Pointer
<u>_vedge</u>	가상 모서리
Vedge	
<u>_loop</u>	루프를 가리키는 Backward Pointer
<u>_childid</u>	하위 엔터티 포인팅 (edge or vvertex)
<u>_orient</u>	방향
<u>_looped_prev</u>	루프 링크
<u>_looped_next</u>	
<u>_radial_prev</u>	라디얼 링크
<u>_radial_next</u>	
Edge	
<u>eno</u>	모서리 번호
<u>_next</u>	다음 모서리 포인팅
<u>_parent</u>	상위 엔터티 포인팅 (vedge or vface)
<u>_pvertex</u>	가상 꼭지점
Vvertex	
<u>_next</u>	다음 가상 꼭지점 포인팅
<u>_parent</u>	상위 엔터티 포인팅 (edge or vedge)
<u>_vertex</u>	꼭지점
Vertex	
<u>vno</u>	꼭지점 번호
<u>_next</u>	다음 꼭지점 포인팅
<u>_parent</u>	상위 엔터티 포인팅 (vvertex or vface)
<u>_vcoord</u>	꼭지점 좌표값

표 2. 자료구조를 이루는 엔터티

총래의 오일러 작업자는 복합 다양체를 조작할 수 없다. 왜냐하면 오일러 작업은 다음과 같은 오일러-포양카레 (Euler-Poincare) 식으로 결정되기 때문이다. (이하 오일러식이라 부른다)

$$v - e + f - r = 2(s - h) \quad \text{식 (1)}$$

v: 꼭지점(vertex)의 갯수 e: 모서리(edge)의 갯수
f: 면(face)의 갯수

r: 링(ring)의 갯수, 즉 face에 있는 cavity의 갯수
s: 셸(shell)의 갯수
h: 관통하는 구멍(through hole)의 갯수

그러나 이 식은, 하나의 솔리드 물체는 연결된 모든 위상 요소들에 의해 단 하나의 체적만을 갖는다는 사실에 기초하고 있기 때문에 복합 다양체 모델에 의해서는 만족되지 않는다.

4.2 복합다양체를 위한 오일러식

Yamaguchi [6]는 복합다양체를 위한 오일러식을 식 (2)와 같이 제안하였다. Yamaguchi는 그의 자료구조에서 volume을 도입하지 않고 영역(region)만으로 표시하는 방식을 채택했다.

$$v - e + f - r = S - C + R \quad \text{식 (2)}$$

v: vertex의 갯수 e: edge의 갯수
f: face의 갯수 r: face에 있는 cavity의 갯수
S: 안쪽셸(void shell)의 갯수
C: 꼭면상에서 한점으로 수축시킬 수 없는 cycle의 갯수
R: region의 갯수 (무한대 영역은 제외)

식 (2)는 7개의 변수로 구성된 7차원 벡터공간 (v, e, f, r, S, C, R) 상의 Hyperplane을 뜻한다. 독립적인 기저 벡터는 6개이므로, 이 복합다양체 모델에 이론적으로 필요한 최소한의 오일러 작업자는 역변환을 포함하여 총 12개가 된다.

Masuda [5, 8]가 제안한 복합다양체를 위한 오일러식은 다음과 같다. 본 논문에선 식 (3)을 기반으로 오일러 작업자를 구현하였다.

$$v - e + (f - r) - (V - V_h + V_c) = C - C_h - C_c \quad \text{식 (3)}$$

v: vertex의 갯수 e: edge의 갯수
f: face의 갯수 r: face에 있는 cavity의 갯수
V: volume의 갯수 C: object의 갯수
V_h: volume의 through hole 갯수
V_c: volume의 cavity 갯수
C_h: object의 through hole 갯수
C_c: object의 cavity 갯수

식 (3)은 10개의 변수로 구성된 10차원 벡터공간 (v, e, f, r, V, V_h, V_c, C, C_h, C_c) 상의 Hyperplane을 뜻한다. 이 Hyperplane을 구성하는 독립적인 기저 벡터는 9개이므로, 이 복합다양체 모델에 이론적으로 필요한 최소한의 오일러 작업자는 역변환을 포함하

여 총 18개가 된다. 복합다양체 모델에 식 (1), (2), (3)을 적용한 예를 Fig. 8에 도시하였다.

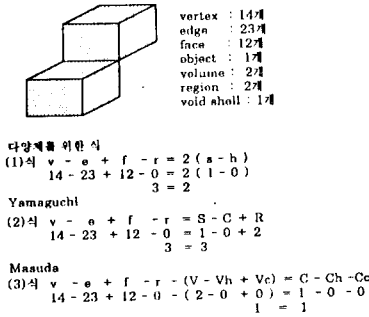


Fig.8 복합다양체와 오일러 공식

4.3 복합다양체를 위한 오일러 작업자
식 (3)을 기반으로 한 모델링에 필요한 기본적인 오일러 작업자는 다음과 같다.

