

하중을 받고 회전하는 승용차 타이어의 고유진동수 측정에 관한 실험적 연구

A Experimental study on natural frequency measurement of
passenger car tire under the load and rotation

김 병 삼* (한국타이어(주) 중앙연구소)
홍 동 표 (진북대학교 공과대학 정밀기계공학과)
김 동 현 (원광대학교 공과대학 기계공학과)

ABSTRACT : The natural frequency measurement of passenger car tire under the load and rotation are studied. In order to obtain theoretical natural frequency and mode shape, the plane vibration of a tire is modeled to that of circular beam. By using the Tielking method based on Hamilton's principle, theoretical results are determined by considering tension force due to tire inflation pressure, rotational velocity and tangential, radial stiffness. Modal parameters varying the inflation pressure, load, rotational velocity are determined experimentally by using frequency response function method. The results show that experimental conditions are parameter for shifting of natural frequency.

주요기술용어 : Circular beam model(원환보 모델), Natural frequency(고유진동수), Mode shape(진동형태), Frequency response function method(주파수 응답함수법), Tire (타이어)

1. 서론

최근 승용차가 고급화 되어짐에 따라 승용차의 진동을 감소시켜 승차감을 향상 시키려는 문제가 중요시 되고 있다. 승용차가 정상 주행할 때 발생하는 진동의 원인으로서는 여러가지 인자가 있겠으나 타이어 진동에 기인한 영향이 차지하는 비율이 점점 증가하고 있다. 특히, 타이어는 승용차와 지면과의 최초 회전접촉부분으로 지면으로부터의 모든 충격을 승용차에 전달하는 부분이며 승용차의 승차감 향상에 큰 영향을 미친다.

종래, 타이어 진동에 관한 연구를 살펴보면 J. T. Tielking[1]은 공기압 타이어 트레드 운동을 기초기반이 지지된 원형 쉘로 가정된 공기압 타이어의 평면 진동특성에 관한 연구를 시점으로 F. Bohm[2]은 타이어를 탄성 링으로 가정하여 타이어의 정, 동적 특성을 기초로 타이어의 운동방정식을 유도하고 실험적인 방법으로 증명하였으며, M. R. Barson[3]은 회전하는 타이어의 충격진동에 대하여 연구하였다. G. R. Potts, C. A. Bell, L. T. Roy[4]는 타이어를 탄성지지된 얇은 링으로 모델링하고 타이어의 재질과 기하학적인 측면을 고려하여 타이어의 고유진동수에 대하여 연구하였으며, W. Soedel, M. G. Prasad[5]는 자유스러운 상태의 타이어 진동특성을 파악하여 하중을 받고 접지된 타이어의 진동특성을 해석적인 방법으로 연구하였다. M. Takayama, K. Yamagishi[6]는

타이어를 강제 링으로 T. Kamitamari, H. Sakai[7]는 원 환 보로 가정하여 해석적인 방법으로 진동특성에 관하여 연구하였고, T. Ushijima, M. Takayama[8]는 타이어의 모드해석과 시뮬레이션에 대하여 연구하였으며, A. C. Eberhardt[9]는 원각측정장치를 이용하여 회전하는 타이어의 고유진동수에 대하여 연구하였다.

그러나 종래, 타이어 진동특성을 파악하기 위해 해석적인 방법이나 수치계산적인 방법을 이용한 결과는 타이어의 구조나 비선형적인 특성으로 인하여 실제 측정결과와 큰 차이를 보이고 있으며, 타이어 진동특성을 파악하기 위한 실험은 타이어 단체나 한정된 실험조건에서의 결과이다. 따라서, 본 논문에서는 타이어 단체가 승용차에 장착되어 정상적인 역할을 하는 조건에서의 진동특성을 파악하기 위하여 하중, 공기압, 주행속도 등 실험조건을 변화시켜 그에 대한 영향을 조사하는데 목적이 있다.

2. 이론적 배경

타이어의 질량분포가 트레드 부위에 집중되어 있고, 레디얼 타이어의 경우, 스틸 벨트(Steel belt)로 트레드 부위가 보강되어 다른 부위에 비해 상당히 큰 강성을 가지고 있으므로 타이어를 Fig.1과 같은 원환 보의 모델로

가정하였다.

트레드 밴드의 미소 변형을 가정하고, Hamilton의 원리에 바탕을 둔 J. T. Tielking의 방법을 이용하여, 타이어의 내부압력과 회전속도에 의한 인장력, 트레드 밴드와 림 사이의 접선방향과 반경방향의 강성을 고려하여 해석하였다. 또한, 림에 고정된 좌표계에 대하여 정지된 트레드 요소의 위치를 표시하는 독립 각좌표 θ 와 타이어 반경 r 을 선택하고 원래의 위치에 대한 요소의 반경과 접선의 변위를 표시하는 u, w 의 종속좌표를 도입하였다.

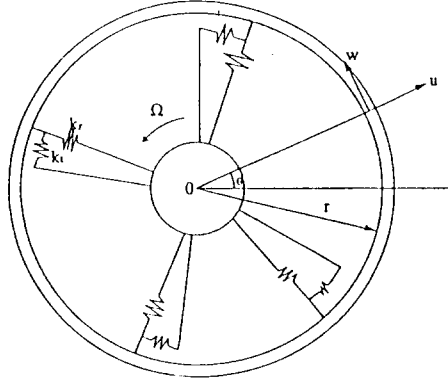


Fig.1 Circular beam model for a tire.

트레드 밴드 변형에 의한 위치에너지 (V_t)는 식(1)과 같다.

$$V_t = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{EI}{r^3} \left(-\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right)^2 + \frac{T}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{K_s}{r} \left(u + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right\} d\theta. \quad (1)$$

탄성기반에 축적된 위치에너지 (V_c)는 식(2)와 같다.

$$V_c = \frac{r}{2} \int_0^{2\pi} (K_r u^2 + K_t w^2) d\theta. \quad (2)$$

그러므로, 림(Rim)에 대한 트레드 밴드(Treadband)의 총 위치에너지는 식(3)과 같이 표시할 수 있다.

$$V_{Total} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{EI}{r^3} \left(-\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right)^2 + \frac{T}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{K_s}{r} \left(u + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 + r(K_r u^2 + K_t w^2) \right\} d\theta. \quad (3)$$

내부압력에 의한 일 (W_p)은 식(4)와 같다.

$$W_p = bpi \int_0^{2\pi} \left(2u - \frac{\partial w}{\partial \theta} + u^2 \right) d\theta. \quad (4)$$

타이어는 각속도 Ω 로 회전하고, 속도벡터는 반경과 접선방향의 단위벡터로 표시하면 식(5)와 같다.

$$\vec{r}_y = \vec{r}_y e_r + (r+u)(\Omega + \dot{\psi}) \vec{e}_t. \quad (5)$$

또한, 단위폭당 원환 보의 운동에너지에 대한 식에서 이차항만을 고려하고 나머지 항을 무시하면 식(6)과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \rho_s A r \int_0^{2\pi} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 u^2 + 4\Omega u \dot{w}) d\theta. \quad (6)$$

Hamilton의 원리를 이용하여 Lagrangian L 의 시간적분을 최소화 시키면 식(7)과 같다.

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L dt, \quad L = T - V + W_p. \quad (7)$$

식(7)에서 Lagrangian density $\frac{\partial L}{\partial \theta}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \theta} &= \frac{1}{2} \rho_s A r (\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \Omega^2 u^2 + 4\Omega u \dot{w}) \\ &= \frac{1}{2} \frac{EI}{r^3} \left(-\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{T}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{K_s}{r} \left(u + \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{r}{2} (K_r u^2 + K_t w^2) \\ &\quad + bpi \left(2u - \frac{\partial w}{\partial \theta} + u^2 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)에서 종속변수 u, w 와 독립변수 θ, t 에 대하여 Euler-lagrange 미분방정식을 구하고 정리하면 식(9)와 같다

$$\begin{aligned} \rho_s A (\ddot{u} - \Omega^2 u - 2\Omega \dot{w}) + \frac{EI}{r^4} (u'''' + 2u'' + u) \\ - \frac{T}{r^2} u'' + \left(\frac{K_s}{r^2} - 2pi \frac{b}{r} \right) (w' + u) + K_r u = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

$$\rho_s A (\ddot{w} + 2\Omega \dot{u}) + K_t w - \frac{K_s}{r^4} (w'' + u'') + 2pi \frac{b}{r} u' = 0.$$