- 1) mvC : 'Make Vertex, Complex', 새 꼭지점을 만들고 Complex 생성한다.
- 2) kvC : 'Kill Vertex, Complex', mve의 역작업, 꼭지점을 없애고 Complex를 제거한다.
- 3) mve : 'Make Vertex, Edge', 기존 꼭지점과 새 꼭지점을 잇는 모서리를 생성킨다.
- 4) kve : 'Kill Vertex, Edge', mve의 역작업, 꼭지점과 그 것을 잇는 모서리를 제거한다.
- 5) meCh : 'Make Edge, Complex Hole', 두 꼭지점 사이에 새 모서리를 생성하여 Complex hole을 만든다.
- 6) keCh : 'Kill Edge, Complex Hole', meCh의 역작업, Complex hole을 이루는 모서리를 제거한다.
- 7) mfkCh : 'Make Face, Kill Complex Hole', edgelist안의 모서리들로 이루어진 하나의 cycle로 경계 지워지는 면을 생성하여 Complex hole을 제거한다.
- 8) kfmCh : 'Kill Face, Make Complex Hole', kfmCh의 역작업, 면을 제거하고 Complex hole을 생성한다.
- 9) mvr : 'Make Vertex, Ring', 주어진 면에 홀 꼭지점 루프를 만든다.
- 10) kvr : 'Kill Vertex, Ring', mvr의 역작업, 홀 꼭지점 루프를 제거한다.

- 11) mfCc : 'Make Face, Complex Cavity', 면을 추가하여 Complex cavity를 만든다.
- 12) kfCc : 'Kill Face, Complex Cavity', mfCc의 역작업, 면을 제거하여 Complex cavity를 없앤다.
- 13) mvkCc : 'Make Volume, Kill Complex Cavity', Complex cavity를 Volume으로 변환한다.
- 14) kvmCc : 'Kill Volume, Make Complex Cavity', mvkCc의 역작업, Volume을 제거하여 Complex cavity를 만든다.
- 15) mvVc : 'Make Vertex, Volume Cavity', Volume 내에 꼭지점을 생성하여 Volume cavity를 만든다.
- 16) kvVc : 'Kill Vertex, Volume Cavity', mvVc의 역작업, Volume cavity인 꼭지점을 제거한다.
- 17) meVh : 'Make Edge, Volume Hole', Volume을 관통하는 모서리를 생성하여 Volume hole을 만든다.
- 18) keVh : 'Kill Edge, Volume Hole', meVh의 역작업, Volume hole을 이루는 모서리를 제거한다.

4.4 구현 환경

C-Language를 사용하여 복합다양체 자료구조 구축과 오일러 작업자를 구현 하였으며, Hardware는 SUN Sparc 10 Workstation을 사용하였다.

5. 결 론

본 논문에서는 복합다양체를 지원하는 자료구조와 이 자료구조를 이용한 기본적인 오일러 작업자를 구현하였다. 이 자료구조와 오일러 작업자들을 이용하면, 설계 초기의 스케치 단계에서 최종 단계의 불륨을 갖는 모델까지를 하나의 자료구조안에서 모두 표현이 가능하게 된다.

또한 불리안 작업으로 물체를 모델링할 때 여러 개의 기본물체 (Primitive Objects)들의 병합된 상태를 이 자료구조와 오일러 작업자들을 이용하여 표현할 수 있어서, 불리안 작업으로 생성된 물체의 부분수정 작업의 기초를 마련한다.

앞으로 이 자료구조와 오일러 작업자들을 기본으로 불리안 작업을 위한 병합체 (merged set)를 취급하

고, 보다 쉽고 빠른 수정 작업을 위한 연구가 이루어져야 할 것이다.

6. 참고 문헌

1. Baumgart, B., 'A polyhedron representation for computer vision', Proceedings of the National Computer Conference, 1975, pp. 589-596
2. Weiler, K., 'Topological structures for geometric modeling', PhD Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Aug. 1986
3. Rossignac, J. R., O'Connor, M. A., 'SGC: a dimension-independent model for point sets with internal structures and incomplete boundaries', in 'Geometric Modeling for Product Engineering', North Holland, 1988, pp. 145-180
4. Choi, Y., 'Vertex-Based Boundary Representation of NonManifold Geometric Models', Ph.D Thesis, Carnegie Mellon Univ., 1989
5. Masuda, H., Shimada, K., Numao, M., Kawabe, S., 'A Mathematical Theory and Applications of Non-manifold Geometric Modeling,' in 'Advanced Geometric Modeling for Engineering Applications', North Holland, 1989, pp. 89-103
6. Yamaguchi, Y., Kobayashi, K., Kimura, F., 'Geometric Modeling with Generalized Topology and Geometry for Product Engineering', (in Turner, J., Pegna, J., Wozny, M. (Eds.)) 'Product Modeling for Computer-Aided Design and Manufacturing', Elsevier Science Publishers, North Holland, 1991, pp. 97-115
7. 이상헌, 이진우, 박상호, '비다양체 모델의 경계표현을 위한 간결한 자료구조', 기계학회 92추계학술대회 논문집, 1992년 11월, pp. 421-424
8. Masuda, H., 'Topological Operators and Boolean Operations for Complex-Based Non-manifold Geometric Models', CAD, 25(2):119-129, Feb. 1993
9. 이상헌, '사출성형 제품의 설계 및 해석의 통합환경을 제공하기 위한 특징형상 기반 비다양체 모델링 시스템의 개발', 서울대학교 기계설계학과 박사학위논문, 1993년 8월
10. 한순홍, 최국현, 명세현, '개방형 형상모델러의 시스템 설계', 조선학회 춘계학술대회, 1994년 4월
11. 한순홍, 이현찬, 김재정, 박준영, '개방형 구조를 갖는 객체지향적 형상모델러의 개발', 특정연구과제 1차년도 중간보고서, 과학재단, 1994년 6월