트레드 밴드의 강성이 일반적으로 크기 때문에 트레드 밴드길이가 불변한다고 가정하였다. 즉 Membrain strain 이 0 이라고 식(10)과 같이 가정[10]하였다.

$$w = -u. \quad (10)$$

또한, 식(9), (10)으로 부터 K_r 항을 소거하면 식(11)과 같다.

$$\rho_s A (\ddot{u} - \ddot{u} + 4\Omega \dot{u}' - \Omega^2 u') + \frac{EI}{r^4} (u'''''' + 2u'''' + u'' - \frac{T}{r^2} u'''' + (2Pi \frac{b}{r} + k_r) u'' - k_t u) = 0. \quad (11)$$

타이어 반경방향 변위 u 가 조화함수의 형태로 변한다고 가정하면 $u = A \sin(s\theta + \omega t)$ 로 나타낼 수 있고 식(11)에 대입하면 식(12)와 같다.

$$\rho_s A (s^2 \omega^2 - \omega^2 - 4\Omega^2 s\omega + \Omega^2 s^2) + \frac{EI}{r^4} (-s^6 + 2s^4 - s^2) - \frac{T}{r^2} s^4 - (2Pi \frac{b}{r} + K_r) s^2 - K_t = 0. \quad (12)$$

타이어의 진동수는 식(13)과 같다.

$$\omega = \frac{2\Omega s}{s^2 + 1} \pm \bar{\omega}. \quad (13)$$

또한, 반경방향 변위는 식(14)와 같다.

$$u_1 = A_1 \sin(s\theta + \frac{2\Omega s}{s^2 + 1} t + \bar{\omega} t),$$

$$u_2 = A_2 \sin(s\theta + \frac{2\Omega s}{s^2 + 1} t - \bar{\omega} t) \quad (14)$$

$A_1 = A_2 = A$ 인 경우의 일반해는 식(15)와 같다.

$$u = 2A \sin(s\theta + \frac{2\Omega s}{s^2 + 1} t) \cos(\bar{\omega} t) \quad (15)$$

식(15)에서 첫번째 항은 진동형태(Mode shape)를 나타내고, 두번째 항은 타이어의 고유진동수를 의미한다. 또한 Node의 위치는 식(16)과 같고 각속도에 의해 변화한다.

$$\theta_n = -2\Omega \frac{s}{s^2 + 1} t + \frac{k_n}{s}. \quad (k=1,2,3,\dots) \quad (16)$$

3. 실험장치 및 실험방법

3.1 실험용 타이어

본 연구에 이용된 타이어의 크기와 용도, 실험용 타이어의 변경된 설계인자는 Table 1, 2와 같다.

3.2 하중을 받지 않고 회전하지 않는 경우

Table 1 The size and use of experimental tire

Tire	Size	Use	Tire	Size	Use
A	155R13T	Summer	F	185/55R13H	All season
B	P175/70R13T	All season	G	185/55R13Q	Snow
C	P175/70R13S	All season	H	P185/70R14S	All season
D	175/70R13Q	Snow	I	195/55R14H	All season
E	185/55R13H	All season			

Table 2 Changed design parameters of experimental tire

Tire	Parameters	Tire	Parameters
H - 1	Cap tread compound I	H - 7	Turn up height I
H - 2	Cap tread compound II	H - 8	Turn up height II
H - 3	Belt angle I	H - 9	Under tread gauge I
H - 4	Belt angle II	H - 10	Under tread gauge II
H - 5	Beal filler I	H - 11	None
H - 6	Beal filler II		

하중을 받지 않고 회전하지 않는 경우의 실험장치는 실험조건에 따라 두가지 경우로 구분된다. 첫째, 타이어가 주변에 구속되지 않고 자유스러운 상태를 유지하는 경우이고 둘째, 타이어가 승용차에 장착되는 경우와 같이 타이어를 어댑터(Adapter)에 고정시킨 경우이다.

3.3 하중을 받고 회전하지 않는 경우

승용차에 장착된 타이어는 항상 일정한 하중을 받고 있기 때문에 하중이 타이어의 고유진동수에 미치는 영향을 조사하였다. Fig.2는 하중을 받고 회전하지 않는 타이어의 고유진동수를 측정하기 위한 실험장치의 개략도이다. 타이어에 가해진 하중을 일정하게 유지하기 위하여 실린더의 용량이 1 톤, 모터의 용량이 3 마력인 유압장치를 이용하였고, 하중방향에 대한 재연성을 고려하여 가이드 칼럼을 설치하였다.

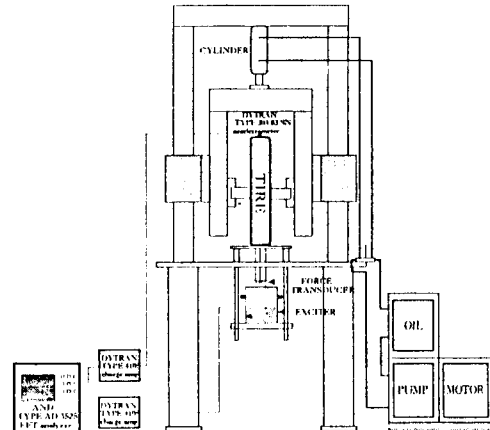


Fig.2 Schematic diagram for a vibration test. A tire is not rotating while a load is applied

3.4 하중을 받고 회전하는 경우

하중을 받고 회전하는 경우에는 타이어의 충격진동[3]과 밀접한 관계가 있는 돌기승월 시험기를 이용하였다. 돌기승월 시험기는 Fig.3에서 보는바와 같이 하중을 받고 회전하는 타이어의 진동특성을 측정하는 시험기로 DC 모터에 의해 드럼이 구동되고 드럼 구동시 타이어는 자유진동한다.

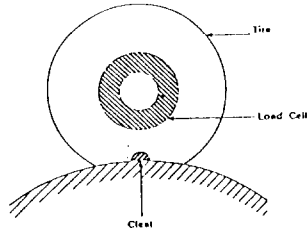


Fig.3 Schematic diagram for a vibration test
A tire is rotating while a load is applied

4. 실험결과 및 고찰

4.1 하중을 받지않고 회전하지 않는 경우

Fig.4은 충격해머를 이용하여 타이어를 가진시킨 가진력과 그에 상응하는 응답을 시간영역의 결과이고 Fig.5은 주파수 응답함수의 진폭과 상관도로 충격해머를 이용하여 측정된 데이터의 상관도는 타이어의 고유진동수 근처에서 0.95 이상의 값을 가지고 있어 측정된 데이터를 신뢰할 수 있었으며, 저주파수(약 60Hz이하)영역에서의 상관도가 현저하게 떨어지고 있는데 이는 측정시 샘플링 시간을 짧게 설정한 결과로 타이어의 고유진동수를 측정하는데 큰 영향을 미치고 있지 않다. 또한, 가진력과 응답 사이의 잡음을 고려하여 주파수 응답함수는 H_1 을 채택하였다.

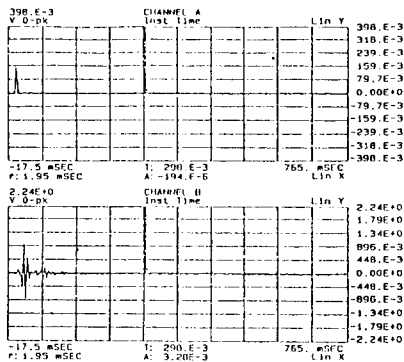


Fig.4 Impact and response in time domain by impact hammer

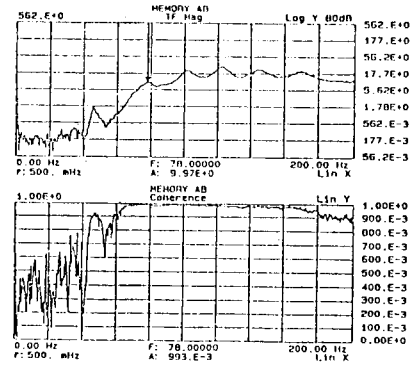


Fig.5 Frequency response function of test tire by impact hammer(Magnitude/Coherence)

4.2 하중을 받고 회전하지 않는 경우

Fig.6은 타이어에 가해진 하중이 고유진동수에 미치는 영향을 보여주고 있다. 타이어에 가해진 하중이 증가할수록 고유진동수는 고주파로 이동하였는데, 이는 하중의 증가가 타이어 사이드월 강성의 증가를 수반하기 때문이다. Fig.7은 사이드월 강성 측정장치로부터 하중의 증가에 대한 수직(Vertical)방향의 강성이다.

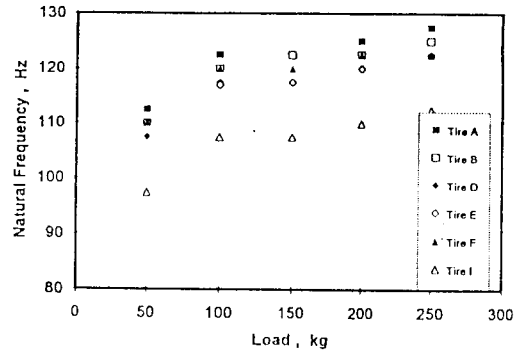


Fig.6 The variation of natural frequency and damping ratio by increasing load

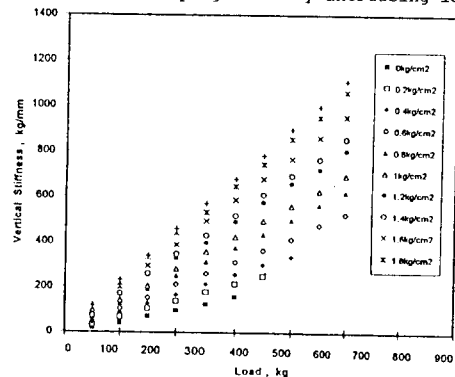


Fig.7 The variation of vertical stiffness by increasing load

4.3. 하중을 받고 회전하는 경우

Fig. 8, 9는 돌기승원 시험기를 이용하여 구한 실험결과로 타이어가 돌기를 넘어가는 순간 타이어에 가해진 충격력을 시간영역과 주파수영역에서 본 결과이다. Fig. 10은 타이어의 주행속도가 고유진동수에 미치는 영향을 보여주고 있는데, 타이어의 고유진동수는 타이어의 주행속도와 관계없이 일정하였다.

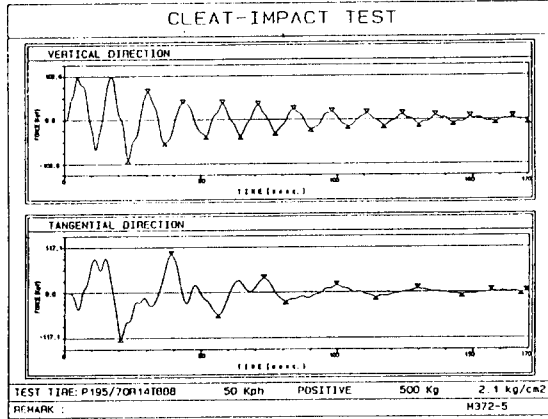


Fig. 8 Result of cleat-impact test in time domain

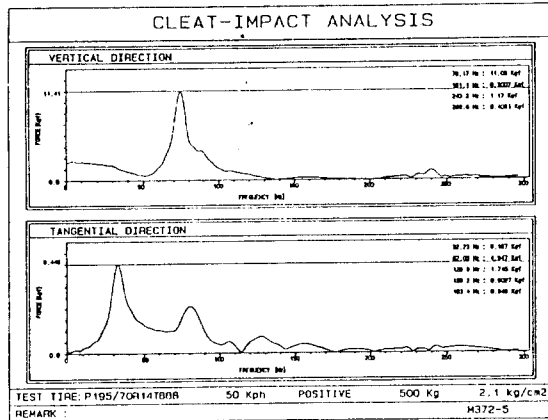


Fig. 9 Result of cleat-impact test in frequency domain

4.4 실험조건이 타이어 진동특성에 미치는 영향

승용차에 장착된 타이어는 수시로 변하는 주변조건과 타이어 자체의 실험조건으로 인하여 고유진동수가 변하고 있다. 종래, 타이어 고유진동수에 관한 연구로는 타이어 단체에 대한 연구가 대부분이었는데, 실제 타이어 단체의 고유진동수와 승용차에 장착된 후 주행하는 타이

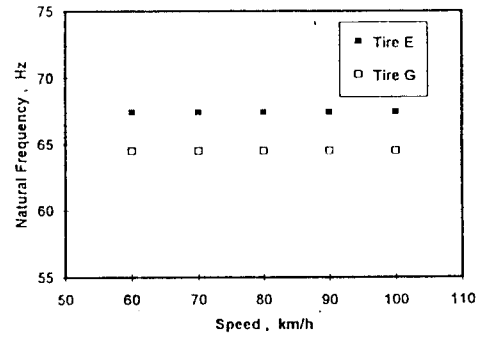


Fig. 10 The variation of natural frequency to speed

어의 고유진동수는 현격한 차이를 보이고 있어 종래의 연구방법이 개선되어야 할 것으로 생각된다. 그 예로 Table 3은 국내에서 생산하고 있는 중형 자동차를 대상으로 타이어의 고유진동수를 측정된 결과이다. 자동차에 타이어를 장착한 후 지면으로부터 분리되어 하중을 받지 않는 상태(Non-contact)에서의 고유진동수는 본 연구에서 실시한 무하중 비회전인 경우와 큰 차이가 없었으나, 승용차에 타이어를 장착한 후 지면에 100x 하중을 받고 있는 상태(Contact)에서의 고유진동수는 하중을 받고 비회전인 경우와 마찬가지로 고유진동수가 고주파 대역으로 이동하여 현격한 차이를 보이고 있다. 또한, 타이어 내부 공기압에 큰 영향을 받고 있으며, 주행속도와는 무관하였다.

Table 3 The variation of natural frequency by experimental condition

Mode number	Clamped	Non-contact	Contact
1 st	75.0 (Hz)	74.5 (Hz)	130.0 (Hz)
2 nd	98.5 (Hz)	97.0 (Hz)	144.0 (Hz)
3 rd	122.5 (Hz)	121.5 (Hz)	158.5 (Hz)
4 th	148.0 (Hz)	167.0 (Hz)	171.0 (Hz)

5. 결론

하중을 받고 회전하는 승용차 타이어 고유진동수 측정에 관한 실험 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 타이어의 고유진동수는 내부 공기압이나 타이어에 가해지는 하중이 증가하면 타이어 사이드월 강성이 증가하여 고주파수 대역으로 이동하였고, 주행속도의 증가에 대해서는 큰 영향을 받지 않았다. 또한, 타이어가 마모되면 마모되지 않은 타이어에 비해 고유진동수가 고주파수 대역으로 이동하였는데, 이는 타이어가 마모되는 과정에서 타이어의 물리적인 특성이 변하고 중량이 감소하는데 기인한 것으로 생각된다.

(2) 타이어의 감쇠율은 내부 공기압이 증가하면 상대적으로 감소하였고, 트레드 고무의 손실계수와 같이 재료의 특성차이에 따라 변화였다. 또한, 접선방향으로 가진 시켰을 때의 고유진동수와 감쇠율은 반경방향으로 가진 시켰을 때와 차이를 보이고 있어 가진방향에 따라 타이어의 진동특성이 변함을 알 수 있었다.

(3) 타이어의 고유진동수는 실험조건에 따라 차이가 있으며, 실제 승용차에 장착된 타이어의 진동특성을 파악하기 위해서는 종래, 타이어 단차에 대한 연구방법이 개선되어야 할 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] J. T. Tielking, "Plane vibration characteristics of a pneumatic tire model," SAE paper 650492.
- [2] F. Bohm, "Mechanik des gurtelreifens," Ingenieurarchiv gesellschaft fur angewandte mathematik und mechanik, Vol.35, pp.82~101, 1966.
- [3] M. R. Barons, "Impact vibrations of rolling tires," SAE paper 770612.
- [4] G. R. Potts, C. A. Bell, L. T. Charek, T. K. Roy "Tire vibration," Tire science and technology, TSTCA, Vol.5, No.4, pp.202~225, 1977.
- [5] W. Soedel, M. G. Prasad, "Calculation of natural frequency and modes of tires in road contact by utilizing eigenvalues of the axisymmetric non-contacting tire," J.Sound Vib, 70(4), pp.573~584, 1980.
- [6] M. Takayama, K. Yamagishi, "Simulation model of tire vibration," Tire science and technology, TSTCA, Vol.11, Nos.1~4, pp.38~49, 1984.
- [7] T. Kamitamari, H. Sakai, "A study on radial tire vibration," SAE paper 852195.
- [8] T. Ushijima, M. Takayama, "Modal analysis of tire and system simulation," SAE paper 880585.
- [9] W. F. Reiter, A. C. Eberhardt, "Radio telemetry applied to tire vibrations," SAE paper 760745.
- [10] S. K. Clark, Mechanic of pneumatic tires, University of michigan press, 1981.